

自由L空間

愛媛大 理 永見 啓亮

調和ある次元論を展開できる空間はこの四半世紀間距離空間の枠を本質的にぬけたことができなかったといえる。この枠をはずすために考えたのが自由L空間である。次元論の展開の詳細は省いてここではその定義を述べることとする。

パラコンパクト Hausdorff 空間 X を考える。その閉集合の族 \mathcal{F} とその各元 $F \in \mathcal{F}$ に対してその反被覆 (即ち F の補集合の開被覆のこと) \mathcal{U}_F が与えられているとする。 U が F の \mathcal{U}_F に関する正規近傍とは各 i に対して

$$\mathcal{U} \cap \mathcal{U}_F \subset (X - U) \cap F = \emptyset$$

をみたす F の開近傍のこととする。 X が自由L空間であるとは0疎な \mathcal{F} がとれて

(*) 任意の $x \in X$ とその任意の開近傍 U に対して \mathcal{F} の元 F_1, \dots, F_m がとれ、それらの正規近傍 U_1, \dots, U_m がとれ、

$$x \in \bigcap_{i=1}^n F_i \subset \bigcap_{i=1}^n U_i \subset U$$

とできることとする。この性質をみたす $\mathcal{L} = (\mathcal{F}, \{\mathcal{U}_F\})$ を自由 L 構造という。より強く

(#) 任意の $x \in X$ とその任意の開近傍 U に対してある $F \in \mathcal{F}$ とその正規近傍 V に対して $x \in F \subset V \subset U$ とできる, ならば L ネットワークという。 $\mathcal{F} = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ と書いたとき $B \subset A$ に対して

$$F_B = \bigcap \{F_\alpha : \alpha \in B\},$$

$$F^B = \bigcup \{F_\alpha : \alpha \in B\}$$

とおく。 $\forall B \subset A$, $F_B \in \mathcal{F}$ かつ $C \subset B$ なら F_C の \mathcal{U}_{F_C} に関する正規近傍は F_B の \mathcal{U}_{F_B} に関する正規近傍に当たっているならば \mathcal{L} は乗法的であるという。 F^B に対して同様のことを考えて \mathcal{L} の加法性を定義する。次は同号である。

- 1) X は自由 L 空間である。
- 2) X は σ 局所有限な自由 L 構造をもつ。
- 3) X は σ 疎な L ネットワークをもつ。
- 4) X は σ 局所有限な L ネットワークをもつ。
- 5) X は L ネットワーク $\mathcal{F} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \mathcal{F}_i$ をもち各 \mathcal{F}_i は疎かつ乗法的 (かつ加法的) である。