数理解析研究所講究録
第245巻 1975年 167-170



# 丹羽敏雄，大槻舒一両氏の講演に対する質問とコメント

九州大学理学部 占部 実

<u>質問1</u>. Hamiltonian system は mechanical system としては特殊な system で，このため扱いの上では，簡単になる面と，また一方その特殊性のためかえって困難になる面とがある。

例として挙げられた Hamiltonian system で，Hamiltonian が

$$H=\frac{1}{2}(p_1^2+p_2^2)+\varepsilon(\cos q_1-1)$$

である場合の，cylindrical な $(q_1, p_1)$-phase space 上における orbits の挙動についていえば，$(\pm\pi, 0)$ は centers になっており，この点と separatrices とを除けば，すべての orbits は closed orbits（separatrices で囲まれた領域$\Delta$内にあるものは center のまわりをまわる closed orbits，$\Delta$の外にあるものは，$q_1=\pi$ のときと $q_1=-\pi$ のときの $p_1$ が等しく cylinder 上での closed orbits）になっており，separatrices 自身も幾何図形としてはまた cylinder 上の閉曲線になっている．orbits がこのようになるのは，考えている system が Hamiltonian system で

あるためであって，Hamiltonian system の特性がここにはっきり現われている．

たとえば，回転振子の運動をする synchronous motor の運動の場合には，たとえば文献

N. Minorsky : Introduction to Non-Linear Mechanics, 1947,

M. Urabe : Infinitesimal deformation of the periodic solution of the second kind and its application to the equation of a pendulum, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1954), 183-219.

M. Urabe : The least upper bound of a damping coefficient ensuring the existence of a periodic motion of a pendulum under constant torque, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1955), 379-389,

に示されているように，cylindrical な phase surface 上の orbits の挙動は上のものとよく似ているが，この場合には system に damping が働き，system は Hamiltonian system ではなく，center のところは focus になり，separatrices は幾何図形として一般には閉曲線にはならず，cylinder 上の closed orbits は現われても discrete にしか現われない．そして parameter の特定の値のときにのみ，

separatricesが幾何図形としてcylinder上で閉曲線になる.

Hamiltonian systemは, そうでないものに比べると, 上述したようにいろいろな特性をもっているので, 最初に述べたように, その研究には容易な面と, また一方ではその特殊性のために困難な面とがあると思う. 講演者のこれに対するご意見を承りたい.

質問2. 初めの質問に関連するが, Hamiltonian systemは明らかにstructurally stableではない. structurally stableであるということは, あらゆる小さな変位に対してsystemのorbitsのtopological charactersがかわらない, ということで, これでは条件が強すぎるのではないか, という疑問はSmale, Zeemanなどもよく知っている. 何か, ある制限のもとでの変位に対して不変である, ということに弱められないか. たとえば, Hamiltonian systemの範囲内での変位ということでは, どうなるのであろうか. 講演者の話はこういうことになっているような気がするが, これをめぐってのご意見を承りたい.

コメント. 厳密にいえば, Hamiltonian systemとさ

れているものでも，微少な damping などがあるので，数学的には Hamiltonian system ではないかも知れないが，現実の現象を解釈する上では Hamiltonian system と見做して扱う方がより適切であるものが少くなく，とくに天体力学の場合はそうであるように思われる．こう考えると，stucturally stable ではない system も現実には重要な意味をもっており，質問者自身，最近人工衛星の軌道計算に関して若干研究を行っているので，本講演には少なからず興味をおぼえた．