昭和55年度(第5回)数学入門公開講座テキスト(京都大学数理解析研究所, 昭和55年8月4日～8月7日開催)

# 数学入門公開講座

昭和55年７月29日（火）から８月７日（木）まで

| 時間＼日 | 7月 29日（火） | 30日（水） | 31日（木） | 8月 1日（金） | 2日（土） | 3日（日） | 4日（月） | 5日（火） | 6日（水） | 7日（木） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13:15〜14:45 | 数値計算の落し穴（一松） | | | | | | 地底の物体の形について（松浦） | | | |
| 14:45〜15:00 | 休　憩 | | | | | | 休　憩 | | | |
| 15:00〜16:30 | 電気振動の話（上田） | | | | | | 流体の数理（後藤） | | | |

京都大学数理解析研究所

# 講師及び内容

## 1. 数値計算の落し穴（6時間）

京都大学数理解析研究所教授　一　松　　信

電子計算機の発展により、かつては大変だった計算が容易にできるようになった。しかし電子計算機はブラック・ボックスであり、扱える数値の範囲の制限などの理由により、機械的な計算を不用意に進めると、とんでもない結果になることが多い。この講義では必要に応じて電卓を使って、その種の実例を示し、数値計算の結果の精度保証が意外に困難であることを解説する。

## 2. 電気振動の話（6時間）

京都大学工学部助教授　上　田　睆　亮

社会生活と密接に結びついた電力や通信システムの基礎となる電気・電子回路における振動現象の数理について初等的な解説を試みる。

## 3. 地底の物体の形について（6時間）

京都大学数理解析研究所教授　松　浦　重　武

上記表題のもとに、直観的な立体図形（および平面図形）の問題について解説する。

## 4. 流体の数理（6時間）

京都大学数理解析研究所助教授　後　藤　金　英

流体とは気体・液体を理想化した連続体である。この講義では、流体の力学において数学がどのように用いられ、又流体力学が数学にどのような影響を与えたか、数学と流体力学の関りあいを、出来るだけ平易な例題を用いて紹介したい。

# 時　間　割

| 時間＼日 | 7月29日（火） | 30日（水） | 31日（木） | 8月1日（金） | 2日（土） | 3日（日） | 4日（月） | 5日（火） | 6日（水） | 7日（木） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13:15～14:45 | 数値計算の落し穴（一松） | | | | | | 地底の物体の形について（松浦） | | | |
| 14:45～15:00 | 休　憩 | | | | | | 休　憩 | | | |
| 15:00～16:30 | 電気振動の話（上田） | | | | | | 流体の数理（後藤） | | | |

# 3. 地底の物体の形について

講師： 松浦重武

期間： 昭和55年8月4日～7日

時間： 13：15～14：45

# 地底の物体の形について

松浦重武

## 1. 問題の設定

地球の表面Sは(簡単のため)球面であるとし、地底に埋もれる一つの物体Aを考えよう(図1)。この話の主題は、地球表面の各点からAを観測することによりAの形状を知ろうということにある。

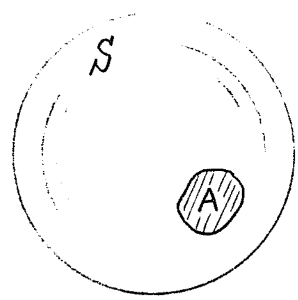


図1

観測手段はいろいろあろうが、ここでは"直進する強力な超音波のようなもの"(?)を想定している。これは立体図形の問題なので、次のように言い直した方が良いだろう。地球が透明なガラスで出来ているとして、その中に不透明な物体Aがあるとし、それを地球表面の各点から観測するのである。

もし A が球体であるとするならば、S上のどの点 $p$ から見ても、Aは"まるく見える"ことになる。"まるく見える"という意味は、$p$ から出発してAの各点を通る半直線の全体 $C(p, A)$ が、一つの(無限に伸びた)直円錐になるということである(図2)。

直円錐(以下簡単のために単に円錐という)ならば、その

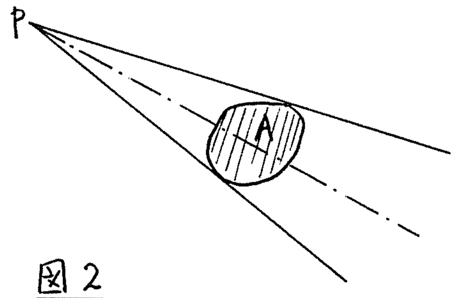


図2

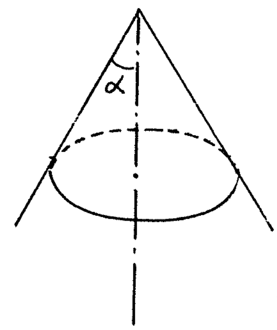


図3

中心線の方向および頂点における開きの角度αがきまる. それは点pが動くにつれて連続的に変るであろう。

問題はその逆である. すなわち:

「球面Sの内部に未知の図形Aがあるとして, Sの各点pから見てつねに"まるく見える"ならば, Aは球であろうか?」

ここでS上の点pからAを見たときの視線の全体のなす円錐C(p, A)の中心線の方向や, 頂点における開きの角度がpと共に連続的に動くことは仮定しない。

## 2. 平面図形の場合

前節で述べた問題を平面図形の場合に置き換えて, さらに条件を強めるとどうなるか。これは, 昨夏の公開講座で取り扱った問題であるが, 次のようなものであった(図4).

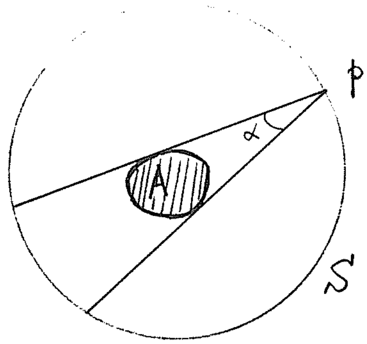


図4

「円の内部に含まれる図形Aが円周$S$の各点$p$から見るとき，その視線の集まりがつねに一定の角度$\alpha$であるとするならば，Aはもとの円と同心円であるか？」答は，$\alpha$の値によるのである。すなわち，角度を弧度法で測るとき，$\alpha/\pi$ が無理数のときは"yes"。 $\alpha/\pi$ が有理数のときには，それを既約分数$m/n$としたとき，$m$と$n$が共に奇数ならば"yes"であるが，どちらか一方が偶数ならば"no"となる。（度数で測るときには$\alpha/\pi$ の代りに$\alpha/180$で考えればよい）。

その理由を述べる余裕はない（公開講座一夏分の時間が必要！）

## 3. 立体図形の場合

平面図形の場合に比して，答は簡単である。"角度一定"などという条件をつけないにも拘らず，答はつねに"yes"となる。その証明には，トポロジーの一つの定理（Browerの領

域不変の定理）を援用するが，あとは全く初等的かつ直観的である。問題をもっと高次元にしても（3次元以上ならば）つねに"yes"となる．

## 4. その他の問題

時間に余裕が出来るならば，定幅曲線，定幅立体の話や，「平面による切口がつねに定幅曲線となる図形は球に限る」などに触れたいと思う。最後の定理は初等解析学の定理の精密化と関連を持っている。