

数学入門公開講座

平成4年8月4日(火)から8月13日(木)まで

京都大学数理解析研究所

講師及び内容

1. 確率論の話題から (7時間)

京都大学数理解析研究所・助教授 楠岡成雄

確率論に関連した4つの話題（シャノンの情報理論、確率制御の話題、シミュレーテッド・アニーリング、乱数の理論）について話をを行う予定である。どのように問題をとらえるかといった考え方について話の力点を置いて話していく。

2. 「保証書」付き数値計算法 (7時間)

京都大学数理解析研究所・助教授 室田一雄

計算機のできる数値計算は、所詮は誤差を含んだ近似計算である。それでも、その計算結果に従って橋は作られ列車は走る。数値計算誤差につきまとう不安感を一掃し、ほんやりとした計算結果に基づいてはっきりとした結論を導き出す手法について解説する。

3. 「時間とミクロ世界・マクロ世界」(7時間)

京都大学数理解析研究所・助教授 小嶋泉

「時間とは何か？人が問わなければ、私はそれを知っている。だが人に説明しようとすると、私は最早それを知っていない」——時間を巡る謎のとらえどころのなさは、聖アウグスティヌスのこの有名な言葉によく表わされている。自然法則を書き下す上で時間概念は不可欠であり、今世紀の物理学革命も時空間概念の根本的変革と軌を一にして達成された。それによってこの「謎」はどう解き明されたのか？時間概念を軸に、基本的な物理法則とその論理構造を概観し、そこから、自然の運動・構造・歴史を理論的・数学的に記述することの意味を改めて考え直してみたい。

4. グラフと組合せ論 (7時間)

京都大学数理解析研究所・助手 松本眞

グラフ理論や組合せ論の世界は、まだいまいち体系的ではありませんが、たとえばかつての四色問題などのように、誰でも問題の内容がすぐ理解できるのに、証明はいまだ満足にされていないような楽しい予想が小石のように転がっています。こうした楽しそうな部分をつまみぐいして、平易にグラフと組合せ論の紹介をします。

時間割

日 時 間	8月 4日 (火)	5日 (水)	6日 (木)	7日 (金)	8日 (土)	9日 (日)	10日 (月)	11日 (火)	12日 (水)	13日 (木)				
13:15~15:00	楠岡	楠岡	楠岡	楠岡	休 講	小嶋	小嶋	小嶋	小嶋	休 講				
15:00~15:15	休憩					休憩								
15:15~17:00	室田	室田	室田	室田		松本	松本	松本	松本					

3. 「時間とミクロ世界・マクロ世界」(7時間)

京都大学数理解析研究所・助教授 小嶋 泉

1992, AUGUST 10,11,12,13 13:15-15:00

時間とミクロ世界・マクロ世界

小嶋 泉

1. はじめに

1) 時間の「普遍的」外観

物理学における《通常の》議論で、「時間」というものは、単に運動を数学的に記述する上で不可欠な実1次元パラメータとして便宜的に持込まれ、その本性を問われることは余りない。こんなことを不用意に言うと、相対論の話を聞いた専門外の方は非常に意外なことに思われるに違いないし、他方、専門家の方からは、「そんな馬鹿なことはない。自分はいつも、相対論も踏まえた上で、キチンと正しく時間を扱っている!」という抗議の声が聞こえてきそうである。

確かに、Newton が力学体系の礎石としたような「絶対時間・絶対空間」〔もう少し正確には、Galilei 時空 = 1次元の時間 + 3次元ユークリッド空間 + Galilei 相対性原理〕は、Einstein の特殊相対論が明らかにした時間と空間との本質的な結びつき・時空間概念の《相対性》の認識によって、とうの昔に「葬り去られた」ことになっている。更に、一般相対論とそれに基づく宇宙論の展開によって、物質運動と時空構造との歴史的な相互発展過程という問題が、物理学全体の中で大きな比重を占めるに至ったことは、科学ジャーナリズムの波に乗って、今や衆知の話題に属するといえるだろう。

にもかかわらず、物理学者が研究の《現場》で物理系の時間発展を論じようとする時、まずイメージするのは、「実1次元パラメータ t 」としての時間である。時空構造の進化を論ずるはずの宇宙論においてさえ、「宇宙時間」という全宇宙共通の時間なしには、議論が非常にしづらくなる。ただ相対論の「祟り」に触れぬよう、「ローレンツ群」や「リーマン幾何学」という数学的道具の助けを借りて、うまくその「毒抜き」をしているに過ぎず、打ち開けた話本音の所では、物理学者も依然として、「天から降ってきたように」あらゆる所を貫いてひたすら流れ行く時間という素朴な直観に従つてものを考えているのである。その意味では、「素人」の思い描く時間概念との間に、それほど大きな違いがあるわけではないだろう〔この話、物理学者には絶対にオフレコ!〕。

しかし、翻って考えてみる時、どんな運動でも同じ一つのパラメータ t で書けてしまうというような、そんな虫のいい「万能の神」たる「時間」は、一体どこから「降ってきた」代物なのだろうか?

ii) 自然の諸領域と異なる諸時間

詳しい説明はすべて後回しにすることにして、結論を先に述べよう。実は、「初めに時間ありき」で始まる我々の運動の記述法そのものが、事の真相を「逆転」させた捉え方なのである。本当は、自然のさまざまな領域毎に、特徴的な「固有の」運動形態がまずあって、それに応じて「固有の」時間が物理的に定まる。それを理想化・抽象化し定量化することで、初めて実1次元パラメータとしての馴染み深い「時間 t 」が現われ

る, というのが実態のはずなのである。ところが, 一旦「時間 t 」と書いてしまえば, 「どこから来た」時間であったかはもはや完全に見失われ, 「自然界の至るところを貫くただ1つの時間」という外観がここに完成する。

しかし, 特定の一領域に固有な運動の記述だけで, 意味のある物理学の理論を展開することは不可能である。どうすれば, 記述されたその運動が「見える」ようになるのか? 他の領域の運動とどのようなつながりを持ち, そこへどういう影響を及ぼすのか? 等々一例えば, 「量子力学こそがミクロ世界の物質運動を記述する本物の理論だ」と, いくら頑張って主張してみたところで, 「ではそれは, どういう形をとって眼に見える(つまり, マクロの)効果を現わすのか? どういう実験で, どんなデータとして, 眼で見える形でその正しさを確かめ得るのか?」ということが確定されない限り, 結局, それは我々とは無縁の「別世界」での「お伽話」に過ぎず, 科学の理論とはいえない。

だからこそ, 物理学者は, この間に答えるためにあらゆる手練手管を用意して, ミクロ理論から「眼に見える」帰結を引き出し, マクロ世界の現象への橋渡しを工夫しようとする。曰く, 『 $t \rightarrow \infty$ の極限でこれこれの結果が得られ…』, 等々 [例えば, 場の量子論における「漸近場」の話]。——いやちょっと待った! 『初め聞いていた時には, 君のミクロ理論とやらに現われる「時間 t 」も, 我々の住む巨視的世界の「時間 t 」も,同じ1つの時間だというのではなかったのか? いつの間に, 「 $t \rightarrow \infty$ 」などという途方もない操作を持込んだのか? どうあがいてみても, 「無限の未来」など行き着くこともできない我々に, 何で「無限の未来」での実験結果など見えるものか! 馬鹿々々しい!』——正常な感覚をもった「素人」ならこう言いたくなるのは理の当然であろう。物理学者はそれに対して, こう言い訳する: 『無限の未来や無限の過去, 「 $t \rightarrow \pm \infty$ 」, というのは, 《ミクロの時間尺度から見て》のことであり, ミクロ世界での「 $t \rightarrow \pm \infty$ 」とは, 「現実の」我々の巨視的時間から見れば, 有限の実験開始時刻・終了時刻に対応するのだ』と。

つまり, ミクロの「時間 t 」とマクロの「時間 t 」は, 見掛けが同じだからといって「同じ」ものだというのはウソであり, この2つは別物だったのだ。だからといって, 全くの別物だとして切り離したままでは, 《ミクロ理論でマクロ現象を説明した》ことにはならない。だから, 何とかしてこの2つの異なる時間を関係づけなければならない。そのための弥縫策の一つが「 $t \rightarrow \infty$ の極限操作」を導入することだったというわけである。

iii) 自然の諸領域とその形成過程 = 「起源」の問題

実にさまざまな自然の諸領域の運動と構造が解明され始め, 種々のスケールに応じたそれら相互の繋がり具合 (=階層の網目構造), あるいは, 自然・宇宙の歴史的進化の中で進行する, 新しい領域の形成過程 (=起源問題) およびそれら相互の折り重なり合い。こうした壮大な自然史のパノラマを眼前にしつつある現代において, 上のような弥縫策でいつまでも言い訳がましい辻つま合せを続けるのは, 最早, 姑息なやり方ではなかろうか? 今こそ, こうした自然の諸領域とその相互関係, 自然史の全体像を見渡すた

めの視点・方法論とは何かが、真剣に問われて然るべき時ではないだろうか？その兆候は、例えば「境界領域」の問題として、さまざまな科学諸分野の間の有機的関連ということが重要な課題として、あちこちで議論されつつあることにも端的に現われている。

しかし、そうした事情にもかかわらず、異分野間の関係を統一的に論ずるための方法論を、それ自体として真面目に研究しようという動きは、科学者の「専門意識」が邪魔するせいか、まだまだ「少数派」でしかない。《物理学 physics の「メタレベル」の問題だから、meta-physics=「形而上学」の泥沼に足を取られはしまいか》という恐れがどうしても先に立つのかもしれない。したがって現状は、確立された方法論が既に存在して、それを適用すればOKなどというような状況からは程遠い。それは、これから、我々の手で作っていくしかないものである。

そこでこの講義では、まず時間概念の「起源」をさかのぼり、その本来の意味をもう一度虚心に見直すことから始め、こうした統一的視点へ向けてのささやかな努力の第一歩を踏出すことにしたい。そうして得られた時（空）間概念をキーコンセプトとして、これまでとは違った新たな視点から、物理学の諸分野・諸法則、自然の諸領域・諸構造を見直し、かつ、その相互の繋がり方を深く解明することに成功したとするなら、その時、一体何が我々の眼に見えてくることになるのだろうか？

これはあくまで私の抱く「偏見」に過ぎないが、現代の物理学や宇宙・天文・地球・生命諸科学等々の個別分野で、それぞれ異なる方法と形態において蓄積されてきた諸成果を、こうした首尾一貫した方法論によって、その断片々々を「正しく」繰り合わせるなら、そこから、極めてダイナミックな自然の歴史的描像が浮び上がってくるに違いない。既にそのための豊富な材料は着々と準備されてきているのではないか？という気がするのである。一眼にみえぬミクロ自然は、絶えず生成消滅を繰返す「素」粒子たちの、転変きわまりない無窮運動が支配する世界だが、このミクロ自然とそのダイナミズムが、自然全体の運動と構造を支える土台として機能しつつおそれ自身を維持しながら、宇宙進化の歴史の中で、次々と高次の運動形態・新しい質的構造を伴った諸領域をマクロレベルに創り出し、展開していく——そうした動的かつ質的多様性に満ちた自然の歴史的展開過程、躍動する歴史的な自然観の片鱗を、我々は今、垣間見つつあるのではないだろうか？

ここには、反復再現する（準）周期的な「時間」・運動と、それを「入れ子」の構造として取り込みながら、非反復的・螺旋的に展開していく歴史的時間という、「時間論」にとって最も基本的な構図も組込まれている。問題は、多様な自然の諸領域の間をどう繋ぎ合せ、一つの運動形態が新しい別の運動形態へどう「移行」するかを論ずること、「移行」それ自体をどこまで vivid に、かつ、法則的に捉らえ得るのか？ということに帰着される。ただしこれは、元来、「起源」に関する問題として非反復的な歴史過程記述の問題を含み、実は、物理学、もっと一般には、反復事象の法則的認識に基づく「厳密」科学一般が、最も不得意とするところの領域の問題でもある。

こうした要求に応える方法論の構築それ自体が未達成の現段階では、ここに述べたような「描像」は、あくまで、私個人の抱く予感・期待の域を出るものではなく、一つの

到達目標・「夢」ということに過ぎない。しかし、そうした目標を言葉だけの「形而上学」に終わらせる事なく、一般的・数理科学的な技術・方法論に基づく理論的基礎と、具体的内容を付与する努力を通じて、ダイナミックに進化する自然の全体像を見渡せるような視点の確立を目指したい。その目的のために、具体的には、今何が要求されるのかという問題として、non-standard analysis = 「無限小解析」の理論が与える新しい方法論的可能性の一端にも、時間が許せば少し触れてみたい。

iv) 科学の反復法則性 vs. 自然の歴史の非反復性／「環境危機」における自由と必然

残念ながら物理学の領域だけでも精一杯で、生命の領域にまでは到底手が届きかねる私の現状では、極めて僭越な願望というほかないが、このような方向でライプニッツの夢見た「普遍学」が現代に甦ることを、心ひそかに願っている。敢えて「捕らぬ狸の皮算用」に屋上屋を重ねる厚顔無知をお許し願えるなら、そうした方法論確立の後に、或いは、それと同時進行の形で、次のような将来展望が開かれる可能性に期待したい。即ち、現代科学における最も基本的かつ重要な問題こそ、物質・時空・宇宙の起源とその進化、太陽系と地球の起源と進化、生命の起源と進化等々、諸々の「起源」論に関わる《科学 vs. 歴史》の問題にほかならない。これは、反復的必然的法則に立脚する科学的認識と非反復的な歴史過程の記述、そして、未来への向けての予測、自由と必然の関係等々、一見互いに相反するものを、深いレベルにおいて統合する新しい統一的視点の必要性と可能性を我々に示唆する。甚だ皮肉なことには、これは同時に、科学・技術を介して自然が与える「神通力」にあぐらをかいてきた人間が自ら招いた災厄としての「環境破壊」——即ち、自然・生命・人間相互間の調和的関係の崩壊としての自然－人間の間の極めて深刻な「対立」がもたらす危機的状況——と背中合わせの深い因縁で結ばれたものもある。自然と人間との「共生」を可能にするような新しい歴史的自然観が、専門的研究の確かな成果に支えられて発展すること、それによって、地球全般に及ぶ現代の深刻な自然－人間危機に対して、有効に対処し得るような新しい科学・技術・文化・価値観がそこから産み出されること、それを何より期待したい [ref. I.Ojima ('91), in Proc. of Taniguchi Symposium of Philosophy, to appear]。そして、自らのささやかな研究が、こうした方向に僅かなりとも寄与し得ることを願って止まない。

2. 講義プラン または メモ

最初に随分大きなハッタリを飛ばしてしまったので、このあと講義の具体的な内容がどこまでそれに見合うものとなり得るか、正直の所、少々心許ない。ただお題目だけをいくら繰返しても、「科学」の問題としてはあまり意義のあるものにならない以上、個別的内容の詳細にも、必要に応じてある程度立ち入らねばならない。ただし、それによって、全体像が見失われることのないよう、十分留意はしたい。ここでは差し当たり、講義の中で取り上げてみたいテーマをメモ風に列挙するに留めたい（ここに挙げた問題全てを論ずる時間はないかも知れないし、また、書き落としたものの中にもっと論すべき重要な問題が隠れているかも知れないことは、予めお断りしておかねばならない）。

第1日目：《時間のオリジン または 時間概念の「考古学」》

[参考文献：渡辺 慧 著, 『時間の歴史』(東京図書), 特にその第2章]

I) 時間の本質 = 異なる2つ(以上)の運動相互間の相関関係

1) 非計量的順序としての時間

- ・「…計量される時間の成立するまえにすでに体験に現われる事件に前後の順序が付けられる…」(同上, p.23)

2) 時間の方向性 [→不可逆性 or 「時間の矢」]

- ・「…未来と過去というものの構造が全然異なる…」(同上, p.23)

3) 運動を介しての時間・空間の結びつき [→相対性理論]

- ・「…運動というものによって時間と空間が結びついている…」(同上, pp.24-25)
- ・Active Viewpoint vs. Passive Viewpoint の問題(同上, pp.23-24)

▽「…まず計測されない前後関係からいかにして計測される時間が生じたかということ, つぎにはこうして誕生した時間の概念がいかに進化していったのかということを調べる…。その際にわれわれは不可逆性というものが最初は時間の概念の内から一応取り除かれて, あとになってふたたび, 時間の概念の内に取入れられるという奇妙な過程を見る…」(同上, p.27)

▽現代物理学の文脈においても, 位相的時空／共形的時空／計量的時空の相互関係・先後関係は, 最近になって理論的にも重要になってきている。

4) 計量的時間の成立：「時計」事象の同定と時間測定

a) 複数の「事象反復」とその「一致」

- ・反復事象の同定 = 複数の事象の間の相互関係の近似的再現性の確認

例：日時計 = 太陽時：天球上の太陽の位置と地球上の自然現象(動植物の日周活動等)との規則的対応関係の認識の確立。それに基づく人間の行動の規制への応用。

- ・科学・技術の対象領域の変遷(→自然の諸領域と精度)が, 基準となる「時計」の種類とその精度の変遷に照応する → 自然の階層構造と, そこでの運動法則の普遍性の度合いの違い → 「時計」の進化・淘汰(同上, p.32~)

例：恒星時／水時計／振り子時計／原子時計

b) 時間の階層構造

例：1日 = 地球自転と1年 = 地球公転

更に, 潮汐力 = 散逸効果によるそこからのズレ

→自然における螺旋構造の貫徹 [→ fibration structure]

5) 時間の定義と運動法則定立との「双子」関係

- a) 「『一定時間内には, 特定の現象は一定回数繰り返される。』…」この主張は時間の概念が未知だとすれば時間の定義とみなされます。また時間の概念が既知だとすれば, 一つの法則であります」(渡辺 同上書, p.30)

b) 「時間の起源をなす運動」の記述におけるディレンマ：

物理学が自然の歴史を過去へ遡れば遡るほど、また、ミクロへ掘り下げれば掘り下げるほど、我々がマクロ世界で慣れ親しんだ常識的な時空が、多様な諸時空構造の特殊ケースでしかないことが明らかになり、マクロ世界での常識からは「信じ難い」自然の奥深い構造が次第に見えてくる。こうした自然への見方を敷衍して行くと、少なくとも我々の知っているような常識的な時空概念が適用できない世界、更に突き進めると、未だ「時空構造」そのものが確立していないような「始源的な」物質運動のレベルを想定せざるを得なくなるに至る
[∴) 例えは、Hawking-Penrose の特異点定理] .

→ 存在し運動しているが目に見える形を成さないミクロ自然のレベルが確固として存在し [例：量子効果]，常識的なマクロの時空概念は、その不可視なミクロ自然が、暫時的な・眼に見える「形態」をまとったものとして、「後から」形成されるもの、という見方に導かれざるを得ない。

では、その「不可視な」ミクロ世界を如何にして捉らえ・記述するのか？その「時空構造の起源」をなすともいべき「始源的な」運動を記述しようとする時、当該レベルでは、未だ時空概念は成立していないにもかかわらず、その運動を《記述》するためには、どうしても《後から説明さるべきもの》であるはずの「時間」を予め持込まざるを得ないというディレンマ（！）にぶつかる。

II) 自然現象の一般的記述形式

以下では、種々の物理的な自然法則を、自然の様々な諸領域・諸構造に応じた物質運動の法則的記述のあり方の問題として、こうした時（空）間概念の視点を軸に概観する。それを通じて、領域相互の接続関係を理解する上での主要な問題が明らかになるようにしたい。

ただし、物理的諸法則と一口に言っても、実に多様な法則の理論的形態があり、その系統的理解と共に種々の応用例への具体的適用を通じてその本質を体得することなしに、単に外側から眺めるだけでは、必ずしも深い理解に到達し得ない恐れはある。ただ、ここで問題にするような視角からは、差し当たり、最も卑近な形で言うなら「5 W 1 H」，その常識的直観をフルに働かせて、理論構成の基本構造を押さえれば十分だろう。どんな「深遠な」理論であろうと、少なくとも、それが扱う現象を反復再現し検証可能な科学理論たり得るためにには、最低限、他人への「情報伝達」の本質的要件だけは備えていなければならないはずなのだから。

1) 物理学理論における「5 W 1 H」とは？

a) When & Where → 時空間 spacetime

・When：他の運動過程との「時間的」相関

・Where：他の対象・構造との「共時的」連関

b) "Who" and/or What? : 動作者→運動の主体=記述の対象、又は、動作対象?

c) How: 動作内容 → 運動様式・運動法則 dynamics; syntax

d) Why : 理由・目的・意味付け・起源 → semantics = 他の領域との関係

2) その数学的記述形式の基本要素

- ・対象系とその構造を表わす物理量とその代数構造
- ・対象系と接する「外界」との関係を表わす「状態」概念
- ・対象系の運動による物理量と状態の変化を記述する「変換」
- ・運動の「舞台」としての時空と, 運動における「変換」を parametrize する時空変数

III) 物質運動の学としての物理学諸理論の分野配置概観

1) ニュートン力学: 「空虚な容器」としての(絶対)時空

a) Newton 力学における時間概念と第1法則=慣性法則

慣性法則: 一様等速度運動を「基準運動」と見做す立場からの《状態規定》

としての運動量概念, 及び, それに照応する平坦時空=「慣性系」の定義

Cf. 摩擦現象を基準に, 運動を見ようとしたアリストテレス運動学との対比:

摩擦現象・散逸過程の「現実性」 (=アリストテレスの立場)

vs.

摩擦を「捨象」した「理想化」概念としての慣性運動のもつ「普遍妥当性」

b) 第2法則=《状態変化》を記述する法則と状態変化の原因としての「力」

c) 第3法則=作用・反作用: 「力」の概念は, 本来, 二(或いは多)者間に働く「相互作用」を1体問題に分解して得られるもの。(現代物理学の視点からは, 相互作用概念の方が, より本質的で普遍的なものとなっている。)

▽ 基準的物理事象としての「時計事象」と時間の多様性:

あらゆる概念・法則にはその根拠となる特定の典型的な事象が存在する。科学的な概念・法則に対する「普遍妥当性」の要求は本質的であるが, それはア・プリオリに満たされるものではなく, またすでに普遍妥当性を獲得したものについても, その適用領域の無限定な拡張可能性が保証されているわけではない。Newton 力学の守備範囲は, 太陽系及び地球上のマクロ物体の運動する時空領域に限定されていた。

↓

その適用限界を如実に示し, 今世紀の物理学革命の突破口を切り拓いたのが, ほかならぬ相対論と量子論の2大発見。即ち, 電磁現象, 光速度の関与する現象での Galilei 相対性の破れに基づいて提起された Einstein の特殊相対論と, ミクロ世界を支配する量子論的法則性の発見にほかならない。その何れにも, 時間概念の大きな変更が伴っている。

2) 特殊相対性理論：電磁現象 = 光 における時空概念の相対性

20世紀現代物理学の時空概念の始まり

- a) 光速度不变の原理 → 光の運動を基準とする「時計の同期化」

及び Lorentz 変換

- b) 特殊相対性原理：互いに一定の相対速度で運動する慣性系は Lorentz 変換で結ばれ，その変換の下で運動の法則は不变に保たれる。

▽ 「相対性」の“本当の”物理的意味：

- ・時空間概念とその時間・空間部分への分離の仕方が，基準系の運動に依存するという意味では，「相対的」。

例：《動く時計の遅れと「Lorentz 収縮」》 → この「時計の遅れ」のお陰で，極めて短寿命で崩壊する素粒子が観測可能な長さの軌跡を，写真乾板上に残し得る！

- ・他方，Lorentz 変換による結び付きを介して，特定の座標系（慣性系）には依らない自然の事象それ自体の「絶対性」が保証される。例えば，「双子のパラドックス」の問題参照。
- ・こうした光速に近い運動が常時実現され，相対論的效果が現実的役割を演じるのは，主として，（場の）量子論的な素粒子が活躍するミクロ世界と，光の伝播が大きな役割を演ずる天文学的現象が中心。

第2日目：ミクロ世界における時間概念 → 量子力学・場の量子論

I) ミクロ世界における物質運動の基本理論としての量子論

- 1) 「量子性」の本質は，対象系を記述する物理量の代数構造の非可換性にある。
→ 「不確定性関係」へ。

↓

状態遷移 = 《量子飛躍》：本質的に不確定な確率事象であり，どこの「時点」で「どういうふうに」一つの量子状態から別の量子状態へ移行したかを記述することは不可能な過程。[i.e. 認識における unknown の故ではなく，対象それ自体が indeterminate.]

- 2) 「2種類の」時間発展：「ユニタリー発展」と「非ユニタリー発展」

- a) 「対象系それ自体」の固有の時間発展：通常の立場では，系のエネルギーを表わす Hamiltonian 演算子から導かれるユニタリー演算子を用いて書かれる可逆的時間発展 (=「ユニタリー発展」) の形で，物理量の代数構造を不变に保つ「(時間 t に依る) 1径数自己同型変換群」として記述されるものと考えられている。

- b) 観測過程における非因果的時間発展：しかし，上の a) の時間発展を続ける限り，対象系は「外界」から切り離され，その運動は何ら観測可能なものとはならない。如何なる「観測」を可能にするにも，必ず，対象系と観測装置との

間に、相互作用を持込まねばならず、それが対象系にもたらす攪乱は、対象系本来の「ユニタリー発展」を破壊し、不可逆かつ散逸的な「非ユニタリー時間発展」を系に持込むことになる。その整合的記述には後述する「開放系の量子論」或いは「非可換確率論」の手法が有効に機能する。

- 3) ただし、ミクロ時間の扱いは（形式的には）「実1次元パラメータ t 」のまま！
 - ・物理量の代数構造に「非可換性」というミクロ固有の性質が加わりはしたが、上の 2) における時間概念は、通常通りの「実1次元パラメータ t 」。最初に提起した疑問—「ミクロ時間」のこうした便宜的な取扱い方が、満足の行くものか否か？—は何ら検討を受けないまま、実験的検証や実際的応用の場では、これまでのところ、すべて「辻つま合せ」の便法解釈で大過なく切抜けてきた。
 - ・《時間並進対称性》としての時間発展：特に、2) a) での「時間発展」とは、時間の原点をどこにズラしても理論の内容は不变だという意味での《時間並進対称性》であり、時間の進行と共に何らかの新しい現象が生起するという意味での時間「発展」ではない。
→ Noether の定理：対称性の帰結としての保存量の存在。[e.g. 時間並進対称性の場合、対応する保存量は Hamiltonian 演算子 → エネルギー保存則]。
 - ・しかし、超微細加工技術の進歩と共に、ミクロ世界とマクロ世界の中間領域における mesoscopic physics の問題が重要度を増しつつある現在、ミクロ時間とマクロ時間の間の接続関係は、量子－古典間の相互移行における基本的問題として、深い考察を要求するものとなるに違いない。数学的手法としては、後述の無限小解析の方法が役立つことが予想される。
- 4) 《原子時計》について：セシウム原子の特定の状態間遷移に伴って放出される光の周波数より換算して定まる時間の基準。
- 5) 時間－エネルギーの間の不確定性関係と「時間演算子」の問題

II) 量子論の相対論化 → 無限自由度量子系としての「場の量子論」

- 1) 場 (= 時空的に広がったもの) と粒子 (= 局在的存在) という相対立する物質の存在形態が、「量子場」という数学的記述法により、一つの概念に統合される。「素」粒子の生成消滅過程は量子場間の《相互作用》によって巧妙に記述される。
- 2) ただし、時空座標は、ここでは、場の演算子の単なる「パラメータ」に「格下げ」され、量子力学で見たのと同様、「時間発展」も「時空並進対称性」の一部に組込まれてしまう。
- 3) 散乱理論における《漸近的自由粒子》概念：「無限の過去」と「無限の未来」における「基準状態」としての「自由粒子」像と、その間を（ブラックボックス的に）繋ぐ S 行列の概念。
- 4) 「素」粒子の崩壊現象と《寿命》 → ここでは、後述の線型応答理論と同様に、摂動論的手法が《寿命》の計算に有効。Cf. Quantum Zeno effect
- 5) スペクトル条件と安定性 → 虚時間への解析接続と Euclidean field theory.

6) この相対論的量子場理論の枠組の中で定式化されたゲージ場の量子論及び基本構成子模型 (= quarks + leptons) とを主な柱とする「標準理論」が, 現在までのところ理論・実験の両面においてほぼ確立された内容を持つ理論として, ミクロ世界の物質運動の統一的記述体系を構成する. [そこから先, 最新流行の種々の「先端理論」は, 何れも speculation の域を出るものではない.]

7) 「幅のある時間」と「無限小解析」の方法, 論理学の経験的性格について:

ここには既に, 最初に述べた《無限のミクロ時間=有限のマクロ時間／有限のミクロ時間=マクロの一瞬》という構図が顔を出しておる, それは, 「幅のある時間」の概念の必要性を示唆するものである. 先回りして言うなら, 自然の階層構造とその時間概念への反映という問題であり, 自然の領域・階層に応じた「時間の多様性」(→スケールによる運動の質的变化, e.g. 古典／量子)と共に, その全体を貫く自然そのものの統一性に基づく異なる時間相互の結びつき = 「時間の統一性」を, 有効に取扱う数学的手法が要求される.

数学基礎論のモデル理論に端を発する「無限小解析」の方法は, 「(ある種の)有限的な性格」をもつ命題で規定されるすべての性質に関して, 「普通の」実数と全く同じ振舞いをしながら, なおかつ, 無限小数, 無限大数をも無矛盾に含む「非標準的」な実数から成る別の数体系が存在することを明らかにした. 標準的モデルと非標準的モデルの区別は, 論理学体系の中で採用される semantics (意味論) の違いによる. ここでは, 先に見たような極限操作は, 単に基準となる物理量の「単位の取替え」に伴う尺度変換と「有限部分」の抽出操作に還元され, 「視点の移動」を明快に表現する. [ref. I.Ojima & M.Ozawa, in preparation]

非ユークリッド幾何の登場や後述の一般相対論は, 時間・時空概念の先駆的性格を剥ぎ取り, それらが自然の各領域に応じて経験的に定まる物理的概念であることを明らかにした. それと同じように, 「無限小解析」の方法を支える「論理学体系の非先駆的性格」への認識は, 今度は, 自然科学を支える理論構造, ひいては, 論理学それ自体が, 記述の対象となる自然の構造に依存して, 事後的に定まるべき経験的性格のものであることを, 示唆しているのかも知れない.

第3日目：ミクロとマクロの接点 → 热現象と不可逆性・散逸性, 「時間の矢」

I) 热現象・摩擦現象を巡る自然法則

産業革命における熱機関の問題を発端に, 热現象を支配する自然の法則性がクローズアップされ始める. そこから, 時間と温度の関係, 運動の可逆性・不可逆性から「時間の矢」の問題, 自然法則の統計的性格の問題が, 我々の視野に入るようになってきた. ここでは, 热力学による基本概念の設定から始めて, (少なくとも平衡系における) 热現象を《ミクロとマクロの関係》として説明することに成功した統計力学の理論構造を概観する. 後者は, ミクロ世界のランダムな極めて高い運動性をマクロ世界での秩序立った高次の能動的運動に変換する上で, 物性物理学・現代工学の理論的基礎としても大きな役割を演じ, 現代物理学の主柱の一つをなす.

ここでのキーワードは, 《熱現象=見えないミクロ運動のマクロ世界への現われ》という基本的構図である。

II) 热力学の基本構成

1) 热力学における時間と热平衡概念→「热力学第0法則」

热力学第0法則: 2物体の「热平衡的接触関係」が推移律を満たす「同値関係」である, という経験的事実に基づいて, 「热平衡状態」の概念=《状态規定》及びその同値類のパラメータとしての「温度」概念に理論的根拠を与える基本法則。

a) この経験的事実を「当然のこと」と見做しているせいなのか, 第0法則あるいはその重要性の指摘を「忘れた」热力学の「教科書」がしばしば見られるのは, 残念なことである。それは, 次項 b) とも密接に関係した問題を孕んでいる。

b) 「热平衡」とそこでの「無限に長い時間」について: 「热平衡的接触」, 「热平衡状態」における「热平衡」とは, 「無限に長い時間, 放置しても(見掛けの)状態が変わらない」というのが常識的な「定義」。だが, 「無限に長い時間」とは何か? 実は, 「ボアンカレ再帰時間」や背景時空の宇宙進化等の効果を考えるなら, この「無限に長い時間」は余り長過ぎても「平衡性」を破ってしまうし, 他方, ミクロ世界の「ゆらぎ」の効果が見える程短過ぎても困る。つまり, 「程々に長い(!)時間」でないと成り立たない微妙な概念なのだ。ただ常識的感覚からは, その「程々」が通用する範囲が随分広いので, (物理学者も含めて) 誰もその「微妙さ」には大してこだわらずに済んでいるという次第。しかしながら, こういう热力学第0法則という巨視的世界での経験的事実に基づく「温度」や「热平衡」の概念が, 宇宙論で論じられるような「宇宙初期 10^{-35} 秒」などといった極限状況にまで, 果たしてそのまま外挿可能なものか否かは, 決して「自明な」ことではあり得まい。

一般に, 概念・法則の数学的定式化は, 「厳密」科学・数理科学における不可欠の方法であるが, そこには常に功罪両面が伴っている。即ち, ひとたび概念・法則の数学的定式化に成功すると, それらを本来成り立たしめていた前提条件・現実的状況を抜きにして, 抽出された数式・技法のみが一人歩きを始め, 元々の前提条件のない領域へも形式的に適用するということが可能になる。それによって, 人間の「直観」だけでは到底届き得なかった自然の新しい広大な領域に及ぶ理論の飛躍がなされ, 科学が進歩することが, しばしば起きる一例えば, Einstein の一般相対論のように。こういう大胆な《外挿法》を可能にするところに, 科学の数学的定式化がもたらす大きな威力があると同時に, 他方, 見当違いの状況への「機械的適用」による誤りを誘い込む「落とし穴」もそこに隠されている。こういう意味で, 「科学者への盲信」は危険でもあり得る。

2) 热力学第1法則：エネルギー保存則と熱量概念の定義

- ・「第1種永久機関」の不可能性
- ・ミクロとマクロへの系の「分割」としての第1法則： Dilation と呼ばれる数学的方法によれば、散逸的な不可逆過程は（ある数学的条件の下で），大きな可逆的保存力学系に部分系として埋め込むことができる。この観点から見れば、第1法則が意味する物理的内容は、対象となる熱力学系の内部におけるミクロの「分子運動論的」な力学的世界の中に全系を「埋め込」んで，

熱量 = 「見えない」ミクロ世界の「分子運動」の運動エネルギー

として、質的に熱をマクロ部分でのエネルギー収支から区別すると共に、量的には全系の保存するエネルギーと対等に扱うということを意味している。

3) 热力学第2法則：孤立系のエントロピー増大則と不可逆性 = 「時間の矢」

- ・「第2種永久機関」の不可能性
- ・第0法則が与える《状態規定》，即ち，（熱力学的）状態 = 温度平衡状態に基づいて記述される熱力学的対象系の《状態変化》の法則性を記述すると同時に、その変化の仕方・方向を特徴付ける量としてのエントロピーの定義を与える。
- ・熱力学理論の表面には、どこにも「時間」が露わに顔を出さない！そこで、「それは、熱力学は平衡状態を扱う理論だからだ」との誤った主張がしばしば（物理学者も含めて）なされる。にもかかわらず、第2法則が主張するのは、《熱力学的状態変化》の「不可逆性」，即ち、「時間的」方向性の問題である。実は、熱力学理論が本来目指したもののは、熱機関の非平衡的（循環）過程の記述であり、「熱平衡状態」の概念は、その非平衡過程 = 時間的変化を記述する上で不可欠な「基本語彙」として持込まれたものに「過ぎな」かったのだ！
- ・可逆と不可逆／秩序・構造とゆらぎ／再帰性とエルゴード性
- ・「準静的過程」の謎：エントロピーの熱力学定義には、「熱平衡」を破らないように「無限の時間をかけて準静的に」系を変化させて、云々，という「謎」めいた表現が至る所に現われて、初学者を悩ませる。しかし、ミクロ時間とマクロ時間、無限小・無限大について、不十分ながら議論してきた我々には、最早、これは大した問題ではないだろう。要するに、ミクロ系が熱平衡に達するに要する時間（緩和時間）を基準として「無限に見える」ほどに十分長い有限の（マクロ）時間をかけ、「殆ど」平衡性を破ることなく系の状態を変化させる過程を想定せよ、ということに過ぎない。

4) 热力学第3法則：Nernst の定理 [エントロピーの基準点 = 絶対零度 = 真空状態]

III) 統計力学

- 1) 热力学が、熱現象を巡って、ひたすらマクロの側から（ミクロ世界の構造の詳細には一切触れることなく），ミクロ世界／マクロ世界の相互関係の問題を巧妙なやり方で論じてきたのに対して、統計力学は、最初からその出発点をミクロ世界におく。それによって、熱力学が現象論的にしか取扱えなかつ多くの重要な

問題が、ミクロ世界における莫大な数 (Avogadro 数 = 6×10^{23} 分子/L) の構成要素とその運動法則に、統計的手法を施すことによって、明快に理解され、予言を与えることが可能となった。それによって、「熱」現象と「可視性」・制御可能性の関連に関する上述熱力学 2)項の見方は、根拠付けられたと言えよう。

- 2) Boltzmann vs. Gibbs: 多粒子系の中の 1 粒子の統計的振舞 (\rightarrow 平衡条件 = 詳細釣り合いの原理) と、多粒子を含む一つの物理系全体の「仮想的」統計集団 (\rightarrow 平衡状態 = Gibbs 統計集団) .
- 3) この (Gibbs の) 統計力学の手法を量子論と組合させて得られる「量子統計力学」の枠組は、Haag その他や富田・竹崎らによる作用素環的研究によって、数学的にもその深い理論的本質が明らかになっている。 \rightarrow KMS(久保-Martin-Schwinger) 条件と富田-竹崎理論.
- 4) そこでは、時間の複素平面上への拡張が重要な役割を演ずるが、これは、物理的手法として、温度を虚数時間パラメータと関係付ける松原の温度 Green 関数の概念や、更には、粒子生成によってブラックホールの「蒸発」を引き起こす Unruh-Hawking 効果とも、興味深い理論的関連を有する。
- 5) 热力学と相対論の関係: 温度・熱の Lorentz 変換とは? これは、次の非平衡統計力学の問題と共に、未だ最終的決着のついていない問題。[ref. I.Ojima('86)]

IV) 非平衡統計力学と量子情報理論

1) 非平衡統計力学

現在の統計力学において、理論的完成の域に達していると言い得るのは、「平衡系の熱力学」のミクロ的基礎付けに関わる部分のみである。上に述べたように、熱力学の本来の目的が、非平衡過程の(現象論的)記述にあるとするならば、それに対応するミクロ理論としての「非平衡(量子)統計力学」は、未だ未完成であり、現在建設途上の問題である。

- a) 線型応答の久保理論 (= 線型不可逆過程の統計力学)
 - ・輸送係数の摂動論的導出
 - ・揺動散逸定理
- b) 非線型応答領域への拡張とエントロピー生成概念に基づく非平衡定常性の定式化 [ref. I.Ojima, H.Hasegawa & M.Ichianagi('88); I.Ojima('89)]
 - ・熱力学第 2 法則によって提起された、可逆と不可逆、「時間の矢」、ミクロゆらぎと高次階層における秩序・構造との関係等々の、本質的問題はやっとここまで来て、本格的な議論の対象となり得る。
 - ・非平衡定常性に本質的に付随する空間的非均一性の問題 \rightarrow 多熱浴モデル
ここで初めて空間概念が「現実化」する? [実のところ、空間概念の本性は私には、未だよくわかった気がしない!!]
 - ・非平衡開放系の有する流れの中での「動的平衡構造」とその「能動的」振舞
 \rightarrow 「自己組織系」、生命科学との接点の問題へ。

2) 量子情報理論

統計力学 1)項で触れた「統計的手法の導入」について言えば、統計学本来の立場からは、その極く一部が取込まれたに過ぎない。見えないミクロ世界を「統計的母集団」とし、見えるマクロ現象を「統計的標本」と見るような統計学的手法やエントロピー概念の本格的展開は、Shannon による情報理論に譲ることとなる。これは、「古典系」を扱うものであるが、その量子論的対応物は、最近の光通信の技術・理論の飛躍的発展と相まって、「非可換確率論」、「量子情報理論」の名の下に現在活発に研究されている。これは「開放系の量子論」として、上の非平衡統計力学や量子観測過程の問題とも、深い理論的つながりをもつ。

V) 確率過程における時間：時間の矢、不可逆性

1) 散逸性を伴う不可逆的時間発展 → 確率過程論による記述。

2) 不可逆過程の可逆力学系への埋め込み = dilation

↓ ↑

可逆力学系からの「粗視化」による不可逆過程の導出

= 条件付き期待値 + 時間スケールの変換 (\rightarrow van Hove limit)

3) 不安定力学系における散逸性の生成

「時間演算子」と K-system, mixing property

例：パイこね変換

4) 量子確率過程論と連続的量子観測過程

第4日目：宇宙進化と《科学 vs. 歴史》／未来へ向けての科学の役割とは？

I) 一般相対論・宇宙論

1) 一般相対論の理論構成：等価原理 + 一般座標変換の下での共変性

2) 等価原理と《local physics》の考え方

vs.

《時空多様体》の概念：過去から未来永劫に亘る「あらゆる時空間」全てを包括した「閉じた世界」の記述様式への要求

\rightarrow 「宇宙原理」 (= 一様等方性の仮定) による強引な外挿法でこの gap を補う。

3) Einstein 方程式 \rightarrow 物質運動と時空構造の相互規定的関係

Einstein 方程式の左辺 = 時空幾何学

右辺 = 物質・エネルギーの統計熱力学的寄与

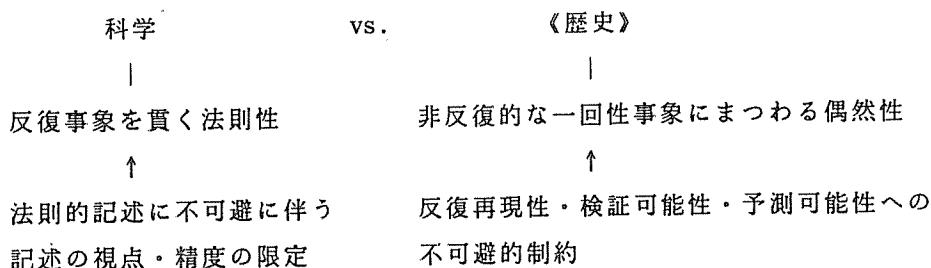
\rightarrow 時空は、もはや Newton が考えたような単なる「空虚な入れ物」ではなく、その中の物質の運動の仕方を規定する [→重力相互作用] 一方で、

Einstein 方程式を通じて、物質運動のあり方によってその構造が定まる一つの物理的実体に転化する。このことは、第1日目に述べた《時間の起源》= 物質運動相互の間の相関関係、という視点からは、むしろ極めて自然な帰結であり、本来あるべき姿を取り戻した、というべきもの！

4) 一般相対論での観測可能量とは? → Møller; 「超多時間理論」の復権へ?

5) 宇宙進化: 《歴史的》進化過程としての時間発展

→ もはや《時間並進対称性としての時間発展》では狭過ぎるのでは?



II) 最後に

1) ミクロ vs. マクロ

何故「分ければ(分析)分かる(理解)」のか?

i.e. よりミクロに行けば行くほど、より反復・可逆・法則的、普遍的な対象。

構造が見出されるのは何故か? それはどこまでも通用することなのか?

2) 時空的記述 vs. Dynamical viewpoint

→ 科学的・法則的認識 vs. 「未来への予測・指針」

「湯川のマル」 vs. 「朝永のネコの眼」

↓

↓

非局所場・素領域・弦理論 超多時間理論→相互作用表示

Feynman's path integral vs. Wheeler-De Witt equation

▽一般相対論: 「与えられた」時空多様体の time-slicing としての

空間的3次元多様体の時間発展を記述する見方

→ 時空的記述における先駆的決定論=「予定調和説」(ref. 解析力学の変分原理)

vs.

Dynamical viewpt における未来の非決定性と不可逆性・歴史性・自由論

3) 未来へ向けての科学の役割とは?

科学とは、本来、(近似的に)反復する現象から抽出された(近似的に)「再現可能」な「法則」に基づくものであるが、本来、自然の中に《完全に同じ2つの物・事象》は、あり得ない。[それは形容矛盾!!]

従って、《最も厳密な意味では》、どんな自然現象も非反復的な一回性の事象であり、科学的法則的認識によっては予測できない側面が含まれることは、避けられない。しかし、これは決してペシミスティックな「不可知論」を説こうということではない。科学がなすべきことは、過去・現在を通じての対象の振舞から法則的認識を引き出し、それに基づいて、未来において起こり得る可能な事象の

リスト（「完全な」ものではあり得ないが）を作り〔分類問題〕，現在可能な対象への働き掛けの「手段」（=対象系への外力運動の相互作用）のうち何れを選択すれば，どの可能性がどれだけの確からしさを以て実現されるか〔分岐過程〕，ということを明らかにすること。多分，それ以上でも以下でもあり得ないだろう。

このスキームは，既に量子力学の観測過程の構造において馴染み深いものであり，また，非平衡定常状態の実現過程や通信過程の理論においても，類似のパターンを確認することができる。我々の現実世界での行動様式もまた，多分それに近いものであろう。問題は，マクロ世界の現象が，実は「見えない」ミクロ自然の運動によって深く支えられ，過去から現在にいたる自然の歴史過程の中から生まれてきたものだという，包括的な自然史像を欠如したまま，短期的利害の追求に我々が目を奪われるならば，それによって，長期的視点では自然からの手痛いシッペ返しを食わざるを得ないということである。そうならないために科学が何を成し得るか，それが今真剣に問われているのだろうと私は思う。

—謝辞—

こういう形での講義の準備は，普段，専門家だけを相手に議論していると，既知の前提として見過ごしがちな重要な基本問題を，改めて整理して考え直す上で，非常に有益な作業となりました。当研究所教授・荒木不二洋先生には，そうした貴重な機会をお与え下さったことを心より感謝致します。また，明治学院大学教授・豊田利幸先生には，講義の全体的な構成を考える上で頂いた有益な御助言に対して，心よりお礼を申上げます。

3) 未来へ向けての科学の役割とは?

科学とは、本来、(近似的に) 反復する現象から抽出された(近似的に) 「再現可能」な「法則」に基づくものであるが、本来、自然の中に《完全に同じ2つの物・事象》は、あり得ない。[それは形容矛盾!!]

従って、《最も厳密な意味では》，どんな自然現象も非反復的な一回性の事象であり、科学的法則的認識によっては予測できない側面が含まれることは、避けられない。しかし、これは決してペシミスティックな「不可知論」を説こうということではない。元々、科学がなすべきことは、過去・現在を通じての対象の振舞から法則的認識を引き出し、それに基づいて、未来において起こり得る可能な事象のリスト(「完全な」ものではあり得ないが)を作り〔分類問題〕、現在可能な対象への働き掛けの「手段」(=対象系への外力運動の相互作用)のうち何れを選択すれば、どの可能性がどれだけの確からしさを以て実現されるか〔分歧過程〕、ということを明らかにすること、多分、それ以上のものではあり得ないだろう。既にこのスキームは、量子力学の観測過程の構造において馴染み深いものであり、また、非平衡定常状態の実現過程や通信過程の理論においても、類似のパターンが確認できる。

ここで、更に想像を逞しくし、アナロジーの飛躍による「ハネアガリ」の議論を許すなら、我々の現実世界での行動様式もまた、恐らくはそれに近いものであるに違いない(元来「科学」自身が、人間による自然への働き掛けという一つの「行動様式」を起源として生まれ、相対的に「自立化」するに至ったものだとすれば、あるいはそれはむしろ当然のことかも知れないが ...)。勿論、そこまで議論を広げてしまうと、最早この講座での本来のテーマであるべき「数理科学」はおろか、「科学」一般の枠をすら越え、工学・技術や文化・価値観の領域にまで踏込むことにもなりかねない。そういう意味では、「科学」が現実世界に対して直接なしうることは、元来、極めて限られた迂遠なもの、間接的・抽象的なものでしかないとすべきかも知れない。けれども、現代科学が総体として提示しつつあるこうした歴史的な自然観——マクロ世界の現象が、実は「見えない」ミクロ自然の運動によって深く支えられ、過去から現在にいたる自然の歴史過程の中から産み出されてきたものだという包括的な自然史像——、そういうものを無視したまま、短期的利害の追求に我々が目を奪われるなら、長期的視点において、自然からの手痛いシッペ返しを食わざるを得ないということ。それだけは、今「科学」が確かな根拠をもって主張すべき最重要な論点の一つに違いない〔ゲーデルの不完全性定理同様、こういう「否定命題」だけは「確實に」言える!! ただし、それを「否定」とのみ見るのは、実は早計で、実際には、むしろより大きな可能性が開けていることの兆候なのかも知れない——丁度、ゲーデルの不完全性定理からモデル理論の豊かな地平が切り拓かれたように!〕。

もし我々の子孫と彼らが生きるべき未来の地球・自然環境に対して現在我々が課しつつある大きな「負債」に眼をつぶり、自ら意図せぬまま、文字通り「我が亡き後に洪水よ來たれ」の愚を犯す道を選びたくないならば、今我々は自らと自然に対して何をすべきであり、また何を成し得るのか? 更には、単なる「危機への対処」といった消極的次元を超え、より深い自然の理解に立った自然－人間関係の新しい局面を想定することによって、恐らくは古人が無意識のうちに身につけ実践してい

た「生活の智恵」をも, より高い意識的・科学的文脈において現代に取り戻しつつ, 躍動する真に豊かな自然観・生命観・価値観を創り出すという未来への明るい展望は, 最早完全に閉ざされてしまったのだろうか? もしその余地がたとえ僅かなりとも残されているとするならば, それに向けて科学が果たし得るもっと積極的で重要な役割があり得るに違いない。それこそが, 「時間論」においてもっとも真剣に問われるべき中心的課題ではないかと私は思う。