数理解析研究所講究録
第 245 巻 1975 年 131-132

(E)-homeo.(flow) と (D)-homeo.(flow) との違いについてのコメント.

九大 教養　浜地敏弘
〃 〃　押川元重

Furstenberg の(D)-homeo.(or flow)の構造定理("The structure of distal flows" Amer. J. Math 85 (1963))は(D)-homeo.(or flow)が(E)-homeo.(or flow)の inverse limit で決まることを示している。

minimal でない時に、(E)-homeo.のクラスと(D)-homeo.のクラスとのギャップが各々の orbit closure space の位相構造に反映することがある。　(D)-homeo.は minimal sets による相空間の分割をもつのでその商空間(orbit closure space)が定義出来る。ところで(E)-homeo.の orbit closure space は Hausdorff になるが、(D)-homeo.でその orbit closure space が Hausdorff にはならない例が次のように簡単に作れる。

$$[0,1)\times[0,1) \ni (x,y) \longrightarrow (x,\ x+y) \quad (\mathrm{mod}.\,1)$$

この(D)-homeo.の orbit closure space の問題は(D)-homeo.の topological entropy を計算(実は零)する際に起きてきた問題で、Hausdorff に必ずしもならない為に現在直接の計算方法は分かっていない。しかし他の方法で measure theoretical entropy を用いて計算に成功している。

minimal な時、不変測度が1個かそうでないかで(E)-homeo.

と (D)-homeo. との違いが見られることがある。minimal (E)-homeo. は確率不変測度を唯1個持つ。　ところが Effros-Hahn ("Transformation groups and C^*-algebras" Mem. Amer. Math. Soc. no 75 (1967)) は　ある無理数 γ とある連続関数 $\varphi(x)$ に対して

$$\text{homeo.}\quad \underset{[0,1)\times[0,1)}{\overset{}{}}\!\!\ni (x, y) \longrightarrow (x+\gamma,\ y+\varphi(x)) \pmod{1}$$

が minimal distal であって、かつ非可算個の確率不変測度をもつような例を構成した。