数理解析研究所講究録
第95巻 1970年 67-80



# Combinatorial system and error-correcting code

広大 教養　岡本雅典

## §1 はしがき

多量のデータを計算機の記憶装置内に格納する場合，有限射影幾何にしたがう配置によって格納すれば検索に際し代数的 identifier を用いて引き出せば，通常の轉置ファイル構成より検索時間が短縮される場合のあることが Abraham, Ghosh and Ray-Chaudhuri (1968) により示された。その後有限射影幾何による配置をファイル構成に用いるこの種の研究は Abraham and Ghosh (1968), Ray-Chaudhuri (1968), Bose, Abraham and Ghosh (1969), Ghosh (1969) により進められて来ている。これらの研究を大別すると (1) 記録の属性に有限射影幾何の点を，記憶装置内のバケットを flats に（多くは 1-flat）それぞれ対応させる方式と (2) 記録の属性に flats（1 以上の flat）を，バケットに点を対応さ

せる方式とがある。質問の形式もいくつかの属性に関してそれぞれ異なる個数の質問を課する方向の研究が進められている（Ghosh，1969）。本論はこの方向に沿ったもので，Ghosh（1969）とは異なり，Bose，Abraham and Ghosh（1969）の結果を拡張する一つの試みをした。

なお error-correcting code との関連としては Ray-Chaudhuri（1968）の行った file organization の研究では属性のすべての $t$-plets を覆う最小集合を見出すために BCH code の性質が利用された。また Bose，Abraham and Ghosh（1969）では error-correcting code 理論での $P_t$-性質を有する行列をファイル構成理論の出発点としている。またファイル構成に関して開発すべき問題としては

（1）属性集合 $A=\{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$ としたとき二つのカテゴリーに属する $A_1=\{A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots, A_{j_s}\}$，$A_2=\{A_{k_1}, A_{k_2}, \cdots, A_{k_t}\}$ に対する二つの質問 $Q_1$，$Q_2$，

$$Q_1=\begin{pmatrix} A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots, A_{j_s} \\ v_{j_1}, v_{j_2}, \cdots, v_{j_s} \end{pmatrix}, \quad Q_2=\begin{pmatrix} A_{k_1}, A_{k_2}, \cdots, A_{k_t} \\ v_{k_1}, v_{k_2}, \cdots, v_{k_t} \end{pmatrix}$$

に同時に答え得るシステムの開発。

（2）検索時間と冗長度の概念の正確な定義。

(3) 各システムの評価検討比較。

(4) PBIBDの応用。

(5) Dynamic filing system の開発。

等が考えられる。

§2 質問に関する属性が複数個の値を取り得る場合

いま $i$ 番目の個人記録は $n$ 個の属性 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ に対してそれぞれ係数値 $a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}$ をとるものとし，$i$ 番目の項目に対して属性ベクトル $f(i) = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$ を作る。 $i$ と $f(i)$ が $i$ 番目の記録を構成し，$f(i)$ の集合はファイルである。 $n$ 個の属性 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ のいくつかについて質問を行う。 いま $g$ 個の属性について質問が行われ，各属性は質問に答えて高々 $k$ 個の相異なる値を取り得るものとする。 ただし $g \leqq t < n$ とする。 $n, t, g, k$ は正整数である。

(定義) $j$ 番目の属性 $A_j$ は次の行列 $L_{j\cdot}$ により表わされる。

$$L_{j\cdot} = \begin{bmatrix} L_{j1} \\ L_{j2} \\ \vdots \\ L_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{j11}x_1 + h_{j12}x_2 + \cdots + h_{j1r}x_r \\ h_{j21}x_1 + h_{j22}x_2 + \cdots + h_{j2r}x_r \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_{jk1}x_1 + h_{jk2}x_2 + \cdots + h_{jkr}x_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで $j=1,2,\cdots,n$ で，$\mathbb{h}'_{j\cdot1}=[h_{j11}, h_{j21},\cdots,h_{jk1}]$，$\mathbb{h}'_{j\cdot2}=[h_{j12}, h_{j22},\cdots,h_{jk2}]$，$\cdots\cdots$，$\mathbb{h}'_{j\cdot r}=[h_{j1r}, h_{j2r},\cdots,h_{jkr}]$ とおく。これらのベクトルの各成分は $GF(q)$ 上の要素である。いま

$$H=\begin{bmatrix} \mathbb{h}_{1\cdot1} & \mathbb{h}_{1\cdot2} & \cdots & \mathbb{h}_{1\cdot r} \\ \mathbb{h}_{2\cdot1} & \mathbb{h}_{2\cdot2} & \cdots & \mathbb{h}_{2\cdot r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbb{h}_{n\cdot1} & \mathbb{h}_{n\cdot2} & & \mathbb{h}_{n\cdot r} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

とおくと $H$ は $nk\times r$ 行列で，各要素は $GF(q)$ 上から取られる。$\mathrm{rank}\,H=r<nk$ かつどの $t$ 個の行ベクトルも1次独立（$P_t$-性質）とする。なお，$q$，$nk$ を与えてかゝる性質をもつ最小の $r$ を見出すことは coding の問題でもある。

次に質問Qを次のように定義する。

$$Q=\begin{bmatrix} A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots, A_{j_g} \\ \mathbb{V}_{j_1}, \mathbb{V}_{j_2}, \cdots, \mathbb{V}_{j_g} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

ただし $\mathbb{V}'_{j_1}=[v_{j_11}, v_{j_12},\cdots,v_{j_1k}]$，$\mathbb{V}'_{j_2}=[v_{j_21}, v_{j_22},\cdots,v_{j_2k}]$ $\cdots$ $\mathbb{V}'_{j_g}=[v_{j_g1}, v_{j_g2},\cdots,v_{j_gk}]$ とする。この質問Qに対して次の各方程式を対応させる。

$$L_{j_1\cdot}=\mathbb{V}_{j_1},\ L_{j_2\cdot}=\mathbb{V}_{j_2},\ \cdots,\ L_{j_g\cdot}=\mathbb{V}_{j_g} \qquad (4)$$

たとえば $L_{j_1\cdot}=V_{j_1}$ については

$$\begin{cases} h_{j_1 11}x_1+h_{j_1 12}x_2+\cdots+h_{j_1 1r}x_r=v_{j_1 1} \\ h_{j_1 21}x_1+h_{j_1 22}x_2+\cdots+h_{j_1 2r}x_r=v_{j_1 2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_{j_1 k1}x_1+h_{j_1 k2}x_2+\cdots+h_{j_1 kr}x_r=v_{j_1 k} \end{cases}$$

となり（4）から $gk$ 個の一次方程式が得られる。このように $nk$ 個の linear forms の集合 $\mathfrak{L}_k=\{L_{1\cdot},L_{2\cdot},\cdots,L_{n\cdot}\}$ の中から $kg$ 個の一次方程式の組をえらぶ。その作り方はまず $\mathfrak{L}_k$ の中から $g$ 個の $L_{j_1\cdot},L_{j_2\cdot},\cdots,L_{j_g\cdot}$ をえらぶ。そのうちから各 $L_{j\cdot}$ に対して1つずつ取られたものを $L_{j_1 1},L_{j_2 1},\cdots L_{j_g 1}$ とし，線形方程式系

$$L_{j_1 1}=v_{j_1 1},\ L_{j_2 1}=v_{j_2 1},\ \cdots,\ L_{j_g 1}=v_{j_g 1}$$

を作る。この方程式系の係数行列（$g\times r$）を $G_1$ とする。次にすでにえらばれた $L_{j_1\cdot},L_{j_2\cdot},\cdots,L_{j_g\cdot}$ の中から $L_{j_1 1}$, $L_{j_2 1},\cdots,L_{j_g 1}$ とはすべて異なる $g$ 個の $L_{j_1 2},L_{j_2 2},\cdots,L_{j_g 2}$ を取る。これから作つた線形方程式系

$$L_{j_1 2}=v_{j_1 2},\ L_{j_2 2}=v_{j_2 2},\ \cdots,\ L_{j_g 2}=v_{j_g 2}$$

の係数行列を $G_2$ とおく。以下同様にして $G_3,G_4,\cdots,G_k$ の係数行列を得る。これらはいずれも基本変形によりたとえば $G_1$ は

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}}_{g}\underbrace{\begin{bmatrix} h_{j1s} \end{bmatrix}}_{s=r-g} = [G_{1g}, G_{1s}]
$$

の形となる。　したがって解 $\mathbb{X}'_{1g}$ は $\mathbb{X}'_{1g} = G_{1g}^{-1}\mathbb{V}_{j1} - G_{1g}^{-1}G_{1s}\mathbb{X}'_{1s}$

ここに $\mathbb{X}'_{1g}=[x_1, x_2, \cdots, x_g]$, $\mathbb{X}'_{1s}=[x_g, x_{g+1}, \cdots, x_r]$。

$\mathbb{X}'_{1s}=0$ とおけば解 $\mathbb{X}'_{1s}=[u_{11}, u_{12}, \cdots, u_{1g}]$ を得る。したがって $G_{1g}$ を構成する $G_1$ の列番号を $i_1, i_2, \cdots, i_g$ とすると $u_{1s}=0$ ($s \neq i_1$ or $i_2$ or $\cdots$ or $i_g$) として解

$$\mathbb{U}_1' = (u_{11}, u_{12}, \cdots, u_{1r})$$

を得る。同様にして

$$\mathbb{U}_2' = (u_{21}, u_{22}, \cdots, u_{2r})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathbb{U}_g' = (u_{g1}, u_{g2}, \cdots, u_{gr})$$

まとめて解行列

$$
\mathbb{U} = \begin{bmatrix} \mathbb{U}_1' \\ \mathbb{U}_2' \\ \vdots \\ \mathbb{U}_g' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1r} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{g1} & u_{g2} & \cdots & u_{gr} \end{bmatrix} \qquad (5)
$$

を得る。 このとき行列 $W$ に対して属性 $L_{j\cdot}$ は $W$ において

$$L_{j\cdot}(W) = \begin{bmatrix} L_{j_1}(W'_1) \\ L_{j_2}(W'_2) \\ \vdots \\ L_{j_g}(W'_g) \end{bmatrix} \qquad (6)$$

なる値に attain するという。

(定理) いま $GF(q)$ 上の $(g \times r)$ 行列の集合を $\Omega_0$ とする。ただし各行列のどの行ベクトルも $t$ 個以下の要素は同時に零でないものとする。このとき質問 $Q = \begin{pmatrix} A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots, A_{j_g} \\ V_{j_1}, V_{j_2}, \cdots, V_{j_g} \end{pmatrix}$ に対して方程式(4)を充す $GF(q)$ 上の $k$ 個の $(g \times r)$ 行列の組が少なくとも一つ $\Omega_0$ 内にある。

したがって質問 $Q$ に対して $\Omega_0$ 内の $(g \times r)$ 行列のある一つの組を対応させることができる。それは $L_{j\cdot}$ が $W$ において attain する仕方においてである。$\Omega_0$ の中の $(g \times r)$ 行列の数を $b_0$ とすると

$$b_0 = \left\{1 + (q-1)\binom{r}{1} + (q-1)^2\binom{r}{2} + \cdots + (q-1)^t\binom{r}{t}\right\}\binom{n}{g}$$

であり，一方可能な質問の総数を $b$ とすると

$$b = \left\{q\binom{n}{1} + q^2\binom{n}{2} + \cdots + q^t\binom{n}{t}\right\}\binom{N}{k}$$

ただし $N$ はファイルの記録の総数である。$\binom{N}{k} > \binom{n}{g}$ であれば $n > r$ なることから $b > b_0$ である。（一般には $N \gg n$ ことが多いが，$k$ と $g$ との相対的大きさについて

は何も云えない)。この条件の下で，買向Qと$\Omega_0$内の行列の一組との対応はmany to oneである。$\Omega_0 \supset \Omega$の中の任意の$(g \times r)$行列の組に対して少なくとも1つの$\mathbb{V}_{j_1}, \mathbb{V}_{j_2}, \cdots, \mathbb{V}_{j_g}$が対応しているような部分集合$\Omega$を考える。$\Omega$の中の行列の数を$b$とすれば$b \leqq b_0$である。

（定理）$t < nk \leqq q^m - 1$ ならば次の条件を充す$nk \times r$行列Hがある。(i) Hの各要素は$GF(q)$から取られる。(ii) Rank $H = r$，(iii) Hは$P_t$−性質をもつ。たゞし$r \leqq m(t - [t/q])$

証明の方針はまず$GF(q)$の有限拡大体$GF(q^m)$をベクトル空間と見做す。$GF(q^m)$の要素で$H_0$を構成し，$GF(q^m)$の要素について$\alpha^{q^m} - 1 = 0$の性質から$\alpha^{sq}$（第2行，$s = [t/q]$とす）なる列を取り除き$H_1$を作る。更に他の列の一次結合となっているものがあればこれを除いてHを作る。この間$P_t$−性質は保たれる。

（例）$q = 3$，$t = 4$，$nk = 8$（前半はBose, Abraham and Ghosh (1969)による)。$8 = nk \leqq q^m - 1 = 8$ ∴ $m = 2$

$GF(3^2) \longleftrightarrow V_m$ over $GF(3)$

$$
\begin{array}{lll}
\alpha_i = \alpha^{i-1} & & (a_0, a_1) \\
\alpha_1 = \alpha^0 = 1 & & = (1, 0) \\
\alpha_2 = \alpha^1 = & \alpha & = (0, 1) \\
\alpha_3 = \alpha^2 = & 1 + 2\alpha & = (1, 2) \\
\alpha_4 = \alpha^3 = & 2 + 2\alpha & = (2, 2) \\
\alpha_5 = \alpha^4 = & 2 & = (2, 0) \\
\alpha_6 = \alpha^5 = & 2\alpha & = (0, 2) \\
\alpha_7 = \alpha^6 = & 2 + 2\alpha & = (2, 1) \\
\alpha_8 = \alpha^7 = & 1 + \alpha & = (1, 1)
\end{array}
$$

$$
H_0 = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 \\
\alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \\
\alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & 1 \\
\alpha^3 & \alpha^6 & \alpha & \alpha^4 \\
\alpha^4 & 1 & \alpha^4 & 1 \\
\alpha^5 & \alpha^2 & \alpha^7 & \alpha^4 \\
\alpha^6 & \alpha^4 & \alpha^2 & 1 \\
\alpha^7 & \alpha^6 & \alpha^3 & \alpha^4
\end{bmatrix}
\rightarrow
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 \\
\alpha & \alpha^2 & \alpha^4 \\
\alpha^2 & \alpha^4 & 1 \\
\alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^4 \\
\alpha^4 & 1 & 1 \\
\alpha^5 & \alpha^2 & \alpha^4 \\
\alpha^6 & \alpha^4 & 1 \\
\alpha^7 & \alpha^6 & \alpha^4
\end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 01 & 12 & 20 \\ 12 & 20 & 10 \\ 22 & 21 & 20 \\ 20 & 10 & 10 \\ 02 & 12 & 20 \\ 21 & 20 & 10 \\ 11 & 21 & 20 \end{bmatrix} \longrightarrow H = \begin{bmatrix} 1&0&1&0&1 \\ 0&1&1&2&2 \\ 1&2&2&0&1 \\ 2&2&2&1&2 \\ 2&0&1&0&1 \\ 0&2&1&2&2 \\ 2&1&2&0&1 \\ 1&1&2&1&2 \end{bmatrix}
\quad
\begin{array}{ll}
L_1 ; & x_1+x_3+x_5 \\
L_2 ; & x_2+x_3+2x_4+2x_5 \\
L_3 ; & x_1+2x_2+2x_3+x_5 \\
L_4 ; & 2x_1+2x_2+2x_3+x_4+2x_5 \\
L_5 ; & 2x_1+x_3+x_5 \\
L_6 ; & 2x_2+x_3+2x_4+2x_5 \\
L_7 ; & 2x_1+x_2+2x_3+x_5 \\
L_8 ; & x_1+x_2+2x_3+x_4+2x_5
\end{array}
$$

どの四つもGF(3)上で1次独立

質問 $Q = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ v_{11} & v_{21} & v_{31} & v_{41} \\ v_{12} & v_{22} & v_{32} & v_{42} \end{pmatrix}$ に対して

$$L_{11} = L_1 = v_{11},\quad L_{21} = L_2 = v_{21},\quad L_{31} = L_3 = v_{31},\quad L_{41} = L_4 = v_{41},$$

$$u_1' = (2v_{21} + 2v_{41},\ 2v_{11} + v_{21} + 2v_{31} + v_{41},\ v_{11} + v_{21} + v_{41},$$
$$v_{21} + 2v_{31} + 2v_{41},\ 0)$$

同様に $L_{12} = L_5 = v_{12},\ L_{22} = L_6 = v_{22},\ L_{23} = L_7 = v_{32},\ L_{24} = L_8 = v_{42}$

とおくと
$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_5 = v_{12} \\ 2x_1 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = v_{22} \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = v_{32} \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = v_{42} \end{cases}$$

より
$$\begin{cases} x_1 \qquad\qquad + x_5 = v_{22} + v_{42} \\ \qquad x_2 \qquad + 2x_5 = v_{12} + 2v_{22} + v_{32} + 2v_{42} \\ \qquad\qquad x_3 + 2x_5 = v_{12} + v_{22} + v_{42} \\ \qquad\qquad x_4 + x_5 = 2v_{22} + v_{32} + v_{42} \end{cases}$$

において $x_5 = 0$ とおいて

$$u_2' = (v_{22} + v_{42},\ v_{12} + 2v_{22} + v_{32} + 2v_{42},\ v_{12} + v_{22} + v_{42},$$
$$2v_{22} + v_{32} + v_{42},\ 0)$$

したがって質問に対して $\Omega$ の中で行列

$$U = \begin{pmatrix} u_1' \\ u_2' \end{pmatrix}$$

が対応する。 たとえば $v_{ij}$ に数値を入れたときは，すなわち

$$Q = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow \mathbb{W} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$\mathbb{W} \in \Omega$ に対して質問に関する属性 $L_{j\cdot}(\mathbb{W})$ が対応している。 そこで $\mathbb{W}$ に行列 $B_j = L_{j\cdot}(\mathbb{W})$ の組を対応させる

$$B(\mathbb{W}) = (B_1, B_2, \ldots, B_n) = (L_{1\cdot}(\mathbb{W}), L_{2\cdot}(\mathbb{W}), \ldots L_{n\cdot}(\mathbb{W}))$$

この B を $\mathbb{W}$ に対応する Block という。

(定理) $\Omega$ の $\mathbb{W}_1, \mathbb{W}_2$, $\mathbb{W}_1 \neq \mathbb{W}_2 \longrightarrow B(\mathbb{W}_1) \neq B(\mathbb{W}_2)$

かくて対応 (many to one) ; $Q \longrightarrow \mathbb{W} \rightarrow B(\mathbb{W})$

(定理) Block $B(\mathbb{W})$ が質問 $Q$

$$Q = \begin{pmatrix} A_{j_1}, & A_{j_2}, & \ldots, & A_{j_g} \\ \mathbb{V}_{j_1}, & \mathbb{V}_{j_2}, & \ldots, & \mathbb{V}_{j_g} \end{pmatrix}$$

に対応するならば

$$B_{j_1} = \mathbb{V}_{j_1}, \quad B_{j_2} = \mathbb{V}_{j_2}, \quad \ldots, \quad B_{j_g} = \mathbb{V}_{j_g}.$$

<u>Storage</u>

$M$ = 記録の accession number を格納する記憶部の番地集合.

$[B(\mathbb{W})]_k$ : $g \times n$ 行列の第 $k$ 行 Vector $\longrightarrow$ $M$ の subsets $= [M(\mathbb{W})]_k$ = buckets

行列 $\mathbb{W}$ の第 $k$ 行 vector を buckets $[M(\mathbb{W})]_k$ の label という。 $k = 1, 2, \ldots, g$

$[M(\mathbb{W})]_k = \bigcup_{i=1}^{2^n-1} M_i$ , $M_i \cap M_j = \phi$, $i \neq j$ , $M_i$ = subbuckets

とくに $A' \subset A = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ に対応する subbucket を

$[M(\mathbb{W}, A')]_k$ とかく。

次に Block $B(\mathbb{W}) = (B_1, B_2, \cdots, B_n)$ と $i$ 番目の記録 $f(i)$ $= (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$ とに対し, $A_k \in A' \rightleftarrows a_{ik} \in B_k$ ならば $[B(\mathbb{W})]_k \otimes f(i) = A'$ とかく。

Storage rule ; (1) $[B(\mathbb{W})]_k \otimes f(i) = \phi$ のとき $f(i)$ の accession number は bucket $[M(\mathbb{W})]_k$ に stored されない。

(2) $[B(\mathbb{W})]_k \otimes f(i) \neq \phi$ ならば $f(i)$ の accession number は subbucket $[M(\mathbb{W}, A')]_k$ に格納される。この規則により任意の $f(i)$ の accession number は任意の $[M(\mathbb{W})]_k$ 内に 1つ以上は入らない。

Retrieval ;

質問 $Q = \begin{pmatrix} A_{j_1}, & A_{j_2}, & \cdots, & A_{j_g} \\ \mathbb{V}_{j_1}, & \mathbb{V}_{j_2}, & \cdots, & \mathbb{V}_{j_g} \end{pmatrix}$ に対して $Q(A) = \{A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots A_{j_g}\}$ とおく。

$[B(\mathbb{W})]_k \longleftrightarrow [M(\mathbb{W})]_k$ $(k = 1, 2, \cdots, g)$ のとき $B(\mathbb{W})$ に対応する $M(\mathbb{W})$ は $Q$ に対応する bucket という。このとき

$$B_{j_1} = \mathbb{V}_{j_1}, \quad B_{j_2} = \mathbb{V}_{j_2}, \quad \cdots, \quad B_{j_g} = V_{j_g}.$$

$i$ 番目の記録 $f(i) = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots a_{in})$ が質問を充すならば $a_{ij_1} \in \mathbb{V}_{j_1}$, $a_{ij_2} \in \mathbb{V}_{j_2}$, $\cdots$ $a_{ij_g} \in V_{j_g}$。(たがって

$[B(\mathbb{W})]_k \otimes f(i) \supseteq Q(A) \neq \phi \rightarrow [M(\mathbb{W}, A')]_k$ ただし

$A' \doteq [B(\text{Ш})]_{\text{左}} \otimes f(i)$。

逆に $A' \supseteq Q(A)$ に対して $[M(\text{Ш}, A')]_{\text{左}}$ を得れば $A' = [B(\text{Ш})]_{\text{左}} \otimes f(i) \longrightarrow (a_{ij_1}, a_{ij_2}, \cdots, a_{ij_g}) \in V$ の中に定まり質問を充す。 質問を充すすべての記録の accession number を見出すためには $M(Q) = \bigcup_{A \supseteq A' \supseteq Q(A)} M(\text{Ш}, A')$

<u>Retrieval rule</u>

質問 $Q$ ; $Q(A) = \{A_{j_1}, A_{j_2}, \cdots A_{j_g}\}$

$Q \Longrightarrow$ bucket $M(\text{Ш})$ を決定。

$$M(Q) = \bigcup_{A \supseteq A' \supseteq Q(A)} M(\text{Ш}, A')$$

# 参考文献

Abraham,C。T。,S。P。Ghosh and D。K。Ray-Chaudhuri,1968: File organization schemes based on finite geometries, Information and Control,12,143-163。

Buchholz,W。,1963: File organization and addressing, IBM system J。,2, 86-111。

Carmichael,R。D。,1937: Introduction to the theory of groups of finite order, Dover pub。,(1956), New York。

Ghosh,S。P。,1969: Organization of records with unequal multiple-valued attrinutes and combinatorial queries of order 2, Information sciences, 1, 363-380。

Ghosh,S。P。 and C。T。Abraham,1968: Application of finite geometry in file organization for records with multiple-valued attributes, IBM J。Res。 Develop。, 12,180-187。

Lancaster,F.W.,1968: Information retrieval and systems. Characteristics,Testing and Evaluation, John Wiley & Sons, New York。

Ray-Chaudhuri,D。K。,1968: Combinatorial information retrieval systems for files。 SIAM J。 Appl。 Math。, 16, 973-992.

Bose, R.C., C.T. Abraham and S.P. Ghosh, 1969: File organization of records with multiple-valued attributes for multi-attribute queries, Chapel Hill, 1967. in " Combinatorial Mathematics and its applications". Univ. North Carolina Press.

Vajda, S., 1967a: Patterns and configuration in finite spaces, Charles Griffin, London.

_______ , 1967b: The mathematics of experimental design (Incomplete block designs and latin squares), Charles Griffin, London.

Yamamoto, S., T. Fukuda and N. Hamada, 1966: On finite geometries and cyclically generated incomplete block designs, J. Sci. Hiroshima Univ. Ser. A-I, 30, 137-149.