

非均質媒質中の衝撃波
の伝播

北大 理 大野 陽 朗

前回の本研究会に於て、Chismel の方法の拡張と衝撃波の反射屈折則を用いた方法を述べた。その後、この方法を回転星の爆発 — Eccentric Explosion — や、磁場を考慮した Solar Flare などに適用して計算中である。

ところで、非均質媒質中の衝撃波の伝播については、多くの研究者によって、いろいろのやり方が提唱されている。ここでは、これらについての概要を述べ、我々の方法と比較して見よう。

いま衝撃波面が(簡単のために2次元または, axial symmetry として)

$$1) \quad f(\xi, \eta, t) = 0$$

で与えられるとする。このとき伝播速度(の法線成分)は

$$2) \quad U = \frac{-f_t}{\sqrt{f_\xi^2 + f_\eta^2}}$$

で与えられる。(但し $f_t \equiv \frac{\partial f}{\partial t}$ etc. である)

一方, 衝撃波の射線(波面に normal な曲線)は

$$(3) \quad \frac{dr}{dt} = U n,$$

$$(4) \quad \frac{dn}{dt} = -\text{grad}_{\parallel} U$$

で与えられる。ここで $r = r(\xi, \eta, t)$ は各時刻 t に於ける射線上の位置, n は波面の法線方向の単位ベクトルであり, grad_{\parallel} は波面上での勾配を表す。(4) は伝播速度の小さい方に波面が傾くこと即ち, 屈折則に他ならない。(従ってこれから $U/\sin\theta = \text{const.}$ が導かれる。)

何れにしても, (1), (2) と (3), (4) は equivalent である。(実際例えば音波のように $U = U(\xi, \eta)$ で与えられるときは, (3), (4) は (1), (2) の Characteristics に他ならない。)

問題は, 衝撃波の場合に, U とその変化を如何にして与えるか? である。

一般に,

$$(5) \quad U = c_1(\xi, \eta) \psi(z)$$

で与えられる。ここに c_1 は媒質の波面通過前の音速であり

$$(6) \quad z = \frac{p_2}{p_1}$$

である (p_2 は波面後方の圧力)。また $\psi(z)$ は Rankine-Hugoniot 関係によって定まる函数であり, $z \rightarrow 1$ (音波) で $\psi \rightarrow 1$ となる。

我々の場合には, 前に述べたように

$$(7) \quad dz = g_1(\xi, \eta, z, \mu) \sigma dt + g_2 d\ln \delta S$$

で射線に沿っての z 従って σ の変化が与えられた。

(μ は波面の normal と射線の方法との角の Cosine)。

このうち 1 項には, Pressure Growing (媒質中の圧力減少による z の変化) と, Refractive Change (反射, 屈折による z の変化) が含まれ, 2 項は, 波面の (微小) 面積 δS の変化による影響を与える。

一方, Kompaneets は, Point Explosion を考え,

$$(8) \quad p_2(t) \propto \frac{E}{V(t)}$$

と仮定した。E は Explosion の全エネルギー (const), $V(t)$ は各時刻での波面に包まれる部分の体積である。従ってこの場合,

$$(9) \quad d\ln z = -d\ln V(t) - d\ln p_1$$

となる。1 項には, Pulse Damping と Areal Change が

含まれ、才2項はある程度 Pressure Growing を表している。

我々の場合、Quasi-Stationary の仮定によって、Pulse Damping が含まれていないが、例えば "Solar Flare など" ではこの effect を入れる必要がある。一方、Kompaneets その他では反射屈折の effect が充分考慮されていないために臨界角は出てこない。今後これらを総合する必要がある。

なお、Sinha (Aust. J. Phys. '68. 21, 681) や Whitham の方法などについて、批判的考察をする予定である。

以上