

Un théorème de type de Matsushima-Murakami concernant
l'intégral des fonctions multiformes

par K. AOMOTO

Dans cette note on va énoncer un théorème de type de Matsushima-Murakami dans l'espace complémentaire d'un espace projectif complexe P^l moins un diviseur à savoir un ensemble algébrique de codimension une. Plus généralement soit M une variété complexe et \tilde{M} son revêtement universel. Le groupe fondamental G de M par rapport à un point base O de M opère sur \tilde{M} comme 'Decktransformation'

$$(0,1) \quad G \times \tilde{M} \ni (\gamma, x) \rightarrow \gamma.x \in \tilde{M}.$$

Soit ρ une représentation linéaire du groupe G dans le groupe linéaire general $GL(A)$ où A désigne un espace linéaire complexe de dimension n . On désigne par $\mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ ou $\mathcal{H}^p(\tilde{M}; \rho, A)$

respectivement les espaces des p -formes différentiables ou holomorphes $\tilde{\mathcal{F}}(x)$ sur \tilde{M} , à valeurs dans A , telles que l'on ait

$$(0,2) \quad \tilde{\mathcal{F}}(\gamma.x) = \rho(\gamma). \tilde{\mathcal{F}}(x).$$

Les espaces $\mathcal{D}(\tilde{M}; \rho, A) = \sum \oplus \mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ et $\mathcal{H}(\tilde{M}; \rho, A) = \sum \oplus \mathcal{H}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ sont munies de structure de complexe de

de Rham par rapport à la dérivation extérieure ordinaire d . On

désignera leurs cohomologies de dimension p par $H^p(\tilde{M}; \rho, A)$ et

$H_{OL}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ respectivement. La représentation linéaire ρ de G

définit à la manière canonique sur M le système local $\{A_p\}$

localement isomorphe à A . On désignera par $H^p(M; \{A_p\})$ ou

$H_{OL}^p(M; \{A_p\})$ leurs cohomologies différentiable ou holomorphe

respectivement. On a les isomorphismes canoniques

$$(0,3) \quad H^p(\tilde{M}; \rho, A) = H^p(M; \{A_\rho\}) \text{ et } H_{\mathcal{O}L}^p(\tilde{M}; \rho, A) = H_{\mathcal{O}L}^p(M; \{A_\rho\}).$$

Si M est une variété de Stein on a l'isomorphisme

$$(0,4) \quad H^p(M; \{A_\rho\}) = H_{\mathcal{O}L}^p(M; \{A_\rho\}).$$

De même la représentation contra-gradiente $\hat{\rho}$ de ρ définit sur M le système local $\{A_\rho^*\}$ localement isomorphe au dual A^* de A . On désignera par $H_p(M; \{A_\rho^*\})$ sa homologie de dimension p .

D'après Eilenberg et MacLane (voir [6] ~~page~~)

$H_p(M; \{A_\rho^*\})$ est dual à $H^p(M; \{A_\rho\})$. Leur pair n'est autre chose que l'intégral des fonctions multiformes $\tilde{\varphi}(x)$ de $\mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ sur un cycle σ définissant un élément de $H_p(M; \{A_\rho^*\})$:

$$(0,5) \quad H^p(\tilde{M}; \rho, A) \times H_p(M; \{A_\rho^*\}) \rightarrow \mathbb{C}$$

$$(\tilde{\varphi}, \sigma) \rightarrow \int_{\sigma} \tilde{\varphi}$$

Supposons maintenant qu'il existe une connexion holomorphe et localement euclidienne dans $\{A_\rho\}$ qui s'induit de l'espace base M , à savoir une fonction holomorphe Y sur \tilde{M} à valeurs dans $GL(A)$ de sorte que l'on ait pour $\gamma \in G$ et $x \in \tilde{M}$ quelconques

$$(0,6) \quad Y(\gamma \cdot x) = \rho(\gamma) \cdot Y(x).$$

On note par $\mathcal{D}^p(M; A)$ ou $\mathcal{H}^p(M; A)$ les espaces des p -formes différentiables ou holomorphes sur M respectivement à valeurs dans A . Alors on a les isomorphismes

$$(0,7) \quad \mathcal{D}^p(M; A) \cong \mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A) \text{ ou } \mathcal{H}^p(M; A) = \mathcal{H}^p(\tilde{M}; \rho, A)$$

respectivement par l'application $\varphi \in \mathcal{D}^p(M; A)$ ou $\rightarrow Y \cdot \varphi \in$

$\mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A)$. On écrit par ω la forme matricielle $Y^{-1} \cdot dY$ qui est holomorphe dans M . Vu que $d(Y \cdot \varphi) = Y \cdot (d\varphi + \omega \wedge \varphi)$,

les cohomologies $H^*(\tilde{M}; \rho, A)$ ou $H_{\mathcal{O}L}^*(\tilde{M}; \rho, A)$ sont isomorphes à $\bar{a}^*(M;$

aux $H^*(M; \quad)$ ou $H^*(M; \quad)$ respectives qui

$H^*(M; [\omega], A)$ ou $H^*_{\mathcal{O}L}(M; [\omega], A)$ respectives. Ces derniers sont définies comme suit : $\mathcal{D}^*(M; A) = \sum \oplus \mathcal{D}^p(M; A)$ ou $\mathcal{H}^*(M; A) = \sum \oplus \mathcal{H}^p(M; A)$ deviennent des complexes de Rham munis de l'opérateur de cobord $\delta : \delta \varphi = d\varphi + \omega \wedge \varphi$. On désigne par $H^*(M; [\omega], A)$ ou $H^*_{\mathcal{O}L}(M; [\omega], A)$ les cohomologies correspondantes.

Supposons de plus que M soit une variété algébrique projective \bar{M} moins un diviseur S de \bar{M} . On note par $\mathcal{D}^*_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ la somme $\sum \oplus \mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ où $\mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ désigne l'espace des p -formes différentiables sur M et de croissance tempérée en S . On note aussi par $\mathcal{H}^*_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ la somme $\sum \oplus \mathcal{H}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ où $\mathcal{H}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ désigne la partie commune de $\mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ et $\mathcal{H}^p(M; A)$ qui s'identifie avec l'espace des p -formes holomorphes dans M et méromorphes dans \bar{M} . Ces deux espaces $\mathcal{D}^*_{\mathbb{T}}(M, S, A)$ et $\mathcal{H}^*_{\mathbb{T}}(M, S, A)$ deviennent des sous-complexes de $\mathcal{D}^*(M; A)$ et $\mathcal{H}^*(M; A)$ respectives par rapport à l'opérateur δ . On note par $\mathcal{D}^*_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ ou $\mathcal{H}^*_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ respectivement la somme $\sum \oplus \mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ ou $\sum \oplus \mathcal{H}^p_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ où $\mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ désigne le sous-espace de $\mathcal{D}^p(\tilde{M}; \rho, A)$ consistant en des p -formes qui s'écrivent comme $Y \cdot \varphi$ où $\varphi \in \mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(M, S; A)$ et $\mathcal{H}^p_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ désigne la partie commune de $\mathcal{D}^p_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ et $\mathcal{H}^p(\tilde{M}; \rho, A)$. Ces dernières deux espaces $\mathcal{D}^*_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ et $\mathcal{H}^*_{\mathbb{T}}(\tilde{M}; [Y], A)$ aussi deviennent des sous-complexes de $\mathcal{D}^*(\tilde{M}; \rho, A)$ et $\mathcal{H}^*(\tilde{M}; \rho, A)$ respectives. On a les isomorphismes évidents :

$$(0, 8) \quad H^p(\tilde{M}; [Y], A) = H^p(M; [\omega], A) \text{ et } H^p_{\mathcal{O}L}(\tilde{M}; [Y], A) = H^p_{\mathcal{O}L}(M; [\omega], A)$$

où $H^p(\tilde{M}; [Y], A)$ et $H^p_{\mathcal{O}L}(\tilde{M}; [Y], A)$ désignent les cohomologies des

de dimension p des complexes $\mathcal{D}_T^*(\tilde{M}; [Y], A)$ et $\mathcal{H}_T^*(\tilde{M}; [Y], A)$ respectifs.

Si la fonction $Y(x)$ est de croissance tempérée en S alors l'espace $\mathcal{D}^*(\tilde{M}; [Y], A)$ consiste en des formes différentiables dans \tilde{M} qui sont de croissance tempérée en S et qui satisfont à (0,2).

On utilisera le théorème suivant du \tilde{a} Grothendieck et Deligne (voir [5] et [6]).

Théorème de comparaison. Si la connexion Y est de croissance tempérée en S , en particulier si $\omega = Y^{-1}.dY$ est du type de singularités régulières en S alors on a l'isomorphisme

$$(0,9) \quad H^p(M; [Y], A) \cong H^p(M; \rho, A).$$

De plus si M est une variété de Stein on a

$$(0,10) \quad H^p(M; \rho, A) = H_{OL}^p(M; \rho, A)$$

en particulier on a

$$(0,11) \quad H^p(M; \rho, A) = (0) \quad \text{pour } p \geq \lambda + 1$$

où $\lambda = \dim M$.

On supposera dans ce qui suit que M soit l'espace projectif complexe et S un diviseur. Supposons que

(H-1) La représentation ρ du groupe G soit donnée comme monodromie à laquelle le système différentiel linéaire

$$(0,12) \quad Y^{-1}.dY = \omega$$

donne naissance, où la forme de connexion ω n'a que des poles logarithmiques le long de S . Dans ce cas-là on sait que la forme

ω est fermée et satisfait à l'équation algébrique suivante :

$$(0,13) \quad \omega \wedge \omega = 0$$

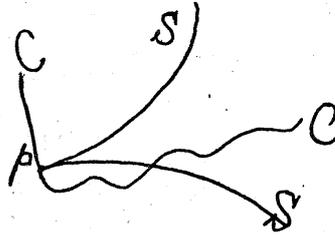
(voir [1] page

ou [5] page

).

Soit \mathcal{L} une application holomorphe du disque unité $D = \{ |z| < 1 \}$ dans \bar{M} telle que l'image $\mathcal{L}(D)$ ne soit pas contenue dans S et que $\mathcal{L}(0)$ soit un point p de S . On dit 'résidu de la forme ω en p le long d'une courbe analytique $C = \mathcal{L}(D)$ ' le résidu de la forme induite $\mathcal{L}^*(\omega)$ en 0 dans D . L'ensemble des résidus de ω en p le long de toutes les courbes analytiques C passant par p forme un semi-groupe d'un nombre fini de générateurs.

Soient C_1, C_2, \dots, C_r les courbes analytiques correspondant à ces générateurs. On désigne par $U_{C_1}, U_{C_2}, \dots, U_{C_r}$ les résidus de ω en p le long des courbes



C_1, C_2, \dots, C_r respectivement. Faisons l'hypothèse suivante :

(H-2) Aucune matrice d'entre $U_{C_1}, U_{C_2}, \dots, U_{C_r}$ n'a un entier non-négatif $0, 1, 2, 3, \dots$ comme valeurs propres de m

Alors on a

Théorème $H^p(M; \{A_p\}) \cong (0)$ pour $p \leq l - 1$ dans le cas où S consiste en des hyperplans ou bien dans le cas où l est égal à 2 et S est quelconque.

L'ensemble des représentations linéaires de G dans $GL(A)$ forme un sous-ensemble algébrique \mathcal{R} dans le produit $GL(A) \times GL(A) \times \dots \times GL(A)$ (m produit) où m désigne le nombre des générateurs du groupe G . L'ensemble des représentations linéaires ρ de G telles l'on ait

(0,14) $H^p(M; \{A_p\}) = (0)$ pour $0 \leq p \leq l - 1$,

est ouvert dans \mathcal{R} . Le théorème précédent implique que cet ensemble n'est pas vide. Quand (0,14) est vérifiées, en utilisant l'égalité suivante

60

$$(0,15) \quad \mathcal{X}(M; \{A_p\}) = n \mathcal{X}(M)$$

où $\mathcal{X}(M; \{A_p\})$ ou $\mathcal{X}(M)$ désignent les caractéristiques d'Euler $\sum (-1)^p \text{rang } H^p(M; \{A_p\})$ ou $\sum (-1)^p \text{rang } H^p(M; \mathbb{C})$ respectives, on peut faire le calcul du rang $H^l(M; \{A_p\})$.

Corollaire 1. Dans le cas où S consiste en des hyperplans en nombre $m \geq l + 2$ d'intersection générale les unes des autres, le revêtement universel \tilde{M} n'est pas contractible.

En effet on peut trouver une forme de connexion ω satisfaisant à l'hypothèse du théorème (d) sorte que l'on ait

$$(0,16) \quad \begin{aligned} \text{rang } H^l(M; \{A_p\}) &= \mathcal{X}(M; \{A_p\}) = \\ &= (m-2)(m-3) \cdots (m-l-1)/l! \end{aligned}$$

qui s'annule pas. D'autre part G étant librement abélien on a

$$(0,17) \quad H^p(G; A_p) = (0) \quad \text{pour } p \geq 0$$

si ρ est générique. D'après un théorème d'Hurewicz on a l'assertion.

Pour une autre application considérons dans l'espace affine \mathbb{C}^l l'union S^* des hyperplans $x_i = 0$, $x_i = 1$ et $x_i = x_j$ ($i \neq j$) par rapport aux coordonnées affines $(x_1, x_2, \dots, x_{l-1})$ de \mathbb{C}^l .

Soit S S^* plus l'hyperplan à l'infini dans P^l . On sait que le revêtement universel \tilde{M} de $M = P^l - S$ est un domaine borné et homéomorphe à l'espace euclidien R^{2l} de $2l$ dimensions (voir [3] ~~page~~). D'après le théorème

d'Hurewicz on a pour p quelconque

$$(0,18) \quad H^p(G; A_p) = H^p(M; \{A_p\}).$$

Or pour cet ensemble S on constate qu'il existe une forme de connexion ω satisfaisant à (H-2). Dans ce cas-là (0,14) est vérifiée d'où il vient pour $p \neq l$,

$$(0,19) \quad H^p(G; A_p) \cong (0)$$

Aussi est ce groupe de type de Matsushima-Murakami.

SS

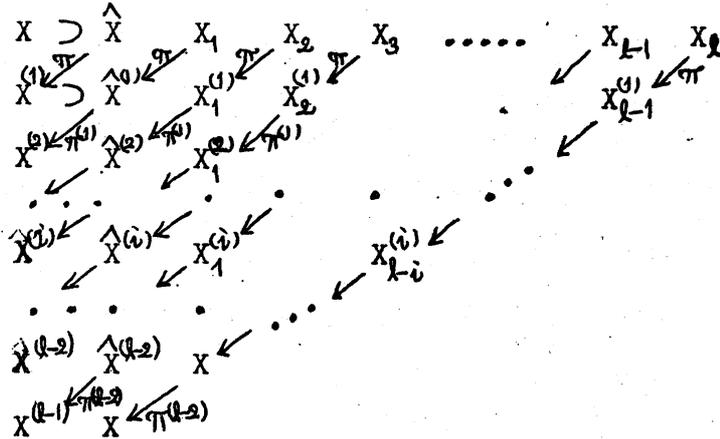
SS 1. Esquisse de la démonstration du théorème.

Pour démontrer le théorème on va utiliser 'Principe de Lefschetz' comme Zariski a cherché le groupe fondamental de $P^l - S$ (voir [9] page ~~page~~).
Moyennant la suite de résidu et la suite spectrale dues à Leray on peut réduire le calcul des cohomologies de $P^l - S$ à celui des cohomologies dans les espaces de dimension une. Celui-ci revient au calcul des cohomologies des certaines algèbres de Lie attachées à SS moyennant des équations différentielles linéaires déterminant des systèmes locaux.

On note par X l'espace projectif complexe de dimension l P^l , et X par X_1 un diviseur S . On prend un point base O de $X - X_1$. On pose $\hat{X} = X - (O)$. Soit $X^{(1)}$ un hyperplan de X disjoint à O . On considère le faisceau des droites $L_{p^{(1)}}$ passant par O et des points $p^{(1)}$ de $X^{(1)}$ de sorte que \hat{X} soit un espace fibré holomorphe en droite dont la base est $X^{(1)}$ et dont la fibre est $L_{p^{(1)}} - (O)$. On note par $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ l'ensemble des points d'intersection générale $L \wedge X_1$, où m désigne le degré de X_1 . Soit π la projection canonique de \hat{X} sur $X^{(1)}$. Soit $X_1^{(1)}$ le sous-ensemble de $X^{(1)}$ des points $p^{(1)}$ tels que certains d'entre a_1, a_2, \dots, a_{m-1} et a_m coïncident. $X_1^{(1)}$ est évidemment un diviseur de $X^{(1)}$. On prend ensuite un point base $O^{(1)}$ de $X^{(1)} - X_1^{(1)}$ et on pose $\hat{X}^{(1)} = X^{(1)} - (O^{(1)})$. Soit $X^{(2)}$ un hyperplan de $X^{(1)}$ disjoint à $O^{(1)}$. Alors $\hat{X}^{(1)}$ devient un espace fibré en droite dont la base est $X^{(2)}$ et dont la fibre est la droite $L_{p^{(2)}}$ reliant $O^{(1)}$ et un point $p^{(2)}$ de $X^{(2)}$. On note par $\pi^{(1)}$ la projection canonique de $\hat{X}^{(1)}$ dans $X^{(2)}$ et par $X_1^{(2)}$ le sous-ensemble

ensemble de $X^{(2)}$ des points $p^{(a)}$ de sorte que la droite $L_{p^{(a)}}^{(1)}$ ne rencontre pas $X_1^{(1)}$ en position générale, ainsi de suite....

En général on obtient la projection $\pi^{(i)}$ de $\hat{X}^{(i)}$ sur $X^{(i+1)}$ dont la fibre est la droite $L_{p^{(i+1)}}^{(i)} - (0^{(i)})$. Par récurrence on pose $X_{j+1}^{(i)} = \pi^{(i)-1}(X_j^{(i+1)})$. On a ainsi le diagramme suivant :



où $X^{(i)}$ et $\hat{X}^{(i)}$ sont de dimension $(l - i)$ et $X_j^{(i)}$ ($j \geq 1$) sont des diviseurs de $X^{(i)}$. L'application $\pi^{(i)}$

$$(1,1) \quad \hat{X}^{(i)} - X_1^{(i)} - \dots - X_{l-1}^{(i)} \rightarrow X^{(i+1)} - X_1^{(i+1)}$$

est non-singulière. On note par $F^{(i)}$ sa fibre générale, qui est isomorphe à $L^{(i)} - L^{(i)} \cap X_1^{(i)}$. Supposons que

(H-3) $\mathcal{E}_1 \in H^1(F^{(i-1)}; \mathcal{E}_1)$, $\mathcal{E}_2 \in H^1(F^{(i-1)}; \mathcal{E}_2)$, etc. une $H^1(F^{(i-1)}; \mathcal{E}_j)$ n'est pas nulle

s'annulent si un des \mathcal{E}_j est nul où \mathcal{E}_j parcourt 0 ou 1.

Alors on a aisément la

Proposition 1. Il existe une suite spectrale $E_r^{\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_l}$

où \mathcal{E}_j est égal à 0 ou 1 et une filtration de $H^*(X - X$

$$H^*(\hat{X} - X_{1,2,3,\dots,l} \dots X_{l-1} ; \{A_p\}) :$$

$$(1,2) \quad H^p(\hat{X} - X_{1,2,3,\dots,l} ; \{A_p\}) \supset G_1 \supset G_2 \supset \dots \supset G_{\lfloor \frac{l}{p} \rfloor} \supset (0)$$

telles que l'on ait

$$(1,3) \quad \frac{H^p(\hat{X} - X_{1,2,3,\dots,l} ; \{A_p\})}{G_1} = E_2 \begin{matrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 \end{matrix} \begin{matrix} 1 & \dots & 1 \\ \hline p \end{matrix}$$

$$\frac{g_i}{g_{i+1}} \approx E_2^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_l}$$

$$g_{\left(\frac{l}{p}\right)} \approx E_2^{\underbrace{1 \ 1 \ \dots \ 1}_p \ 0 \ \dots \ 0_{l-p}}$$

et que

$$(1,4) \quad E_2^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_l} \approx H^{\varepsilon_1}(F^{(l-1)}; H^{\varepsilon_2}(F^{(l-2)}; \dots H^{\varepsilon_l}(F; \{A_p\}) \dots)) \dots$$

où on a posé $X_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_l = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup \dots \cup X_l$.

Soit w la coordonnée affine de la droite $L_{(p)}$ passant par 0 et un point $p^{(1)}$ de $X^{(1)}$ telle que l'origine et le point à l'infini correspondent à 0 et $p^{(1)}$ respectivement. Alors la forme matricielle

d'ordre $m \quad (d(a_i - a_j) / (a_i - a_j)) \quad (1 \leq i, j \leq m)$ est définie

dans un revêtement ramifié $\tilde{X}^{(1)}$ de $X^{(1)}$. Soient $N^{(\nu)}$ $(1 \leq \nu \leq r)$

le système de tous les résidus de cette forme dans $\tilde{X}^{(1)}$. On voit

que les éléments $n_{ij}^{(\nu)}$ sont des entiers et symétriques: $n_{ij}^{(\nu)} = n_{ji}^{(\nu)}$.

On note par \mathcal{G} l'algèbre de Lie engendrée des éléments

u_1, u_2, \dots, u_m avec les relations fondamentales

$$(1,5) \quad \sum_{\substack{1 \leq i, j \leq m \\ i \neq j}} n_{ij}^{(\nu)} [u_i, u_j] = 0 \quad \text{et} \quad \sum_1^m u_i = 0$$

où $1 \leq \nu \leq r$ et $1 \leq i, j \leq m$.

Alors la donnée d'une forme de connexion ω satisfaisant à (H-1)

équivalut au donner une représentation linéaire ρ de \mathcal{G} dans

$\mathfrak{gl}(A)$ (voir [1] page ~~page~~). Dans cette

situation on peut démontrer la

Proposition 2. Aux hypothèses (H-1) et (H-2) on a

$$(1,6) \quad H^1(\mathcal{G}, A) = (0).$$

Le système local $H^1(F; \{A_p\})$ sur $X^{(1)} - X_1^{(1)}$ s'écrit en forme explicite moyennant une équation différentielle linéaire qui est une généralisation de l'équation classique de Pochhammer.

Supposons en effet que la forme de connexion ω s'exprime par rapport à la coordonnée w sur la droite $L_{(p)}$ de la manière suivante :

$$(1,7) \quad Y^{-1} \cdot dY = \omega = \sum_1^m U_j \frac{d(w - a_j)}{(w - a_j)}$$

où U_j désigne le résidu de ω en a_j qui se montre indépendant de $p^{(1)}$ de $X^{(1)}$ (voir [1]). Si la forme ω remplit (H-1) ainsi que l'hypothèse suivante plus faible que (H-2) :

(H-2)' Aucune matrice d'entre U_1, U_2, \dots, U_m n'a un entier positif $1, 2, 3, \dots$ comme valeurs propres,

alors tout élément de $H^1(F; [\omega], A_p)$ s'écrit comme

$$(1,8) \quad \sum_1^m Y \cdot \xi^{(j)} dw / (w - a_j)$$

où $\xi = (\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(m)})$ signifie un élément de $A^m \text{ mod.}$

$(U_1 \eta, U_2 \eta, \dots, U_m \eta)$ pour un certain η de A . Remarquons que

la représentation précédente ρ de \mathcal{O}_g est définie par la

correspondence $u_j \rightarrow U_j \quad (1 \leq j \leq m)$. Par un calcul élémentaire

on a la

Proposition 3. Le système local $H^1(F; [\omega], A_p)$ sur $X^{(1)} - X_1^{(1)}$ s'écrit moyennant l'expression (1,8) comme suit :

$$(1,9) \quad \sum_1^m d \langle \sigma, \theta_i \rangle \xi^{(i)} = \langle \sigma, \sum_{i \neq j} (\theta_i - \theta_j) \cdot U_j \cdot \xi^{(i)} \cdot \frac{d(a_i - a_j)}{(a_i - a_j)} \rangle,$$

où θ_i désigne la forme $Y \cdot dw / (w - a_j)$ et σ un cycle de

$H_1(F; \{A_p^*\})$. Cette équation différentielle n'est définie que sur $\tilde{X}^{(1)}$.

En utilisant cette équation on conclut de la proposition 1 que

Proposition 4. Aux hypothèses (H-1) et (H-2) (1,6) implique
que

$$(1,10) \quad H^1(\hat{X} - X_1, 2, 3, \dots, \ell; \{A_p\}) = (0).$$

Or on peut généraliser la suite de résidu (ToumThom-Gysin) dans le cas des coefficients des systèmes locaux. En appliquant ces diverses suites on voit que la proposition précédente entraîne la

Proposition 4. Aux mêmes hypothèses qu'à la précédente
on a

$$(1,11) \quad H^1(X - X_1; \{A_p\}) = (0).$$

Pour la démonstration du théorème on constate d'abord que (H-1) et (H-2) impliquent (H-3). Ensuite on démontre la p en récurrence la proposition 1. Par conséquent on a

$$(1,12) \quad H^p(\hat{X} - X_1, 2, 3, \dots, \ell; \{A_p\}) = (0),$$

pour $p \leq \ell - 1$. En appliquant les suites de résidus on arrive à la conclusion du théorème.

On ne sait pas si le théorème est généralisé pour un diviseur quelconque S dans un espace projectif complexe P^ℓ .

Les détails de la démonstration du théorème paraîtra ailleurs.

Bibliographies.

- [1] K. AOMOTO, Sur la forme de connexion euclidienne du type régulier, Proc. Japan Acad. Vol. 46, No. 7 (1970) pp 660-662.
- [2] L. Bers, Spaces of Riemann surfaces as bounded domains, Bull. Amer. Math. Vol. 66 (1960), pp 98-103.
- [3] V. I. Arnold, Braids of algebraic functions and cohomologies of swallowtails, Uspehi Mat. Nauk 23, no. 4 (142), (1968) pp 247-248.
- [6] S. Eilenberg and S. MacLane, Homology of Spaces with Operators I, II, Trans. AMS. 61, pp 378-417 (1947) et 65, pp 49-99 (1949).
- [4] P. Deligne, Equations différentielles à points singuliers réguliers, Lec. Note 163, Springer.
- [5] - , Théorie de Hodge, mimeographie à I.H.E.S. (1970).
- [7] J. Leray, Un complément au théorème de N. Nilsson sur les intégrales de formes différentielles à support singulier algébriques, Bull. Soc. Math. France 95, 1967, pp 313-374.
- [8] S. Murakami, Cohomologies of vector valued forms on compact locally symmetric Riemannian manifolds, Algebraic groups and discontinuous groups, Proc. Sympo. Pure Math. Vol 9 (1966).
- [9] O. Zariski, A theorem on the Poincaré group of the residual spaces of algebraic hypersurfaces, Ann. of Math. Vol. 38 (1937).

Université de Tokyo