

准教授 小林 佑輔（離散最適化とアルゴリズムの研究）

離散最適化問題（組合せ最適化問題）とはネットワークやグラフ等の離散的な構造の上で、何らかの指標を最大化・最小化する問題であり、現代社会のあらゆる場面に現れる。その汎用性の高さから、離散最適化問題に対する効率的アルゴリズムの開発は重要な課題として認識され、理論・応用の両面から盛んに研究されている。特に、多項式時間アルゴリズムと呼ばれる計算時間が入力サイズの多項式で抑えられるアルゴリズムの設計は、クレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題の $P \neq NP$ 予想に象徴されるように、理論計算機科学における最重要トピックの一つである。

私は離散最適化問題に対するアルゴリズムの理論研究を行なっている。特に、効率的に解ける問題（多項式時間で解ける問題）と難解な問題との本質的な差異がどこにあるのかを追究し、各種最適化問題に対するより効率的なアルゴリズムの設計・理論解析、困難性の数学的証明、効率的に解ける多様な問題を包含する数理的枠組みの構築などを行なっている。

代表的な成果としては、重み付き線形マトロイドパリティ問題に対する多項式時間アルゴリズムの設計が挙げられる。重み付き線形マトロイドパリティ問題は、重み付きマッチング問題と重み付き線形マトロイド交叉問題という離散最適化分野における代表的な二つの問題の共通の一般化として 1970 年代に導入され、統一的に数多くの問題を記述できることから注目を集めてきた。しかし、この問題に対しては非常に限られた結果しかこれまでに知られておらず、多項式時間アルゴリズムが存在するか否かは 40 年近くもの間未解決であった。我々の研究 [1] では、線形代数的定式化や増加道アルゴリズムといった重み無しの問題に使われていた手法を重み付きの問題に適用できる形に発展させるとともに、主双対アルゴリズムや組合せ緩和法といった手法を用いることで、この問題に対する初の多項式時間アルゴリズムを与えている。さらに、重み付き線形マトロイドパリティ問題が統一的に数多くの問題を記述できることから、本研究成果は副次的に様々な問題に対する多項式時間アルゴリズムを与えている。

また、ネットワークの頑健性・耐故障性をモデル化した最適化問題に対するアルゴリズムの研究も行なっている。文献 [2] は入力グラフの連結度にある種の仮定をおいた状況下での連結度増大問題を、文献 [3] は全体の連結性ではなく「いずれかの拠点と連結であること」を目的としたネットワークを設計する一般化ターミナルバックアップ問題を、文献 [4] は同時に複数のノードやリンクの損傷が起こる状況を考慮したモデルの上でネットワークの頑健性を評価する問題をそれぞれ扱っており、いずれも各問題に対して初めての多項式時間アルゴリズムを与えている。

上記以外にも、拡張定式化を用いたアルゴリズム設計 [5]、グラフマイナー理論に基づくアルゴリズムの設計 [6, 7]、離散構造を用いたマッチング問題の拡張に関する

研究 [8, 9], 有向木詰込み問題の一般化に関する研究 [10] も行なっている。

- [1] A weighted linear matroid parity algorithm, *SIAM Journal on Computing*, 51 (2022), pp. STOC17:238–STOC17:280. (with S. Iwata)
- [2] An algorithm for $(n-3)$ -connectivity augmentation problem: jump system approach, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 102 (2012), pp. 565–587. (with K. Bérczi)
- [3] The generalized terminal backup problem, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 29 (2015), pp. 1764–1782. (with A. Bernáth and T. Matsuoka)
- [4] Max-flow min-cut theorem and faster algorithms in a circular disk failure model, *Proceedings of the 33rd Annual IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM 2014)*, 2014, pp. 1635–1643. (with K. Otsuki)
- [5] Weighted triangle-free 2-matching problem with edge-disjoint forbidden triangles, *Mathematical Programming, Series B*, 192 (2022), pp. 675–702.
- [6] The disjoint paths problem in quadratic time, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 102 (2012), pp. 424–435. (with K. Kawarabayashi)
- [7] Linear min-max relation between the treewidth of an H -minor-free graph and its largest grid minor, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 141 (2020), pp. 165–180. (with K. Kawarabayashi)
- [8] A proof of Cunningham’s conjecture on restricted subgraphs and jump systems, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 102 (2012), pp. 948–966. (with J. Szabó, and K. Takazawa)
- [9] Optimal general factor problem and jump system intersection, *Mathematical Programming, Series B*, to appear.
- [10] Covering intersecting bi-set families under matroid constraints, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 30 (2016), pp. 1758–1774. (with K. Bérczi and T. Király)