

特定助教 澤田 晃一郎 (数論幾何)

私は遠アーベル幾何、特に、双曲的曲線の逐次拡大として得られる双曲的多重曲線などの高次元代数多様体の遠アーベル性に興味を持ち、研究を行っている。双曲的多重曲線は遠アーベル多様体であると予想されており、その数論的基本群は豊富な情報を持つと考えられるが、双曲的多重曲線の Grothendieck 予想は星裕一郎氏により次元 4 以下の場合に証明されているにとどまる。

[4] では、標数が 0 の体上の双曲的多重曲線について、Grothendieck 予想の副 p 版、すなわち、数論的基本群そのものからの復元ではなく、その副 p 的な商からの復元について考察し、ある種の条件を仮定した次元 4 以下の双曲的多重曲線についての Grothendieck 予想の副 p 版を証明した。また、[3] では、幾何的基本群のコホモロジー群について考察した。特に、Grothendieck 予想が未解決である次元 5 以上の場合も含めて、双曲的多重曲線の次元が n であるとき、幾何的基本群の n 次コホモロジー群がある意味で“大きい”ことを示すことにより、幾何的基本群から双曲的多重曲線の次元を復元した。[5] では、与えられた群論的データから双曲的多重曲線の同型類が有限通りに決まるという形の Grothendieck 予想の弱形を肯定的に解決した。

高次元の遠アーベル幾何では、双曲的多重曲線の特別な場合である、双曲的曲線の配置空間についてもよく研究されており、例えば、星裕一郎氏、南出新氏、望月新一氏により双曲的曲線の配置空間の幾何的基本群からさまざまな幾何的不変量を復元する群論的アルゴリズムが与えられている。[7] では、双曲的曲線の配置空間に付随する次数付き Lie 代数について考察し、特に、星氏、南出氏、望月氏の結果の類似として、この次数付き Lie 代数から次数構造を忘れて得られる抽象 Lie 代数からさまざまな幾何的不変量を復元するアルゴリズムを得た。また、[7], [6] で、双曲的曲線の配置空間の幾何的基本群から双曲的曲線の基本群への全射準同型の分類を行い、その応用として双曲的曲線の配置空間と双曲的多重曲線間の Grothendieck 予想型の結果を部分的に解決した。

星裕一郎氏、辻村昇太氏との共同研究 [1] では、これまで高次元遠アーベル幾何で扱われてきた基礎体の標数が 0 である場合とは異なり、標数が正の体上の双曲的曲線の配置空間の遠アーベル幾何について考察した。tame 基本群の適切な商の間の射からなる列の完全性や、tame 基本群からの幾何的不変量の復元などについての結果が得られ、それらを用いて有限体上有限生成な体上の双曲的曲線の配置空間の Grothendieck 予想を証明した。

南出新氏、辻村昇太氏との共同研究 [2] では、双曲的曲線の配置空間の幾何的基本群などを含む、遠アーベル幾何に現れるさまざまな群の連正規部分群が非分解性や中心自明性などの性質を有することを証明した。また、遠アーベル幾何に現れるさまざまな群について、その 2 つの閉部分群の間の同型が、元の群の内部自己同型から誘導されるための条件について両氏と研究を行い、その応用として代数体の (有限次とは限らない) ある種の代数拡大に対する Neukirch-内田の定理型の結果、すなわち、そのような体が 2 つ与えられたとき、それらの絶対 Galois 群の間の群同型写像は体の同型写像から誘導されるかという問題の考察を進めている。

- [1] Y. Hoshi, K. Sawada, and S. Tsujimura, The anabelian geometry of configuration spaces of hyperbolic curves in positive characteristic, RIMS preprint **1984** (2024).
- [2] A. Minamide, K. Sawada, and S. Tsujimura, On generalizations of anabelian group-theoretic properties, to appear in Hiroshima math. J.
- [3] K. Sawada, Cohomology of the geometric fundamental group of hyperbolic polycurves, *J. Algebra* **508** (2018), 364–389.

- [4] K. Sawada, Pro- p Grothendieck conjecture for hyperbolic polycurves, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **54** (2018), no. 4, 781–853.
- [5] K. Sawada, Finiteness of isomorphism classes of hyperbolic polycurves with prescribed fundamental groups, *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2022), no. 9, 6608–6626.
- [6] K. Sawada, On surjective homomorphisms from a configuration space group to a surface group, *Hokkaido Math. J.* **52** (2023), no. 2, 253–266.
- [7] K. Sawada, Reconstruction of invariants of configuration spaces of hyperbolic curves from associated Lie algebras, RIMS preprint **1896** (2018).