数理解析研究所講究録
第 201 巻 1974 年 253-256

Theorems on the extension of solutions
(Corrections and supplements)

東大 理 金子 晃

数理解析研究所講究録 162 に載った私のノートの定理が不完全であって，誤りの指摘と反例だけは印刷に間に合ったが定理の修正版が間に合わなかったので，ここにその他の Errata 及びその後得られた結果などと合わせて載せることとした。今回のシンポジウムにおける話とは無縁のものであるがお許し願いたい。

§1 への supplement

系. $p(D)$ が (hyperfunction の意味で) $(0, \cdots, 0, 1)$ 方向に双曲型であるとき，その propagation cone を C とする。このとき定理 1.4 の条件(4)は次と同値になる。

(4) $\Longleftrightarrow$ p は双曲型 かつ $\forall a \in K$ に対し $a + C \cap H \subset K$.

(特に p が双曲型で K が十分開きの大きい cone の形をしているならば $\mathcal{B}_p(U \setminus K)/\mathcal{B}_p(U) = 0$ となる。このことは断っておかなければ後に引用できない。)

§2. corrections and supplements

$[u] \in H_K^0(U, \beta)$ を u の一つの拡張とし Lemma 2.2 の証明中において $[[\chi u]]$ を $[[\chi[u]]]$ でおき換える。

P. 6 ↑9 及び ↑1 $[[p(D)(\chi u)]]_0$ は $\widehat{[[p(D)(\chi u)]]_0}$ とする。

Theorem 2.4. 1) は次のように改良できる：$(0, \cdots, 0, 1)$ に収束する方向の列 $\vartheta_\lambda^{(k)}$, $k = 1, 2, \cdots$ で，p_λ が各 $\vartheta_\lambda^{(k)}$ 方向に双曲型であるようなものが存在する。この部分の証明の方針は同様である。

Theorem 2.4. 2) は次のように訂正する。方向 $\vartheta_\lambda \in \mathbb{R}^{n-1}$ で，a) $K \subset \{\langle \vartheta . x' \rangle = 0\}$　b) ϑ_λ は p_λ の非特性方向であり，$p_\lambda(\tau\vartheta + \zeta', \zeta_n)$ の各根 τ は $\zeta' \in \mathbb{C}^{n-1}$ を固定する毎に

$$|\operatorname{Im} \tau(\zeta_n)| \leq \varepsilon|\zeta_n| + C_\varepsilon \qquad {}^\forall\varepsilon > 0,\ {}^\exists C_\varepsilon > 0$$

なる評価を満たす。

主につけ加えたのは K の条件である。なお K のこの条件を落とすと反例ができることは末尾の Errata に記した通りであるが，その反例は log の中の第二項の前に因子 $\frac{1}{1-k^2}$ が落ちている。同様のことはウルトラ双曲型方程式についても云える。

Proposition 2.6 の主張及び証明中の $|\mathrm{Re}\, z|^\delta$ を

$a\,\mathrm{Re}(-\sqrt{-1}z)^{g}$ でおき換える。ここに $(\ )^{g}$ は主枝を表わす。P.11↓7の all the constants except 云々は削除，代わりに定数 C に suffix をつけて C_J とする。そこの f, g も f_J, g_J とした方がわかり良いかもしれない。P.12↓5の値 a' は，この Proposition を応用する際に $a|z|^{g} \le a'\,\mathrm{Re}(-\sqrt{-1}z)^{g}$ のように用いる。$(\mathrm{Im}\, z \geq 0)$。

註 P.12↑1〜P.13↓4で述べ捨てにした主張を証明しておこう。$p(\zeta)=0$ を ζ_1 について解いて (11), (12) に代入してみると，

(11′) $\quad |\tilde{\alpha}\cdot u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\zeta'', \varepsilon}\, \exp(\varepsilon |\zeta_n|)$

(12′) $\quad |\tilde{\alpha}\cdot u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\varepsilon}\, \exp(\varepsilon|\zeta''| + \varepsilon|\zeta_n| + H_L(\zeta'', \zeta_n))$

となる。($K \subset \{x_1 = 0\}$ なので $H_L(\zeta)$ には変数 ζ_1 は含まれない。) (11′), (12′) からは本当に次の (13′) が得られる。

(13′) $\quad |\tilde{\alpha}\, u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\varepsilon}\, \exp(\varepsilon|\zeta''| + \varepsilon|\zeta_n| + H_{L\cdot K}(\zeta'', \zeta_n))$

この証明は，例えば基本対称多項式を用いて $\tilde{\alpha}\, u(\zeta'', \zeta_n)$ から ζ'', ζ_n の整函数をつくり，それを Fourier－Laplace 像とする解析汎函数の porter の一意性に帰着させて行うことができる。(13′) を (13) にもどせば命題 1.4 と定理 2.1 によりTheorem 2.4, 2) の証明が完成したことになる。

註 上に述べた porter の一意性はもう少しゆるい条件で成

り立つので，同様の方法で次が証明できる。

定理. $x'\in R^{n-1}$ の適当な座標系に対し $\zeta''=(\zeta_2,\cdots,\zeta_{n-1})$, $\zeta'=(\zeta_1,\zeta'')$ とおく。添字集合 $\{2,\cdots,n-1\}$ の適当な部分集合 I をとるとき，既約多項式 p の零点 $\zeta\in N(p)$ に対し次の二つの評価式が成り立つとする：任意の $\varepsilon>0$ に対し適当な $C_\varepsilon>0$ が存在して

$$|\mathrm{Im}\,\zeta_1|\leq\varepsilon|\zeta''|+\varepsilon|\zeta_n|+A|\mathrm{Re}\,\zeta^I|+b|\mathrm{Im}\,\zeta''|+C_\varepsilon$$

$$|\mathrm{Re}\,\zeta^I|\leq\varepsilon|\zeta|+B|\mathrm{Im}\,\zeta'|+C_\varepsilon$$

ここに b, A, B 等は ε によらぬ正定数であり $|\mathrm{Re}\,\zeta^I|=\sum_{i\in I}|\mathrm{Re}\,\zeta_i|$ の意味である。このとき $\mathfrak{A}_p(U\setminus K)/\mathfrak{A}_p(U)=0$.

この例には熱方程式 $\zeta_1^2+\cdots+\zeta_{n-1}^2-\sqrt{-1}\,\zeta_n$ が入るので，熱方程式に対しては K が太っていても接続定理が成り立つことになる。

文献

Theorem 2.4 correction の部分については Proc. Japan Acad. 49-1 (1973), 1-3 に概報，詳しい証明は On continuation of regular solutions of partial differential equations with constant coefficisnts, J. Math. Soc. Japan (to appear) を見られたい。最後に述べた結果は revision の際つけ加えられた。