

准教授 川北 真之 (代数幾何学)

代数多様体の双有理幾何を極小モデルプログラムの手法で研究している。極小モデルプログラムは各双有理同値類を代表する多様体を標準因子の比較によって抽出する。

初めに 3 次元双有理幾何の明示的理解の要請に応じて 3 次元因子収縮写像の系統的研究を行った。3 次元では収縮先が点のときが本質的で、これらの写像を食違い係数が小さい場合を除き完全に分類し、残る場合も分類方法を確立した。研究過程では Reid の general elephant 予想も証明した。

高次元の最重要な課題であるフリップの終止予想は、極小対数的食違い係数という特異点の不変量の性質に還元される。現在その立場から極小モデルプログラムの過程で現れる特異点を極小対数的食違い係数を手掛かりに研究している。

多様体と因子の組から因子上に新たな組が導入されるときに両組の特異点の比較が逆同伴問題である。この問題について、両組の対数的標準性の同値性を証明した。続いて精密な逆同伴を目指して Ein, Mustața, 安田のモチーフ積分論の手法を一般化した。

特異点の有界性問題として、超平面切断が与える Artin 環を解析して 3 次元における極小対数的食違い係数の有界性と Gorenstein 端末特異点の特徴付けを回復した。また、真の 3 次元標準特異点の Gorenstein 指数は 6 以下であるという Shokurov の予想を証明した。

Kollár と de Fernex, Ein, Mustața が導入したイデアルの生成極限を応用して、多様体とイデアルの指数が指定された時の対数的標準な組の対数的食違い係数全体の集合の離散性を証明した。さらに非特異 3 次元多様体上の極小対数的食違い係数の昇鎖律を完全に証明した。極小対数的食違い係数を計算する因子の研究が重要であり、非特異曲面上では常に重み付き爆発で得られる因子によって計算されることを示した。

なお、これまでの研究を踏まえて、本を執筆した。

- [1] General elephants of three-fold divisorial contractions, *J. Am. Math. Soc.* **16**, 331-362 (2003)
- [2] Three-fold divisorial contractions to singularities of higher indices, *Duke Math. J.* **130**, 57-126 (2005)
- [3] Inversion of adjunction on log canonicity, *Invent. Math.* **167**, 129-133 (2007)
- [4] On a comparison of minimal log discrepancies in terms of motivic integration, *J. Reine Angew. Math.* **620**, 55-65 (2008)
- [5] Discreteness of log discrepancies over log canonical triples on a fixed pair, *J. Algebr. Geom.* **23**, 765-774 (2014)

- [6] The index of a threefold canonical singularity, *Am. J. Math.* **137**, 271-280 (2015)
- [7] Divisors computing the minimal log discrepancy on a smooth surface, *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* **163**, 187-192 (2017)
- [8] On equivalent conjectures for minimal log discrepancies on smooth threefolds, *J. Algebr. Geom.* **30**, 97-149 (2021)
- [9] Minimal log discrepancies on smooth threefolds, arXiv:2312.13599
- [10] *Complex algebraic threefolds*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **209**, Cambridge University Press (2024)