

助教 渡辺 聰美 (確率論)

ランダムな相互作用をもつ系の振る舞いや、粒子のランダムな運動の漸近挙動に関する確率モデルの解析に関する研究を行っている。特に、高次元の平均場理論や、二次元の共形不変性のような統一的な道具立てが、まだ確立されていないモデルに興味がある。

統計力学に背景をもつ確率モデルにおいては、一般に三次元の場合が最も解析が困難であるとされているが、三次元ユークリッド格子を埋め尽くすツリーから一様にランダムに選ばれる三次元一様スパニングツリーは、離散調和解析など他のモデルとの関連を利用して、その上のランダムウォークの挙動について一定の研究結果が得られてきた。このような流れのなかで、[3] では三次元一様スパニングツリー上の二つの独立な単純ランダムウォークの衝突回数の定量評価を与えた。

ランダムグラフ上のランダムウォークは、不均一な媒質中の拡散過程を記述する数学モデルの一種であり、ユークリッド空間内の周期的な格子のような一様なグラフ上とは異なる振る舞いを呈することがある。ランダムウォークの挙動を記述する量の一つに、拡散の速さを表す熱核がある。[2] では三次元一様スパニングツリー上の単純ランダムウォークの熱核が、主要項のまわりでの二重対数のオーダーの振動として現れることを示した。これはランダムでないグラフ上では観測されない挙動であり、ごく小さな確率で起こるランダムグラフの非典型的な形状が、その上のランダムウォークの振る舞いに影響を与えることを意味する。[2] で示した振動は、臨界ゴルトン-ワトソン木、二次元一様スパニングツリーに次ぐ例となった。また、このようなランダムグラフ特有の現象の探究の一歩として、[1] では高次元ループ除去ランダムウォークの軌跡として与えられるランダムグラフ上の単純ランダムウォークの熱核を扱った。軌跡のランダムネスに関して平均を取った熱核が、劣ガウス型の評価を満たすことを示し、典型的な軌跡の上の熱核とは異なる定数によって特徴付けられることを明らかにした。

現在は、複数のランダムウォークの衝突回数に関する研究を進めている。三つ、あるいは四つのランダムウォークの同時衝突は近年研究が始まったテーマであり、多くの未解決問題がある。基本的な問題は、衝突回数が有限あるいは無限大となる具体的なグラフを例示することであり、さらに定量評価を与える、あるいは衝突回数の判別の十分条件を記述する、といった課題に発展していく。

最近は、ランダムな相互作用をもつ系の一つである、不純物のあるパーコレーションにも興味をもっている。物理学的に重要な意味をもつ、格子の性質に依存しない普遍的な挙動の理解を目指して研究を進めている。

- [1] Croydon, D. A., Shiraishi, D., Watanabe, S. Annealed transition density of simple random walk on a high-dimensional loop-erased random walk. *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* to appear, arXiv:2312.09522
- [2] Shiraishi, D., Watanabe, S. Volume and heat kernel fluctuations for the three-dimensional uniform spanning tree. (2022) Preprint, arXiv:2211.15031
- [3] Watanabe, S. Infinite collision property for the three-dimensional uniform spanning tree. *Int. J. Math. Ind.* **15** (1), 2350005 (2023)