

准教授 中山 昇（代数多様体・複素多様体の研究）

代数多様体や複素多様体の双有理幾何学を研究している。小平次元、多重種数、不正則数、代数次元などの双有理不変量を用いて多様体の構造を調べるのだが、このうち標準因子に関係する不変量を特に重視している。標準因子についてのアバンドンス予想は飯高加法性予想などを導き、双有理幾何学の中心問題と考えられる。このような不変量の研究や、双有理幾何学上重要と思われる多様体の具体的構造に興味があり、ザリスキ分解など代数多様体の因子の数値的性質に関わる研究 [3] や、楕円ファイバー空間の構造についての研究 [1] [2] などを行ってきた。その後、共同研究を契機に始まった以下のテーマ (1) (2) についても長期にわたり研究が続いている。

(1) 全射だが同型でない自己正則写像をもつ多様体の分類：コンパクト非特異複素解析的曲面や小平次元が非負の 3 次元非特異射影代数多様体の場合の分類は、藤本圭男氏との共同研究で得られている。またエタールな自己正則写像や偏極構造を保つ自己正則写像について D.-Q. Zhang 氏と共同研究を行い、ピカル数 1 の非特異ファノ多様体について J.-M. Hwang 氏と共同研究を行った。また 2021 年までの研究で、正規射影的代数曲面の場合についての分類について一定の成果を得た [7] [8] [9] [10]。このうち [7] [8] [9] は 2008 年に書かれた未公表のプレプリントの内容を拡張したものであり、[10] ではそのとき未解決だった場合をピカル数 1 の場合をのぞいて完成させた。この [10] では [5] で得られた「擬トーリック曲面」と「半トーリック曲面」の性質が本質的に用いられている。

(2) $\mathbb{Q}$ ゴレンシュタイン変形: 種数ゼロで単連結な一般型曲面を特殊な特異有理曲面から $\mathbb{Q}$ ゴレンシュタイン変形によって構成する、という Lee–Park の方法を正標数に拡張する研究を Y. Lee 氏と共同で行った [4]。その後、共著論文 [6] では局所ネータースキームの $\mathbb{Q}$ ゴレンシュタイン射を定義しその性質を調べた。それ以降は関連する同変変形や同変コホモロジーについて圏論の手法などを使いながら研究しているが、最近は圏論について多くの時間を割いている。

- [1] Local structure of an elliptic fibration, *Higher Dimensional Birational Geometry*, pp. 185–296, Adv. Stud. Pure Math. **35**, Math. Soc. Japan, 2002.
- [2] Global structure of an elliptic fibration, Publ. RIMS Kyoto Univ. **38** (2002), 451–649.
- [3] *Zariski-decomposition and Abundance*, MSJ Memoirs **14**, Math. Soc. Japan, 2004.
- [4] (with Y. Lee) Simply connected surfaces of general type in positive characteristic via deformation theory, Proc. London Math. Soc. **106** (2013), 225–286.
- [5] A variant of Shokurov’s criterion of toric surface, *Algebraic Varieties and Automorphism Groups*, pp. 287–392, Adv. Stud. in Pure Math. **75**, Math. Soc. Japan, 2017.

- [6] (with Y. Lee) Grothendieck duality and $\mathbb{Q}$ -Gorenstein morphisms, Publ. RIMS Kyoto Univ. **54** (2018), 517–648.
- [7] Singularity of normal complex analytic surfaces admitting non-isomorphic finite surjective endomorphisms, Osaka J. Math. **60** (2023), 403–489.
- [8] On normal Moishezon surfaces admitting non-isomorphic surjective endomorphisms, preprint RIMS-1923, Kyoto Univ., 2020.
- [9] On the structure of normal projective surfaces admitting non-isomorphic surjective endomorphisms, preprint RIMS-1934, Kyoto Univ., 2020.
- [10] Outstanding problems on normal projective surfaces admitting non-isomorphic surjective endomorphisms, preprint RIMS-1943, Kyoto Univ., 2021.