

平行板の間の熱対流の実験

お茶の水女子大学理学部

阿 阪 三 郎

大 島 裕 子

§ 1 序言

鉛直で平行な二枚の平板をそれぞれ相異なる一定の温度に保つとき、その間に満たされた流体には、高温の板に沿っては上昇流、低温の板に沿っては下降流、全体としては循環的な熱対流が起こる。このとき流体の中の温度および速度の分布はほとんどレーリー数 (Rayleigh number) A および直方体状の流体の縦横比 H によって定まる。

レーリー数 A がある程度大きくなると ($A \gtrsim 10^6$) 対流は平板の表面近くに限られた境界層流型となり、さらに A が増すとこの流れが不安定となり、先ず流線が正弦波的振動を始め、ついで週期的な渦を形作り、やがては乱流に移行する。

この現象は Cavity を通じての熱伝達という点で実用的にも重要であるが、厳密な解析は容易ではない。また平板に沿う対流の不安定化、乱流への遷移は熱の流れを含んでいて、複

雑ではあるが、本質的には一般の境界層流の不穩定現象であつて、しかも比較的ゆるやかな流れで起こるので、境界層の不穩定性、特に温度の集中とその発達とを観測するのに向好都合と考えられる。このような観測から我々は鉛直な平行平板の間の熱対流について詳しい実験を行なつた。

§2 実験装置、方法

実験には $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ のパイレックスガラス製、および $60\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 12\text{ cm}$ のアクリル樹脂製の水槽を用いた。これらの水槽を、その中に2枚の平行な銅板を挿入して三分し、その両端の部分とそれぞれ電氣的に恒温に調節された水を環流させることによつて、室温より高い温度 T_H と低い温度 T_C とに保つ。この中央の部分で対流が行なわれる。

2枚の板の温度差が小さいばあい、すなわちレーリー数が小さいばあいには He-Ne のガスレーザー光線を用いたマッハワエンダー干渉計により温度分布が観測された。このときの干渉縞はきつめて鮮明で

全体の流場の温度が1枚の干渉写真から得られる。

(才1図)。2枚の板の温度差が大きくなると、



才1図

$\Delta T = 15^\circ\text{C}$ $A = 1.6 \times 10^6$

縞の移動が甚だしく、又その時間的変動も大きくなるので、干渉計が利用し難い。このときは対流の中に微小な $Fe-Constantan$ 熱電対 (0.1 mmφ) の接点を挿入することによって温度分布を測定し、またその変動を記録した。

対流の速度はきわめて微小なので (最高数 mm/sec), 水中に浮遊させたアルミニウムの粉末を顕微鏡の視野の中で追跡することによって、速度を測定した。各々のばあひ、それぞれの場所で数回の測定を繰返してその平均をとることによりその実の速度をきめた。

水槽に対して右の図に示すように座標を定める。前後の壁面をすぐ近くを除いては温度および速度の分布は、ほぼ二次元的で y 方向には変化がないことが確かめられた。

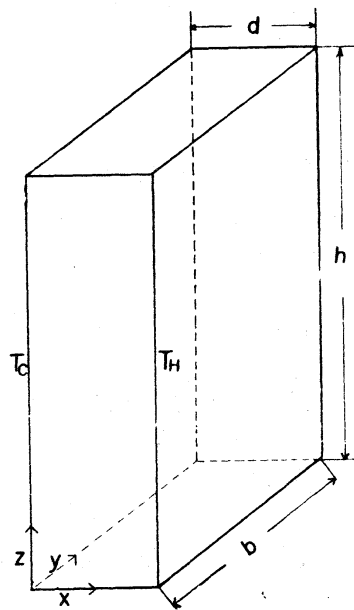


図 2 図

この現象に関係するパラメーターは次の3つである。

$$\text{レーリー数} \quad A = \frac{\gamma g \Delta T d^3}{\nu \kappa}$$

$$\text{プラントル数} \quad \sigma = \frac{\nu}{\kappa}$$

$$\text{流体部分の縦横比} \quad H = h/d$$

ここで $\Delta T = T_h - T_c$, g : 重力による加速度, γ : 流体の熱膨脹率, ν : 流体の動粘性率, κ : 流体の温度拡散率である。

る。我々の実験では流体はすべて水で、 T_H は $10^\circ\text{C} \sim 40^\circ\text{C}$ 、 T_C は $5^\circ\text{C} \sim 20^\circ\text{C}$ 、 ΔT は $1^\circ\text{C} \sim 30^\circ\text{C}$ の範囲で、ブレネスフ近似が十分成立つものと考えられる。従つて、 ν 、 k などの定数はそれぞれのばあいに流体全体に対して一様で、その平均温度に対する値をとるものとして計算した。この温度範囲ではプラントル数の変化は小さく、その影響はみられない。平行平板の間隔 d およびその温度差を変えることによつて、レーリー数は $0 \sim 2 \times 10^7$ の範囲にわたつた。また d を変える($1\text{cm} \sim 5\text{cm}$)ことにより H は $5 \sim 30$ の範囲で変化した。

§3 速度分布, 温度分布

高温の板に沿つては上昇流、低温の板に沿つては下降流、全体としては循環流であるため、2枚の板の中心に沿つての鉛直方向に温度勾配が現われる。この勾配は容器の底面と自由表面の近くを除いてはほとんど一定であり、さらにすべりのレーリー数にあつて $d\theta_m/dz = 0.55$, $\left[\theta_m = \frac{T_m - T_c}{\Delta T}\right]$ $z = \frac{z}{d}$, $T_m = T_{z=\frac{1}{2}d}$ の値をもつことが確かめられた。

この鉛直方向の温度勾配を別にすれば、速度分布、温度分布は共に直方体の流体の中心に關してほとんど対稱である。平行板の間隔 d 、温度差 ΔT をいろいろ変えたばあいの速度分布、温度分布はほとんどレーリー数 A によつて定まる相似性

が認められる。たとえば中心を通る水平線に沿つての速度分布、温度をそれぞれ才3図、才4図に示す。ここで速度はそれぞれのばあいの最大速度をもつて、温度は中心の温度との差を板面と中心との温度差をもつて *normalize* してある。これらの分布はレーリー数 A が大きくなるに従つて形を変える。速度、温度はそれぞれについて才5図に示すように、大体4つの型が認められる。レーリー数 A が大きいばあいには対流はほとんど板の表面近くに局限されて中央の大部分 (Core) はほとんど静止していて温度もほぼ一様である。

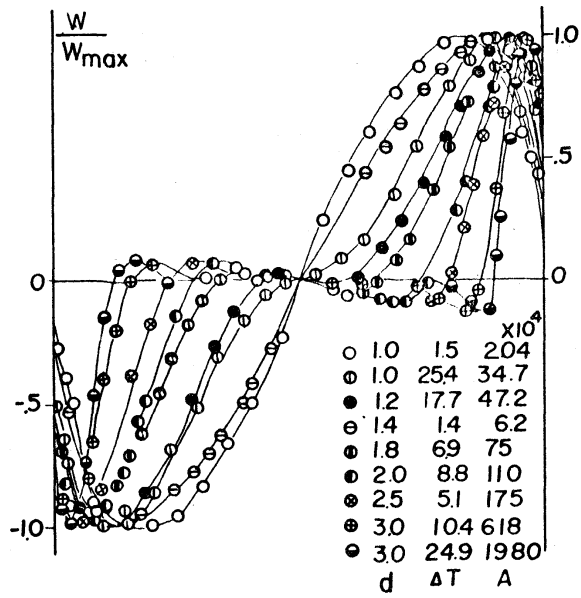
このような流体の中の熱対流の厳密な解析は容易ではない。

しかしレーリー数 A が大きいばあいには対流が板の近くに限られることを考慮して境界層近似を適用することが出来る。Elder および Gill はこのような考えで水平線に沿つての速度分布および温度分布がそれぞれ

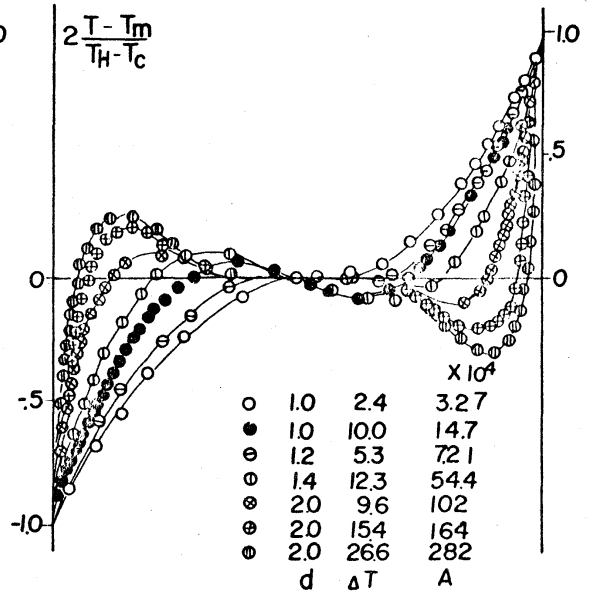
$$w \sim e^{-mx} \sin mx - e^{-m(1-x)} \sin m(1-x) \quad (1)$$

$$\theta \sim m^2 \left\{ e^{-mx} \cos mx - e^{-m(1-x)} \cos m(1-x) \right\} \quad (2)$$

で与えられることを示した。ここで m は $\frac{d\theta}{dz}$, A で定まる定数である。この結果は我々の実験による速度、温度の分布の形をよく説明する。たとえば速度分布についての比較は才6図に示す通りである。

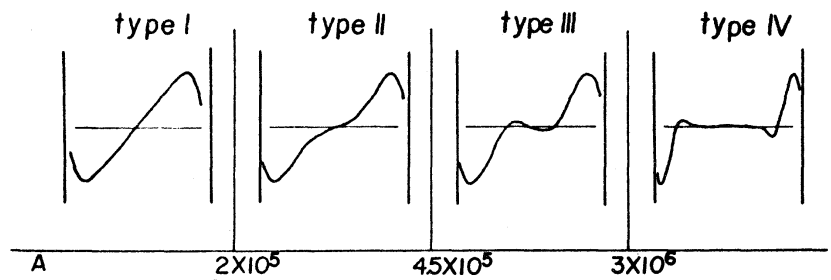


才 3 图

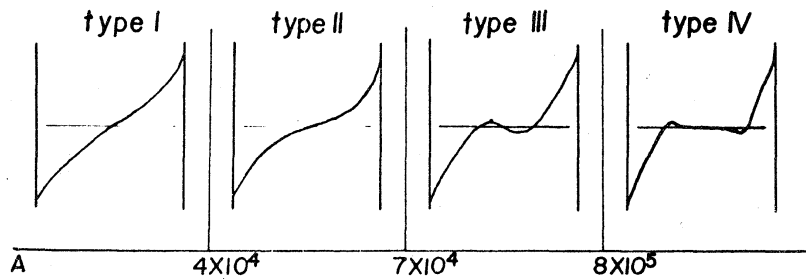


才 4 图

速度分布



温度分布



才 5 图

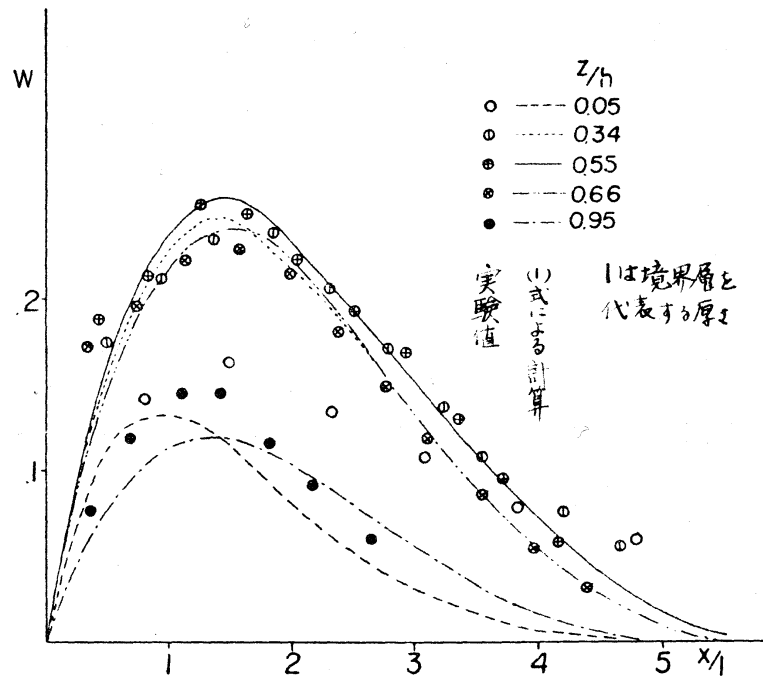


図 6 オ

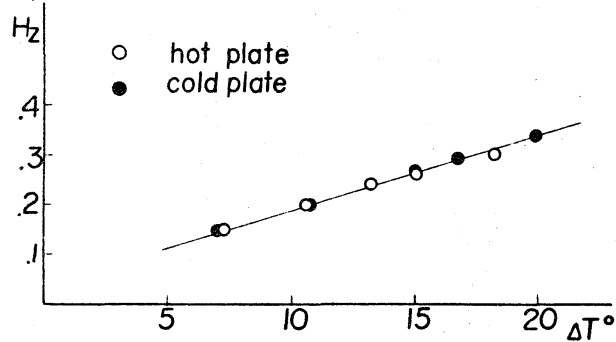
§4 対流の安定性

レーリー数 A が大きくなると平板に沿う対流の中に自励的な変動が現われる。このことは温度変動の記録によって認められるが、流れの中に細い管を通して色素の溶液を注入することによって直接的に観測することが出来る。レーリー数 A が 10^6 を超えると流線が一定の周期、波長をもつて正弦波的な振動を始める。ついで各流線が巻きあがって周期的な渦を形作る。やがてこの渦度の集中が次第にはげしくなり、ついには連続的な乱流へと移行する。板に沿った上昇流または下降流についてみれば、その端からある距離の奥では正弦波的な振動、ついで周期的な渦、やがて一様な乱流となるが、

それらの発生，移行が A が大きくなるにつれて端に近い点でおこるようになる。しかし実験した A の範囲では，流体の底部または自由表面では，この流れはほとんど鎮まり，他の板の端では層流的な対流が始まることは注目される。(オ7図)

板の間隔 $d = 2\text{cm}$ のばあい，2枚の板の温度差と，自励振動の周期との関係を示したものが，オ8図である。周期は ΔT ，従って A と共に直線的に増加する。この時2本の熱電対を流れの中に挿入して記録をとることによって振動の位相速度を求め，あるいは波長を走めることが出来る。波長も ΔT となおり A に対して直線的に増加し，位相速度は A が増加してもほとんど変わらない。流れの中に正弦的な振動の起る点の上流に直径 0.1mm のニクロム線と流れに直角に張り，これに手動でスイッチを断続することによって，周期的な温度変動を与えた。

この結果，外から与えた温度変動の周期波数が，

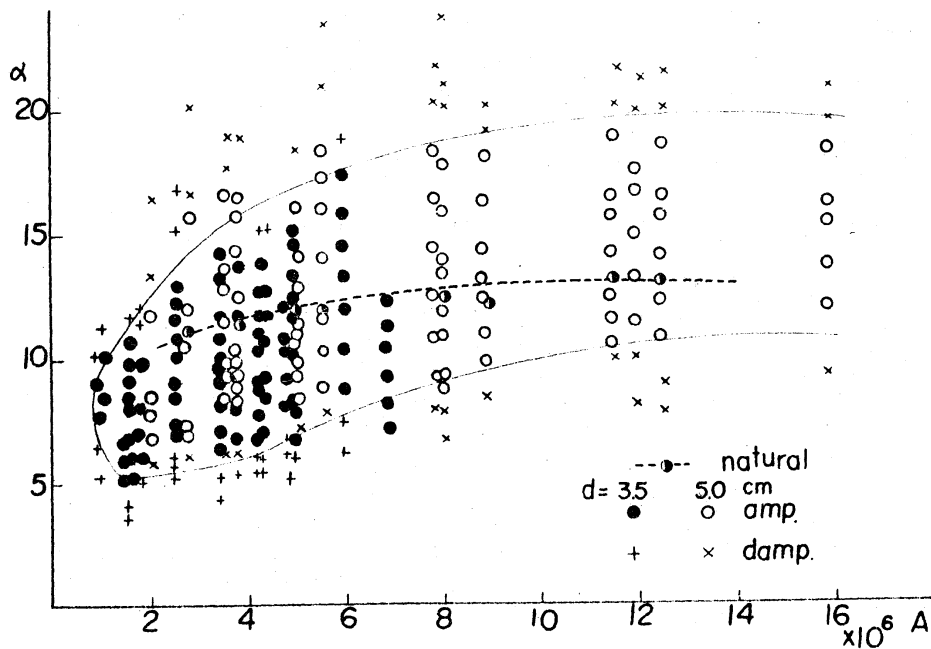


オ8図

オ7図

自励振動の周波数を中心とするある領域内にあるときは、その振動は増大するが、それ以外の周波数であれば振動は減衰する。この結果に基づいていわゆる中立安定曲線を描いてみると次の図に示すようになる。ここで縦軸は無次元の周波数 $\alpha = \frac{\sqrt{xL}}{\beta g} \cdot \frac{n}{\Delta T d}$ であり、これは附加振動の周波数である。

後藤と佐藤は2枚の無限に長い平行平板の間の熱対流の安定性の計算を行なった。その臨界レイリー数 A_{crit} は 3.2×10^7 でこの実験によつて得られた $A_{crit} = 0.9 \times 10^6$ よりはるかに大きい。後藤、佐藤の採用した速度分布、温度分布は $H \rightarrow \infty$ に対応するもの（図5 Type I）であるから、この相違は当然とも考えられる。



この現象は本質的には、境界層流の不安定性に基づくものであるから、速度分布の形が相似であれば、1枚の加熱平板に沿う対流の安定性とも比較しうるものと考えられる。しかし1枚の鉛直平板に沿う自然対流の安定性に関する解析は、線型理論に関してもまだ十分とは云い難い。

最近後藤と池田は有限な2枚の平行平板の非定常流の安定性について研究を行なった。その際用いられた速度分布、温度分布は、この実験結果に近いものであるが、臨界レイリー数は必ずしも一致しないようである。これらについてはなお今後の研究課題である。

[参考文献]

- B. Batchlor; Quart. Appl. Math. 12 (1954) 209-233
 G. Poots; Quart. J. Mech. Appl. Math. 2 (1958) 257-273
 E. R. G. Eckert, W. O. Carlson; Int. J. Heat Mass Transfer 2 (1961) 106-120
 J. W. Elder; J. Fluid Mech. 23 (1965) 77-98
 J. W. Elder; J. Fluid Mech. 23 (1965) 99-111
 J. W. Elder; J. Fluid Mech. 24 (1966) 823-843
 A. E. Gill; J. Fluid Mech. 26 (1966) 515-536
 K. Gotoh, M. Satoh; J. Phys. Soc. Japan 21 (1966) 542-548
 J. O. Wilkes, S. W. Churchill; A. I. Ch. E. J. 12 (1966) 161-166