

# マルコフ連鎖と混合時間

## — カード・シャッフルの数理 —

### 正誤表

Update: 2011年8月4日 熊谷 隆

- 33ページ下から20-16行目: 「混ざったカード」以降を以下のように訂正  
混ざったカードの中に  $1, 2, \dots, k$  は下からこの順で入っており、また  $k+1, \dots, d$  もこの順で入っているが、 $k+1$  は  $k$  より下に下に入っている。言い換えると、以下の  $\mathcal{R}$  の元に属する置換を選んだ事になる。

$$\mathcal{R} := \{ \pi \in \mathcal{S}_d : 1 \leq l \leq d-1 \text{ なる } l \text{ があって、} \pi(1) < \dots < \pi(l) > \pi(l+1), \\ \pi(l+1) < \dots < \pi(d) \}$$

- 33ページ下から12行目の式:  $\frac{{}_d C_k}{2^d} \cdot \frac{1}{{}_d C_k} \rightarrow \frac{{}_d C_l}{2^d} \cdot \frac{1}{{}_d C_l}$
- 34ページ下から17行目: 推移行列  $\rightarrow$  推移確率
- 35ページ下から14行目:  $\mu(B) - \nu(B) = 1 - \mu(B^c) + 1 - \nu(B^c) \rightarrow \mu(B) - \nu(B) = 1 - \mu(B^c) - (1 - \nu(B^c))$

- 35ページ系2.7の次の行: 以下の文章を追加する。

例1.1は既約ではない。(実際、 $\mathcal{U}_1$  が群をなすので、 $\delta_{id}$  から出発するマルコフ連鎖は、 $\mathcal{U}_1$  の中だけを動く。既約ではないので、前のページで例1.1が  $\mathcal{S}_d$  上の一様分布を可逆分布として持つ、と書いたのは多少不適切で、 $\mathcal{U}_1$  上の一様分布を可逆分布として持つというべきであった。) 例1.2-1.5は既約である。(マルコフ連鎖を繰り返すことで正の確率で任意の互換を作り出せることを示すと(互換は  $\mathcal{S}_d$  を生成するので) よい。)

- 36ページ下から1行目: 「 $\leq 2\tilde{P}_{(x,y)}(\tau_{\text{couple}} > n)$ 」を削除
- 38ページ10-13行目: 「 $\pi \in \mathcal{S}_d$  が」以降を以下のように訂正  
今、 $\pi(i) > \pi(i+1)$  となる  $i$  が丁度  $s$  個あるような置換の全体を

$$\mathcal{R}_s := \{ \pi \in \mathcal{S} : 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_s \leq d-1 \text{ があって、} \pi(1) < \dots < \pi(j_1) > \pi(j_1+1), \\ \pi(j_1+1) < \dots < \pi(j_2) > \pi(j_2+1), \dots, \pi(j_s+1) < \dots < \pi(d) \}$$

と置き、 $r = s+1$ ,  $\pi \in \mathcal{R}_s$  とする。

- 38ページ15行目、(3.2)、23行目、25行目:  $j_2, \dots, j_s$  を  $(j_2 - j_1), \dots, (j_s - j_{s-1})$  に訂正、 $j_2! \dots j_s!$  を  $(j_2 - j_1)! \dots (j_s - j_{s-1})!$  に訂正
- 38ページ下から21-19行目: 「シャッフルの結果」以降を以下のように訂正  
シャッフルの結果が  $\mathcal{R}_s$  の元になるには、まず  $a$  個の山に分け、そのうち  $(a-r)$  個の山についてはシャッフルの際にカードの相対的な順序が変わらないようにシャッフルされなければならない。
- 38ページ下から5行目: 「また、」に続く部分を以下のように訂正  
 $\pi \in \mathcal{R}_{r-1}$  とすると (3.3) より

- 39 ページ 1 行目: 「ただし  $A_{d,r}$  は、」 に続く部分を以下のように訂正  
 $\mathcal{R}_{r-1}$  に属する元の数 (これは  $\mathcal{S}_d$  の元のうち、昇数字列が丁度  $r$  個あるものの数に等しい) とする。
- 41 ページ 1 行目:  $U(A_j) = n \cdot (n-1) \cdot (j+1)/n! = 1/j!$  →  $U(A_j) = n(n-1) \cdots (j+1)/n! = 1/j!$
- 42 ページ (4.3):  

$$P\left(\frac{1}{n}|T_{n-j} - E[T_{n-j}]| \geq \theta - \alpha\right) = \frac{\text{Var}[T_{n-j}]}{n^2(\theta - \alpha)^2} \rightarrow P\left(\frac{1}{n}|T_{n-j} - E[T_{n-j}]| \geq \theta - \alpha\right) \leq \frac{\text{Var}[T_{n-j}]}{n^2(\theta - \alpha)^2}$$
- 43 ページ 3 行目: 「既約な可逆マルコフ連鎖とし」 → 「既約な可逆マルコフ連鎖について」
- 43 ページ 5 行目: 「固有関数 (つまり  $PV_i = \beta_i V_i$  なる関数)」 → 「直交する固有関数 (つまり  $PV_i = \beta_i V_i$ ,  $i \neq j$  のとき  $\sum_{x \in \mathcal{S}(n)} V_i(x)V_j(x) = 0$  なる関数)」

正誤表の最新版は、以下の URL で入手できます。

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kumagai/Koukai-errata-TK.pdf>