数理解析研究所講究録
第 33 巻 1967 年 167-173

動特性推定法の問題点

東大 工　茅 陽一

プロセス・機器などの動特性を，試験信号を用いて，あるいは操業データから推定する問題は，近年工学全般に共通する問題として広く研究されている。ここでは，はじめに，従来の研究状況を別刷印刷物を用いごく簡単に紹介したあと，その問題点について論ずる。

1. 従来の手法

以下，次の仮定を行なう。

1)対象は一入力，一出力である。

2)対象は線形オートノマスで，可観測である。

その伝達関数を $G(s)$，インパルス応答を $g(\tau)$ とする。

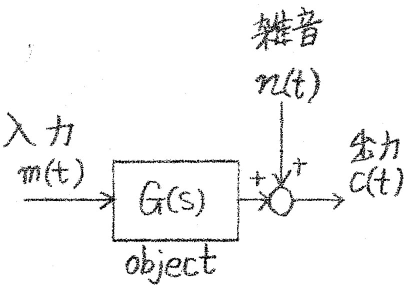


図 1

3)入力 $m(t)$ と雑音 $n(t)$ は非相関である。

殆どの手法は，基本的には，図２のように，対象とモデル

の出力差 $e(t)$ の二乗平均を最小とするようパラメータを定める方式をとっている。

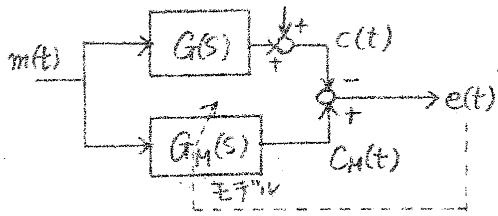


図2

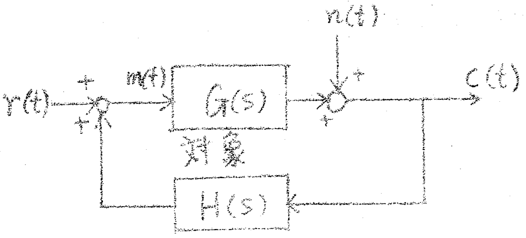
下表(1.3), 2.1, 2.2, 3.1 は線形パラメータ推定, 3.2 は非線形パラメータ推定の問題になっている。

			推定量の形	バイアス	分散
試験信号法	1.1	過渡応答法	$g_{-1}(\tau)$	0	—
	1.2	周波数応答法	$G(j\omega)$	0	—
	1.3	擬似不規則信号による方法	$g(\tau)$	信号周期 信号区間長 に依存	$\frac{K}{T}\times$NS比
操業データ使用	2.1	スペクトル計算による方法	$G(j\omega)$	ウィンドウ巾 入力スペクトル に依存	$\frac{K}{T}\times$NS比
	2.2	通常の最小二乗法	$g(\tau)$	区分巾 最大のτ に依存	$\frac{K}{T}\times$NS比
	伝達関数の推定				
	3.1	線形パラメータ最小二乗法	$\sum_i k_i G_i(s)$	モデルの精度に依存	$\frac{K}{T}\times$NS比
	3.2	非線形パラメータ試行法	$G(s, P_1, \cdots P_k)$	モデルの精度 〃の形 に依存	不明
	3.3	3.1の変形 方程式誤差	$\frac{\sum a_i s^i}{\sum b_i s^i}$	モデルの精度 雑音 に依存	不明

備考
1) $m(t)$, $n(t)$ が定常且平均値零としてバイアス分散が計算されている。
2) T＝データ長
3) NS比＝パワーあるいは当該周波数におけるスペクトルについてのNS比
4) 分散は正しいモデルを用いたとして計算

2. 共通の問題点（操業データ使用の場合）

2.1 対象がフィードバック系内にあるときの特性推定



このときは、$m(t)$ と $n(t)$ が相関をもつため、従来の手法は適用できない。

$r(t)$＝一定の定値制御系では $G(s)$ の推定が本質的に不可能。

$n(t)$ と無相関な信号 $r(t)$ が存在するか、あるいは外部から投入しうるときは $G(s)$ の推定が可能。

2.1 の場合
$$\hat{G}(j\omega)=\frac{\Phi_{rc}(j\omega)}{\Phi_{rm}(j\omega)} \qquad (1)$$

2.2 の場合
$$\sum_{j'=0}^{P-1}\left(\sum_{i=0}^{N-1} r_{ij} m_{ij'}\right)\hat{g}_{j'}\Delta=\sum_{i=0}^{N-1} r_{ij} c_i \;;\; j=0,1,\cdots,P-1 \qquad (2)$$

ただし
$$\left.\begin{array}{l} r_{ij}=r((i-j)\Delta),\; m_{ij'}=m((i-j')\Delta) \\ \hat{g}_{j'}=\hat{g}(j'\Delta);\; 0\leq j'\leq P-1 \end{array}\right\} \qquad (3)$$

このとき、推定値の分散は、両者ともほぼ同じであるが、(1)について考えれば[1]

$$\frac{\sigma^2_{|\hat{G}|}}{|G|^2} \simeq \frac{1}{W_eT}\,\frac{\text{ループを開いたときの出力の雑音スペクトル}}{\text{ループを閉じたときの出力の信号スペクトル}} \qquad (4)$$

ただし、W_e ：ウィンドウ等価帯域巾

T ：データ長

したがって，負帰還系では，推定値の信頼度が一般の予想よりかなり低くなる。

2.2 線形性の検定

通常の対象は，多かれ少かれ非線形性を有する。

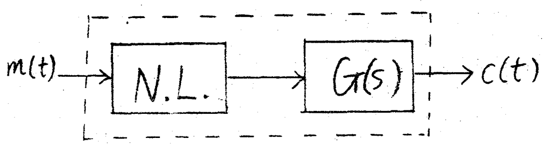


図3

図3のような形式で，非線形性が非記憶性であるときは，N.L.と $G(s)$ の分離が可能。

しかし，一般的には，対象の線形性を検定する適当な手法がまだあらわれていない。

2.3 非線形性により雑音・入力間に相関を生ずること。

この問題は，通信では混変調の問題としてある程度扱われているが，詳しい解析はない。2.2，2.3は，相関連した大きな問題であろう。

3. 伝達関数推定における問題点

対象の伝達関数を定めるには

1) $G(j\omega)$ or $g(\tau)$ の推定⟶適合する $G(s)$ の決定

2) $G(s)$ の直接推定

の二つの方法が考えられる。1)は，低次の簡単なものをのぞいては用い得ない。

2)は，$G(s)$ の一般表示が，パラメータの線形結合とならないので，解析的に推定計算を行ないうるのは特定の場合にか

ぎられ，試行的手段に頼らざるを得ない。

この場合の主な問題点は次のとおりである。

1. 最適解への収束が必ずしも保証されないこと。

2. 仮定したモデルの形式の適当性を検定する方法のないこと。

3. 仮に正しいモデルを用い，最適解へ収束することが保証されたとしても，解の信頼度の算定が一般に困難であること。

1) 解への収束性

試行の出発点が，最適解のある程度近くでないと収束しない可能性がある。例として，図４の場合を考える。このとき

$$Ee^2(t) = En^2(t) + \frac{(b_1-1)^2}{b_1(b+1)} \quad (5)$$

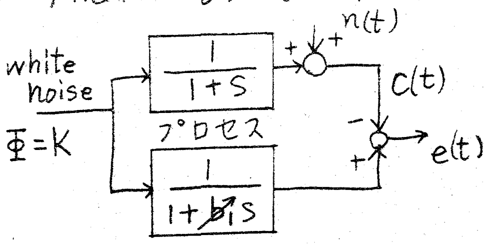


図４

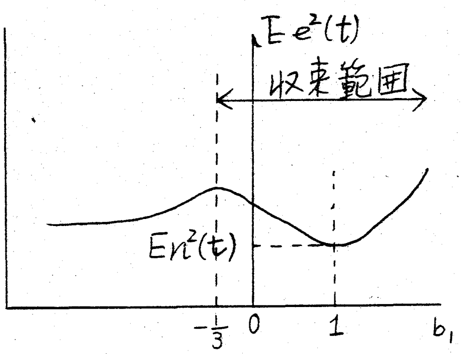


図５

b_1 と $Ee^2(t)$ の関係は図５のようになり $b_{10} > -1/3$ なる b_{10} より出発しないと最適解１には収束しない。したがって，推定にあたってまず何らかの方法（2.1，2.2など）によって対象動特性を大凡定める—guessing—が必要。

2)モデルの形式の適当性

モデルが対象を正しく模擬していないと，推定したパラメータ値は，たとえ雑音のない対象でも，入力によりばらつきを生ずる。例として，図6の場合をとる。ただし

$$\Phi_{mm} = \frac{\omega_m^2}{\omega^2+\omega_m^2} \qquad (6)$$

$$\Phi_{nn} = K_n \frac{\omega_n^2}{\omega^2+\omega_n^2} \qquad (7)$$

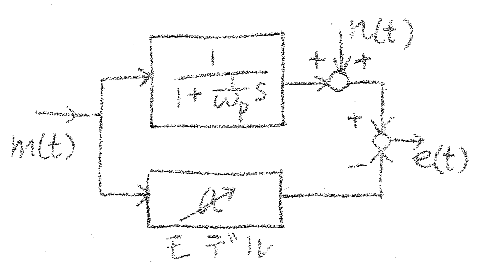


図6

このとき，最小二乗法によって求めたaの分散 σ_a^2 は[2]*（T；平均時間）

$$\sigma_a^2 \sim \frac{2}{\omega_m T}\left(\frac{\omega_m}{\omega_p+\omega_m}\,\frac{\omega_m}{\omega_p} + K_n \frac{\omega_n}{\omega_m+\omega_n}\,\frac{\omega_p+\omega_m}{\omega_p}\right) \qquad (8)$$

$$\sim \frac{2}{\omega_m T}\cdot K_n \cdot \frac{\omega_n}{\omega_p+\omega_m} \quad ; \; \omega_p \gg \omega_m \qquad (9)$$

(9)は，モデルが正しい場合に相当し，雑音のないときのaのばらつきが小さくなるときを示す。(8)の第一項が入力のみによるaのばらつきをあらわす。

3)正しいモデルを用いたときの解の信頼度

モデルがパラメータの線形結合として与えられたときは，

＊この場合の σ_a は，通常の回帰分析法では求め得ないので近似的に求めた。[1][2] 近似精度は $O(T^{-2})$ になる。

理論的には解の分散が求められる。しかし，この計算は一般に大きな計算量となるし、パラメータの確率分布も一般に定めにくいので，実際上信頼区間の計算は不可能に近い。

モデルがパラメータの非線形結合，たとえば

$$G_M(s) = \sum a_i s^i \Big/ \sum b_j s^j \qquad (10)$$

（a_i, b_j がパラメータ）のときは、各パラメータの分散は現段階では理論的にも求め得ない。

その他 非線形特性の推定，推定値の推定量としての適当性（一般に不偏一致推定量にはなるが，最小分散・最尤などの性質は，特別な場合をのぞいてわかっていない）、非定常入力時の諸問題などがあるが略する。

<文献>

1) 茅 "フィードバック系内のプロセス動特性推定"
電気学会誌，1967.3（予定）

2) 茅 "相関々数解析とそのプロセス動特性計測への応用"
計測と制御 1966.2