

Two-Equation Modelによる3次元乱流数値解析と模型実験

東大 工学部 加藤 信介

東大 生研 村上 周三

1. 序

Launder et al (1972)^{文1}によるTwo-Equation Modelを基礎方程式として3次元乱流の数値解を求め、精密な模型実験と比較し、良い対応を見た。数値解法は、野村ら(1975)^{文2}と同じく、Harlow et al (1965)^{文3}の開発したMAC法に準じた差分格子及び算法を用い、模型実験は、風速を村上ら(1980)^{文4}の改良した熱線風速計を用いて3次元的に測定した。^(註1)

2. 模型実験

解析の対象とした3次元流は、室内気流を想定したもので吹出口・吸込口を有する立方体内の流れである。Fig.2-1にその形状及び座表系を示す。模型実験は、Fig.2-2に示す室内模型で、風向検知の可能なタンデム型熱線風速計^{文4}により3次元的に変動風速を測定して行う。Fig.2-4~Fig.2-7に用いた風速計の特性を示す。実験は、吹出気流のRe数(吹出口幅,吹出風速で

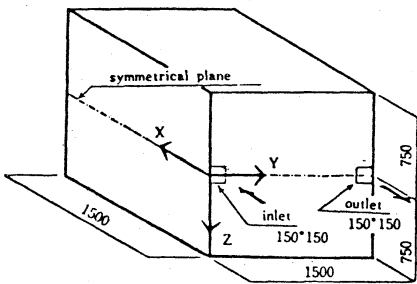


Fig.2-1 Room model (dimension in mm)

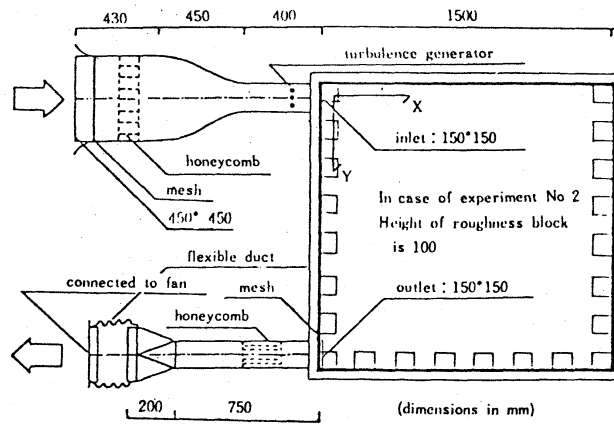
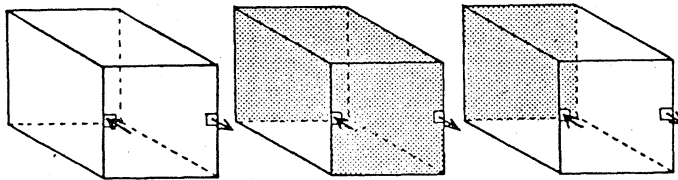
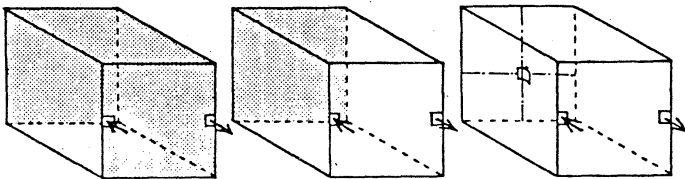


Fig.2-2 Air flow system for supply inlet and exhaust outlet



Experiment No 1 Without roughness and plate
 Experiment No 2 Height of roughness block is 0.1 m Blocks are arranged on 3 planes
 Experiment No 3 Height of roughness 0.1 m Arranged on 1 plane



Experiment No 4 Height of roughness 0.05 m Arranged on 3 plane
 Experiment No 5 Height of roughness 0.05 m Arranged on 1 plane
 Experiment No 6 1 plate (0.15x0.15 m) is arranged on 1 plane

Fig.2-3 Varieties of experiments
 Roughness blocks are arranged on gray-colored planes

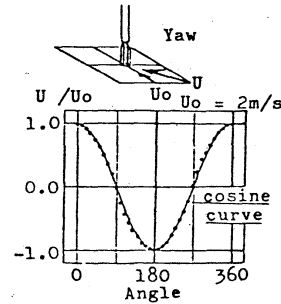


Fig.2-6 Directivity for mean velocity (Yaw)

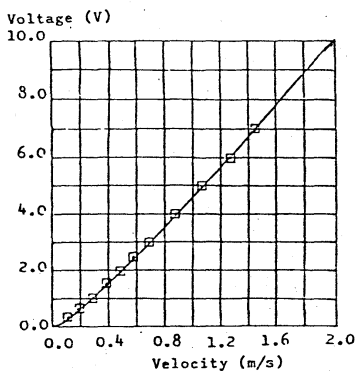


Fig.2-4 Calibration curve at low velocity

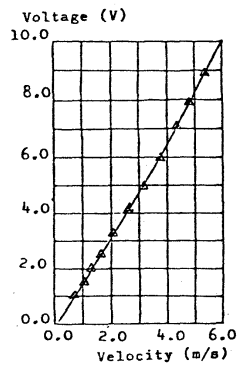


Fig.2-5 Calibration curve at high velocity

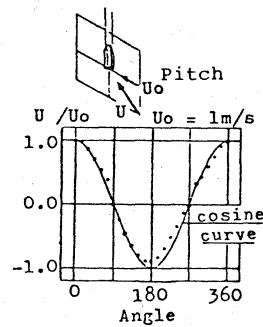


Fig.2-7 Directivity for mean velocity (Pitch)

Table 2-1 Values measured in this experiment

turbulence energy	$q = (\overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2})/2$	(2-1)
mean value of dissipation rate	$\epsilon_w = (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)/3$	(2-2)
mean value of length scale	$L_w = (L_x + L_y + L_z)/3$	(2-3)
mean value of eddy diffusivity	$K_w = (K_x + K_y + K_z)/3$	(2-4)
here, $T_i = \int_0^{\tau_0} R_i(\tau) d\tau$	characteristic time scale ($\tau_0 \cdot R_i(\tau_0) = 0$)	
R_i	autocorrelation of u_i	
$L_i = \sqrt{\overline{u_i^2}} \cdot T_i$	length scale	
$\epsilon_i = \sqrt{\overline{u_i^2}}^3 / L_i$	dissipation rate	
$K_i = \sqrt{\overline{u_i^2}} \cdot L_i$	eddy diffusivity	
	(subscript $i = x, y, z$)	

Table 3-1 Equations for turbulence flow in case of two-equation(q-ε)model

equation of continuity	$\partial U_i / \partial x_i = 0$	(3-1)
momentum equation	$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j U_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\}$	(3-2)
transport equation of q	$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (q U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\nu_i}{\sigma_1} \left(\frac{\partial q}{\partial x_j} \right) \right\} + \nu_i S' - \epsilon$	(3-3)
transport equation of ε	$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\epsilon U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\nu_i}{\sigma_2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \right\} + C_1 \frac{\epsilon}{q} \nu_i S' - C_2 \frac{q \epsilon}{\nu_i}$	(3-4)
	$S' = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$	(3-5)
	$\nu_i = q^{1/2} l = C_D q^2 / \epsilon$	(3-6)
(numerical constants are assumed as follows $C_D \sim 0.09, C_1 \sim 1.59, C_2 \sim 0.18, \sigma_1 \sim 1.0, \sigma_2 \sim 1.3$)		
here	U_i : mean velocity	
	u_i : turbulence component	
	q : turbulence energy ($\frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$)	
	ϵ : dissipation rate ($\nu \frac{\partial u_i \partial u_i}{\partial x_j \partial x_j}$)	
	ν_i : eddy viscosity	
	l : length scale	
	Π : total pressure ($P + \frac{2}{3} \rho q$)	
	P : excessive pressure	
	ν : viscosity	
	ρ : density	

算出)を約6万として行
 い, Fig.2-3に示すように
 壁面に設置した粗度の
 種類,設置面数等により
 6種類行う。測定した
 変動風速は, 平均流の
 他 Table2-1に示す乱流
 統計量を算出する。な
 お, 算出した結果は,
 吹出口幅L₀と吹出風速
 U₀で無次元化して示す。
 (以後,*は無次元量を表す)

3. 数値解析

Table3-1に示すq-ε
 型の2方程式乱流モデ
 ルを基礎式とし, MAC
 法に準じて数値解を求

める。今回,示す数値解は, いずれも空間を20×20×20の差分
 格子に分割して行っている。吹出口,吸込口,壁面で必要となる
 境界条件は次のように与える。(1)吹出口: $U_T^* = 0, U_N^* = U_0, q^* = 0.005$
 $\epsilon^* = 0.0035$ (*は無次元量であることを示す。無次元化は実験値と同じく吹出口幅L₀風速U₀で行う)
 (添字Tは吹出面に対し接線方向, Nは法線方向, U₀:吹出風速 U₀=1)

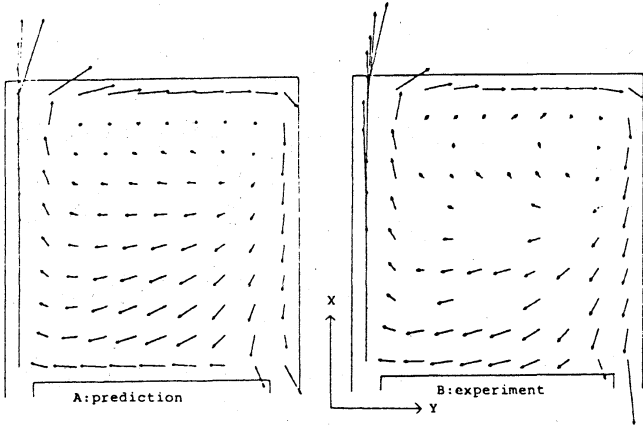
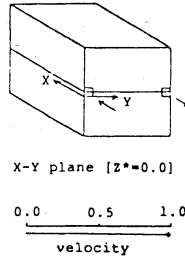


Fig. 4-1 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=0.0$, Comparison of prediction and experiment



(2) 吸込口: $U_T^* = 0$,

$$U_N^* = -U_0, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial m^*} = 0$$

$$\frac{\partial \epsilon^*}{\partial m^*} = 0 \quad (m^*: \text{壁面からの法線距離})$$

(注2)

(3) 滑らかな壁面

$$\frac{\partial U_T^*}{\partial m^*} = m^* \frac{U_T^*}{R}$$

$$U_N^* = 0, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial m^*} = 0$$

$$\epsilon^* = C_D \left(\frac{q^*}{m^* R} \right)^{\frac{3}{2}} / (C_D^{\frac{1}{4}} K R)$$

(R: 壁面から壁面第1セルの差分点迄の距離)

M: U_T が対数則分布をとる時

の指数, $M = 1/7$, K : カルマン定数 $K = 0.4$

(注3)

(4) 粗度のある壁面

(注4)

(注5)

$$\frac{\partial U_T^*}{\partial m^*} = \frac{U_T^*}{m^* R} \left(\ln(R/z_0) \right)^{-1}$$

$$U_N^* = 0, \quad \theta^* = K^2 \left(\frac{U_T^*}{m^* R} \right)^2$$

$$C_D^{-\frac{1}{2}} \left(\ln(R/z_0) \right)^{-2}$$

$$\epsilon^* = K^2 \left(\frac{U_T^*}{m^* R} \right)^3 \cdot R \left(\ln(R/z_0) \right)^{-3}$$

(z_0 : U_T が対数則分布をとる時

の粗度)

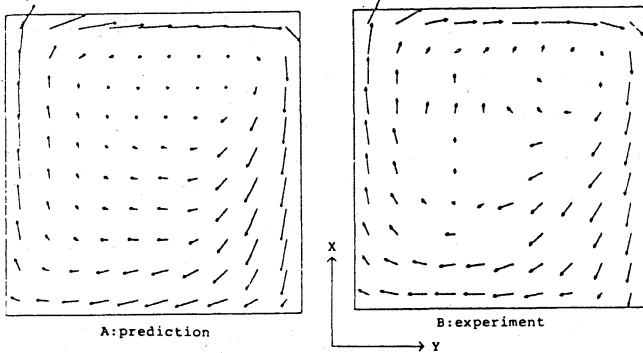


Fig. 4-2 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=1.5$

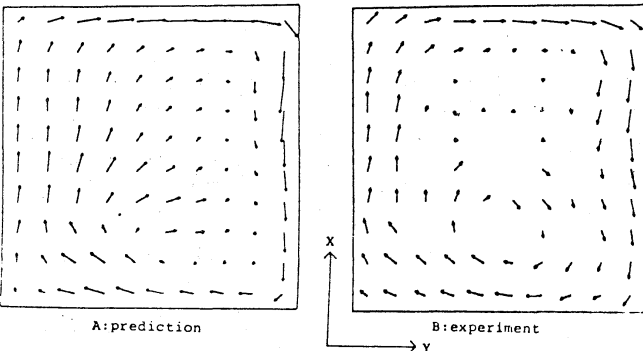
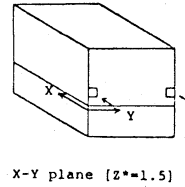


Fig. 4-3 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=3.5$

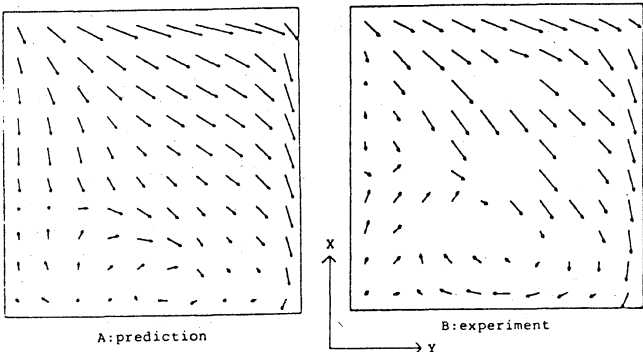
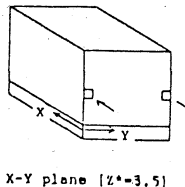
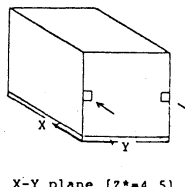


Fig. 4-4 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=4.5$



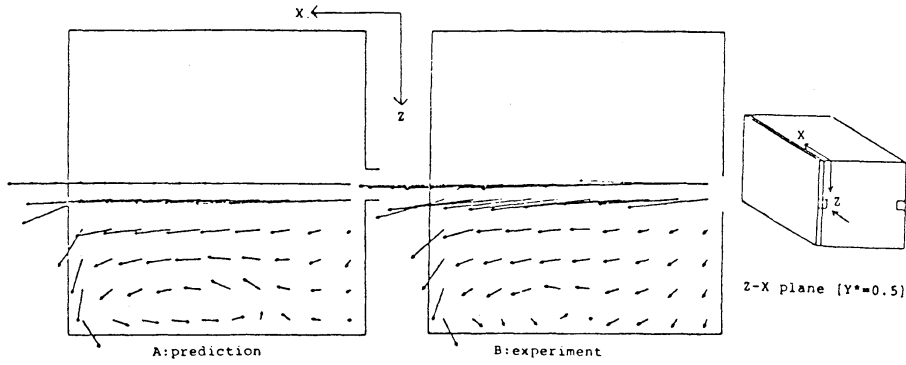


Fig.4-5 W-U vectors on Z-X plane at $Y^*=0.5$

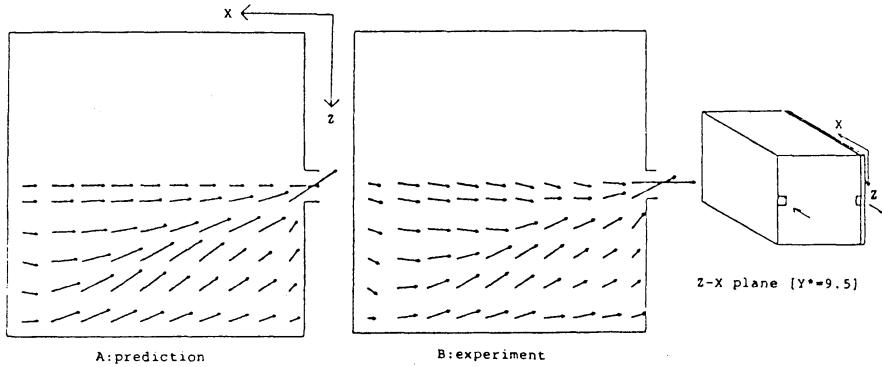


Fig.4-6 W-U vectors on Z-X plane at $Y^*=9.5$

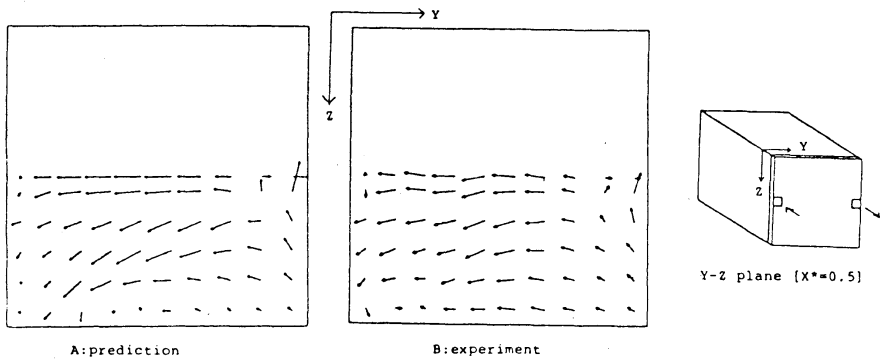


Fig.4-7 V-W vectors on Y-Z plane at $X^*=0.5$

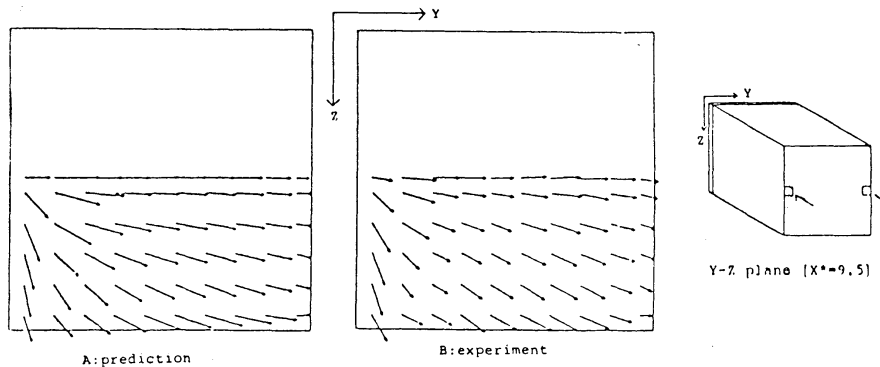


Fig.4-8 V-W vectors on Y-Z plane at $X^*=9.5$

4. 平均流の対応

滑らかな壁面のみに囲まれた場合 (experiment 1) の数値解と模型実験の平均流の対応を Fig. 4-1 ~ Fig. 4-8 に示す。流れは X-Y 平面 $Z^*=0.0$ を対称面とし上下対称性を良く実験、数値解とも示すため下側のみ示す。多少の不一致点もあるが全体として非常に良く一致している。

5. 乱流量の対応

同じく滑らかな壁面のみで囲まれた場合(experiment 1)の数値解と模型実験の乱流量の対応を Fig.5-2~Fig.5-5 に示す。図は Fig.5-1 に示す各点での値の対応を示す。乱流エネルギーを除外し、定義の違いから一対一に対応

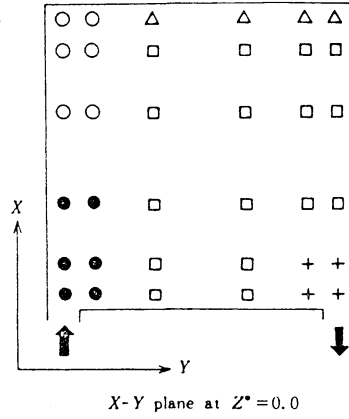


Fig.5-1 Marks at each measuring point

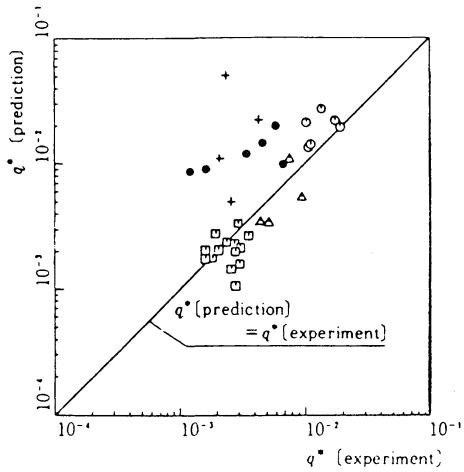


Fig.5-2 Correspondence of q^* (experiment) to q^* (prediction)

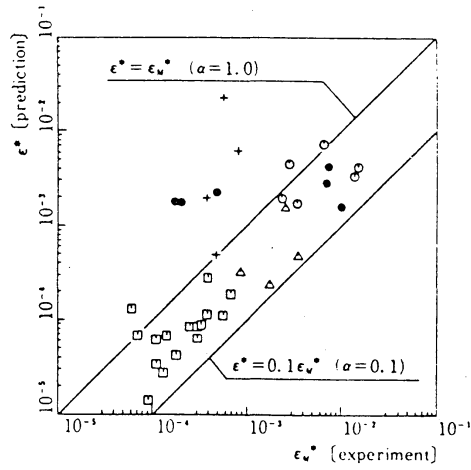


Fig.5-3 Correspondence of ϵ^* (experiment) to ϵ^* (prediction)

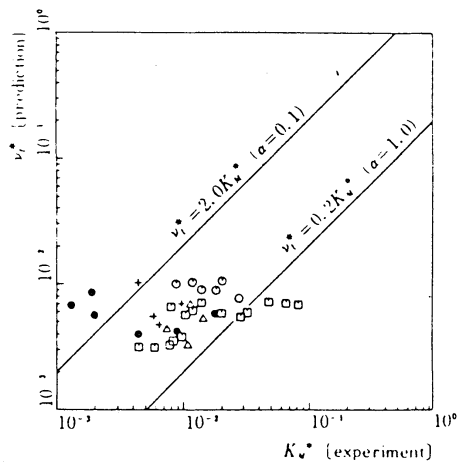


Fig.5-4 Correspondence of K_w^* (experiment) to v_t^* (prediction)

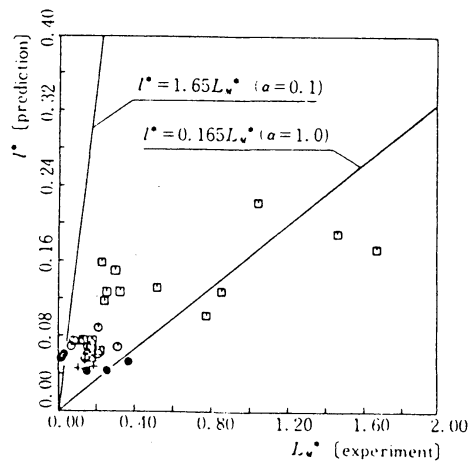


Fig.5-5 Correspondence of L_w^* (experiment) to l^* (prediction)

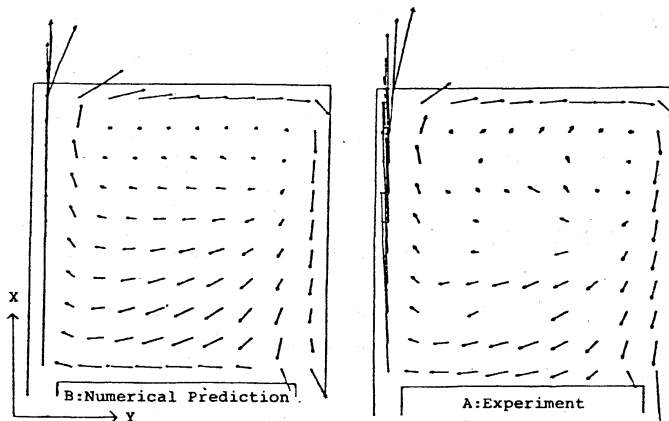


Fig. 6-1 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

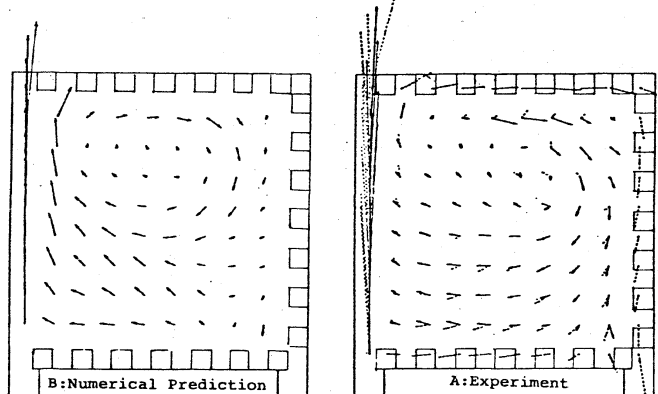


Fig. 6-2 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

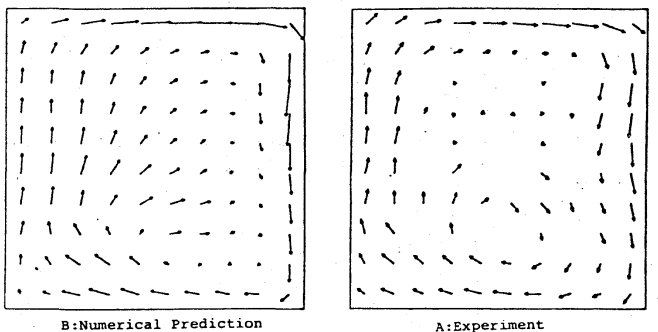


Fig. 6-3 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=3.5$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

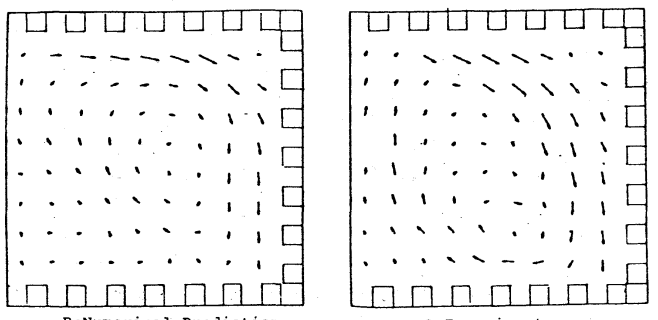
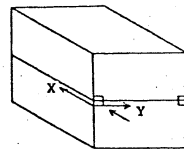
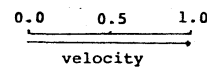


Fig. 6-4 U-V vectors on X-Y plane at $Z^*=3.5$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

する物ではないが、両者は同一オーダー内の対応を示す。

6. 壁面に粗度のある場合
る壁面に比較的大きな

粗度を設けた場合 (experiment 2) と、滑らかな壁面



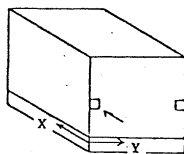
のみに風ま

た場合 (experiment 1) の突

験と数値解の

対応を Fig. 6-1 ~ Fig. 6-4 に示す。Fig. 6-1, Fig. 6-2 は、X-Y 面 $Z^*=0.0$ の場合の experiment 1 & 2 のそれぞれの数値解、実験結果を示し、

Fig. 6-3, Fig. 6-4 は、X-Y 面 $Z^*=3.5$ の数値解、実験結



果の平均流を示す。なお Fig.

6-2 の実験結果

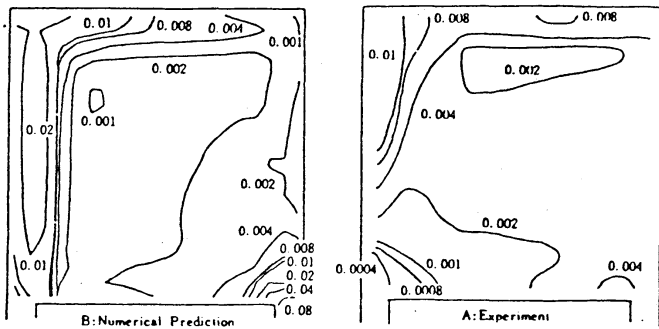


Fig.6-5 Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

中の破線は、参考の
 為に experiment 1 で得
 られた平均流ベクト
 ルを示すものである。

図に示されるように
 粗度の設置により壁
 に沿った流れの速い
 域が中心に移動し、
 その循環流の概その

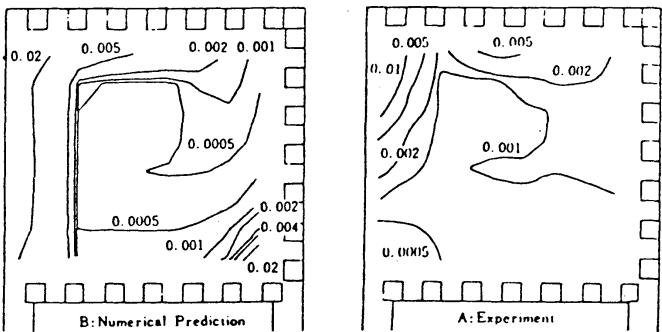


Fig.6-6 Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

直径も減少している

様子が、数値解、実
 験結果の双方で見ら
 れる。又 Fig.6-5~Fig.
 6-6 には乱流エネルギー
 $-g^*$, Fig.6-7~Fig.6-8

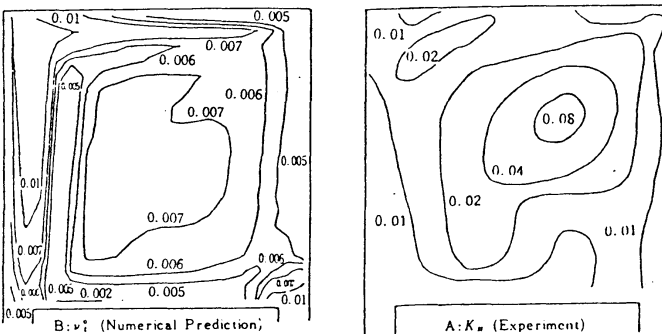


Fig.6-7 Distribution of K_m^* (experiment) and v_t^* (prediction) on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 1 (without roughness and plate)

には滑動粘性係数 λ^*
 $-K_m^*$ の X-Y 平面 $Z^*=0.0$
 の分布を示す。通常
 の平板境界層での例
 と異り、粗度の設置

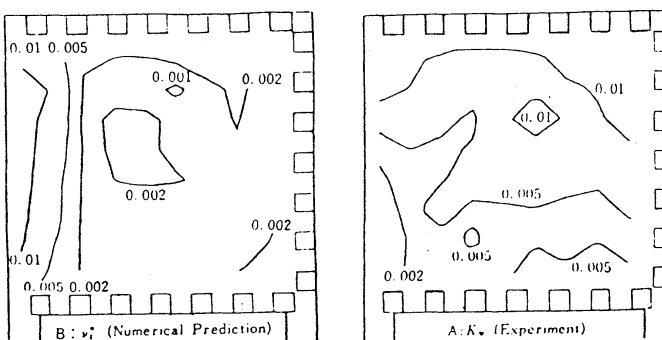


Fig.6-8 Distribution of K_m^* (experiment) and v_t^* (prediction) on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 2 (height of roughness 0.1m 3-planes)

により乱流エネルギー

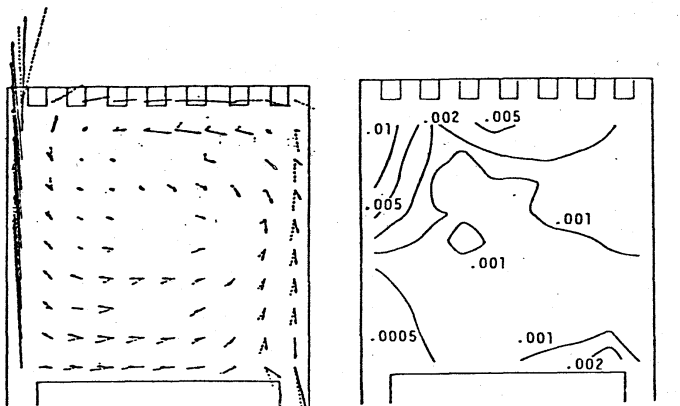


Fig.7-1 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 3 (height of roughness 0.1m 1-plane)

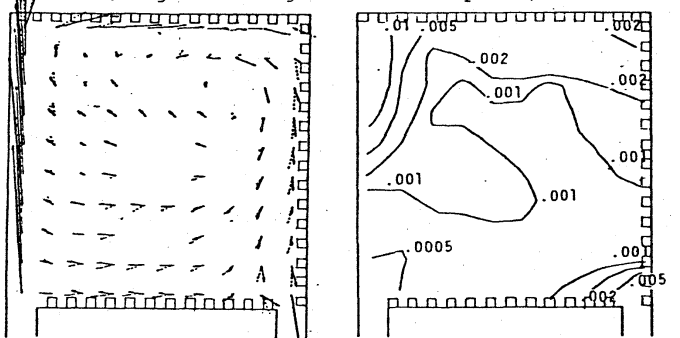


Fig.7-2 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 4 (height of roughness 0.05m 3-planes)

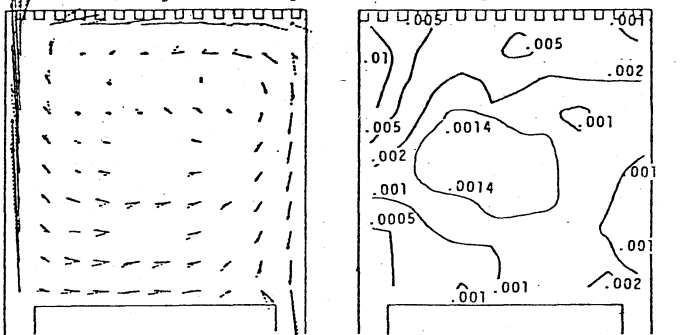


Fig.7-3 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 5 (height of roughness 0.05m 1-planes)

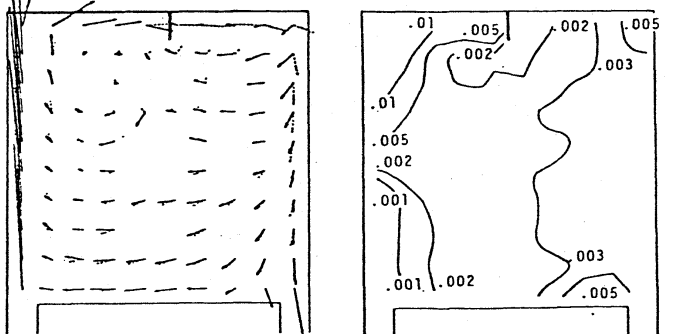


Fig.7-4 U-V vectors and Distribution of q^* on X-Y plane at $Z^*=0.0$, in case of experiment 6 (1-plate [0.15 0.15m] on 1-plane)

q^* が全体的に大きく減少している様子が、実験結果、数値解の双方で観察される。

これは粗度の設置により壁面付近での乱流混合が促進され、平均流の勾配(その剪断成分)が緩和され、その結果乱流エネルギー等が減少するものと考えている。

7. 壁面粗度と流れ

Fig.7-1~Fig.7-4に、Fig.2-3で示した各種実験種別における平均流と乱流エネルギーの実験結果を示す。平均流中の破線は、滑らかな壁面に用いた場合(experiment 1)の平均流ベクトルを示す。

粗度の大小、設置壁面の多少による流れへの影響をきとめると①粗度が大きい程、設置面が多い程、壁に沿った速い流域が中心に移動し、循環流の概その直径が減少する。②同じく粗度が大きい程、設置面が多い程、乱れのエネルギーが全体的に減少する。又ここでは示さないが、滑動粘性係数、乱流逸散、乱れの長さスケール等も同様の傾向を示す。又、丁シートを粗度のかわりに一壁面のみを設置した場合も、乱流エネルギー他、乱れの統計量は、滑らかな壁面に囲まれた場合と比べ、多少減少する。その場合、平均流は、大きく変化している。

8. 結論

Two-Equation Modelを基礎式とした3次元の数値解析は平均流に関し極めて良く模型実験と一致し、平均流の予測方法として有望である。又、壁面に設置した粗度による流れへの影響をある程度再現し、この意味でも可成り実用的な予測法として期待できる。閉鎖空間内の流れでは、粗度の設置により通常の境界層流と異り、乱流エネルギー、その他乱れの統計量が減少する現象も観察される。これは粗度設置による乱流混合促進により平均流の勾配(その剪断成分)が減少するためと考えられる。

(註1) 本報告の詳細は、文献5、文献6、文献7で報告している。

(註2) 滑らかな壁面での境界条件は、以下の条件を仮定している。(1)接線方向速度は、バキ指数分布を示す。(少なくとも壁面に隣接する第1セル(差分格子で囲まれた小立方体)の接線速度定義点では)。(2)乱流エネルギーの法線勾配は零。(3)乱流散逸の壁面隣接第1セルでの値は、算出した、乱流エネルギーと、乱流の長さスケール l が壁面距離に比例 ($l = C_D \frac{1}{4} \cdot k \cdot r$, C_D : Table 3-1で示す, k : カルマン定数, r : 壁面からの距離) するとして Table 3-1の 3-6式より算出。

(註3) 粗度のある壁面での境界条件は、以下の条件を仮定している。(1)接線方向速度は対数則分布する。 $U = \frac{u_*}{k} \ln \frac{r}{z_0}$ u_* : 摩擦速度, z_0 : ラフネスパラメータ (2) $v_x = u_* \cdot k \cdot r$ (3) コンスタントフラックス $v_x \partial v_x / \partial m = u_*^2$, なおラフネスパラメータ z_0 は、模型実験で測定した値を勘案して定めた。

文献1 BE. Launder, DB. Spalding: Mathematical Models of Turbulence Academic Press (1972)

文献2 野村豪, 松尾陽, 見城正光, 坂本信三, 遠藤清尊: 室内空気分布の数値解法に関する研究. 1, 2, 3. 日本建築学会論文報告集 231号, 232号, 233号 (1975)

文献3 F. H. Harlow, J. E. Welch: Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Surface, The Physics of Fluid, Vol. 8, No. 2, 1965

文献4 村上周三, 小峯裕己: タンテム型熱線風速計による変動風速の三次元的な測定. 建物の周辺気流に関する実験的研究(XI) 日本建築学会論文報告集 297号 (1980)

文献5 村上周三, 野村豪, 小峯裕己, 加藤信介, 佐藤正章: 室内気流に関する数値計算予測と実験対応. 東京大学生産研究 31巻 第7号 (1979)

文献6 野村豪, 村上周三, 加藤信介, 佐藤正章: 3次元数値解析と本模型実験 - 数値解析手法を用いる室内空気分布予測法に関する研究 - その2 - 日本建築学会論文報告集 298号 (1980)

文献7 村上周三, 加藤信介: 室内気流に関する数値計算予測と実験の対応. (総報) 東京大学生産研究, 33巻, 3号 (1981)