「確率論」（熊谷隆著　共立出版）正誤表２．２

Update: 2007 年 1 月 5 日

以下は，重版出版後に見つかったミスです．間違い・問題点をご指摘下さった，宮本宗実氏，志賀徳造氏，富崎松代氏，猿子幸弘氏，戸田アレクシ哲氏，梶野直孝君に感謝いたします．
（*は 2007 年 1 月に新たに追加したものです。）
****
⋄ 注意 ⋄「P11, l. 3 」,「P11, l. (-4)」は，それぞれ「11 ページ 3 行目」,「11 ページ下から 4 行目」の意味.

P24–25, 定理 1.3.5 の証明：以下のようにすると証明が少し短くなる．P25, l. 8 までは元と同じ．この評価を使うと，

$$E\Big[\sum_{n=1}^{\infty}\Big\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)\Big\}^4\Big] \le C\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}<\infty$$

ここで無限和と平均の交換ができるのはフビニの定理（定理 A.2.9）による．よってこの無限和自身が確率 1 で収束する．したがって $P(\{\omega : \lim_{n\to\infty} S_n(\omega)/n = m\}) = 1$ となり，結論を得る．

P28 の正規数についてのコメント：d 進正規数には，以下のような定義もある（「岩波数学辞典（第３版)」や，参考文献の [P1] などはこの定義を採用している）.

テキスト P28 のように, x を d 進展開した列を $x_1, x_2, \cdots$ とする. 任意の $b_1, b_2, \cdots, b_n \in \{0, 1, \cdots, d-1\}$ に対して，$x_1, \cdots, x_k$ の中に $b_1b_2\cdots b_n$ というパターンが現れる個数を $N_k(x, b_1b_2\cdots b_n)$ とおく．すべての $n, b_1b_2\cdots b_n$ に対して

$$N_k(x, b_1b_2\cdots b_n)/k \stackrel{k\to\infty}{\longrightarrow} 1/d^n$$

となるとき，x を d 進正規数と呼ぶ.

この定義を採用すると，例えば $b_1b_2\cdots b_n$ に当たるパターンが 111 で $x_1x_2\cdots x_{10} = 1111211112$ のとき，1111 には 111 というパターンが 2 回現れるので $N_{10}(x, 111) = 4$ となる．この定義の方がテキスト中の正規数の定義より条件が強いが，d 進正規数の定義を上のようにしたとしてもテキスト P29 の定理 1.3.8 は成立する．実際，例えば $n = 2$ の場合 $Y_i(x)$ を $x_i^d x_{i+1}^d$ が b_1b_2 のとき 1，それ以外のとき 0 とすると（x を d 進展開したときの d^{-n} の係数を x_n^d とした），$\{Y_{2i}\}$, $\{Y_{2i-1}\}$ はそれぞれ独立変数列だからそれぞれに大数の強法則を用いることにより結論を得る.（「エルゴード定理」と呼ばれる定理を用いた証明も可能である．[P1] の P346 参照.）なお，正規数という概念はボレル (Borel) によって 1909 年に導入されたものである．

P49, l. (-8): $P_{n+n'} \ge P(S_n \ge an, S_{n+n'} - S_n \ge an') = P_nP_{n'}$
　　$\rightarrow$ $p_{n+n'} \ge P(S_n \ge an, S_{n+n'} - S_n \ge an') = p_np_{n'}$

*P52, l. (-8): $\liminf_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log E[e^{\tau\hat{S}_n}1_{\{\hat{S}_n\geq 0\}}]=0 \quad\to\quad \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log E[e^{\tau\hat{S}_n}1_{\{\hat{S}_n\geq 0\}}]=0$

*P90, l. (-9): （Y_0 は任意の $\mathcal{F}_0$-可測関数） → （Y_0 は任意の $\mathcal{F}_0$-可測な可積分関数）

*P91, l. (-3): $+(N+1)P(A^c)$（τ も同様） → $+E[X_{N+1}:A^c]$（τ_A も同様）

*P92, l. (-12): $\mathcal{G}$ 上の測度 μ を，各 $A\in\mathcal{G}$ に対して $\mu(A)=E[X:A]$ で定義する．すると μ は加法的集合関数（付録 A 参照）であり， → $\mathcal{G}$ 上の加法的集合関数（付録 A 参照）μ を，各 $A\in\mathcal{G}$ に対して $\mu(A)=E[X:A]$ で定義する．すると μ は

*P97, l. 1–4: 記号の使い方に多少問題があるが，ここでの N は「サイコロを投げられる残り回数」である．よって，例えばサイコロを最大 6 回振ることが許されているときには,「１回目は６が出たら止める，２回目から４回目は５以上が出たら止める，５回目は４以上が出たら止める」という戦術が最適戦術である.（文中の「$N=1$ のとき：とにかく投げる」の部分は，削除する.）

*P100, l. 9: 括弧の最後に,「また，最後の等式で，$\{A_{n-1,i}\}_{i=1}^{n-1}$ が排反で $\Omega=\cup_{i=1}^{n-1}A_{n-1,i}$ であることを用いた.」を追加する．

*P110, l. 11: さらに，u,r が，ある $\sigma>0$ を用いて → さらに，u,d が，ある $\sigma>0$ を用いて

*P110, l. (-6): $\mathrm{Var}[Y_j^n]=E[(X_j^n)^2]-(E[X_j^n])^2 \quad\to\quad \mathrm{Var}[Y_j^n]=E^*[(Y_j^n)^2]-(E^*[Y_j^n])^2$

*P110, l. (-8)–P111, l. (-7): この間に現れる期待値記号 E は E^* の誤り．

P116, l. 2: 以下この本では，簡単のため → 以下この本では連結なグラフのみを取り扱い，また簡単のため

P120, 命題 3.1.7 に関する注意: (3.1.4) の解の一意性は，無限グラフの場合は一般に成り立たない.（例えば $\mathbf{Z}$ で $V'=\{a\}, f(a)=1$ とすると，無限遠に近づくにつれて $\alpha\in\mathbf{R}$ に近づく解を作ることができ，α の取り方分の任意性がでる．同様に，例えば $V'=\{a,b\}$, $f(a)=1, f(b)=0$ 他で調和としたディリクレ問題の解も一意ではない.）その場合も (3.1.5) の下限をとる関数は一意的である．
無限グラフにおける一意性の議論の際は，考える関数空間をきちんと定める必要がある.（さもないと，例えば命題 3.1.5 の無限和の差の議論が無効になる.）これに関して本文中で誤った記載はないが，正確には 3.2.1 で無限グラフ上の電気回路を設定するとき，L^2 空間（$\sum_{x\in G}f(x)^2<\infty$ となる関数全体の空間）上で議論を行うことを宣言すべきであった．

P124, l. (-7): $P_{t_1}(x_0,x_1)\cdots P_{t_n}(x_{n-1},x_n) \quad\to\quad P_{t_1}(x_0,x_1)\cdots P_{t_n-t_{n-1}}(x_{n-1},x_n)$

P142, l. (-2): この説明は多少乱暴であるが，２点 a,b をショートすることによりその a,b は同一視され，P142, l. 13 で必然的に $v(a)=v(b)$ となると解釈して頂きたい．なお，この本ではショートの厳密な定義を与えずに議論を進めたが，この定義を，例えば [1], P21 のように与えると，より厳密に議論を展開することができる．

P156, l. (-6)：この不等号は逆向きであり，このままでは証明ができていない．命題 3.2.9 の $b) \Rightarrow a)$ の証明は，以下のように修正すればよい．

命題 3.1.21 により，

$$R^{G_n}_{(n)}(x_*, \partial\bar{V}_n) = (\frac{1}{2}\sum_{\substack{x,y\in\bar{V}_n \\ \{x,y\}\in B_n}} (f(x)-f(y))^2 \times 1)^{-1}$$

を満たすポテンシャル f で $f(x_*) = 1$, $f|_{\partial\bar{V}_n} = 0$ を満たすものが存在する．境界の定義により，$\partial V_n \subset \partial\bar{V}_n$ なので $f|_{\partial V_n} = 0$ となり，命題 3.1.21 により (3.2.10) は「$\geq$」として成立する．後は，テキストの証明を続けることにより，P156, l. (-6) の不等号は等号として成立する．

P198, l.(-4)： 盛田健彦,『測度論と実解析の基礎』, 培風館, 近刊. → 盛田健彦,『実解析と測度論の基礎』, 培風館, 2004.

P199, l.(-12)： 服部哲弥,『数理物理学（仮題）』, 共立出版, 近刊. → 服部哲弥,『ランダムウォークとくりこみ群 - 確率論から数理物理学へ 』, 共立出版, 2004.

参考文献

[1] W.Woess, Random walks on infinite graphs and groups, Cambridge Tracts in Math. **138**, Cambridge University Press.