

## 回転流体中の複数の平衡解とそれらの安定性について

京大 理 余田 成男

### 1. はじめに

地球大気の流体力学的特徴として、地球の重力場の中で安定密度成層をしていること、地球が自転している為に大気は回転する系の中で運動しているということが挙げられる。

このために、高・低気圧やジェット気流のような大規模な現象（水平スケールが  $10^6 \sim 10^7$  m）は、ほとんど水平二次元的な流れになっている（鉛直スケールは  $10^4$  m 程度）。

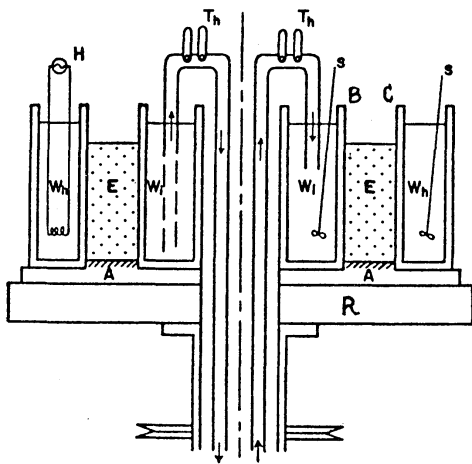
ここでは、地球大気を念頭において回転流体中において、流れの形態・パターンが変化する2つの現象を考える。1つは、回転水槽実験で現れる、軸対称流 → 定常波 → 周期変動する波 → 乱流と流れの形態が遷移する現象で、第2節で扱う。第3節では、「寒波の吹き出し」として知られるジェット気流の蛇行 — フロッキング現象 — のメカニズムを議論する。

これらの非線型な現象を理解する方法として、Lorenz(1960)に始まる、非線型の偏微分方程式を自由度の限られた常微分方程式系に置き換えて、主に計算機により数値的解析を行なうという手法をとる。

## 2. 回転木槽における流れの形態の遷移

### 2-a 回転木槽実験

地球大気のもう1つの特徴は、太陽放射の入射量に起因して極と赤道の間に温度差があるということである。このように、回転して112水平温度差(密度差)のある流体の基本的な力学的性質を調べる実験装置が回転木槽である(瓜生; 1973, Hide & Mason; 1975)。

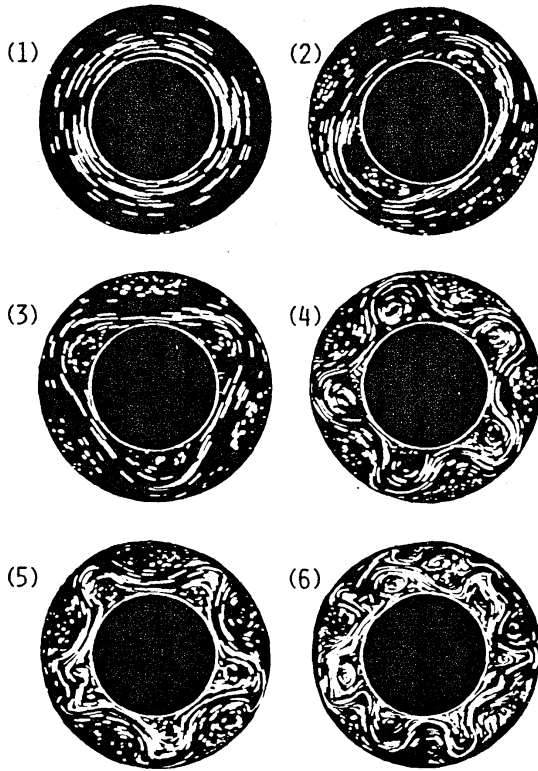


第1図 実験装置主要部分の模式図

Wi: 冷水, Wh: 温水, E: 対流槽, A: フクリル樹脂, H: 電熱器, Th: サーミスタ, S: 攪拌器, R: 回転台. 対流槽Eに作業流体が入れられていて、内壁BとC外壁の間に温度差がつけられる。(瓜生; 1973)

実験装置の鉛直断面図を第1図に示す。2つの同軸円筒間(E)に実験流体を満たし、内壁Bを冷却、外壁Cを加熱して軸対称な水平温度差をつくる。

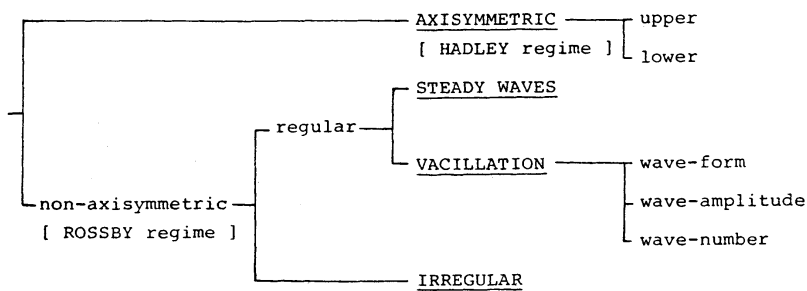
回転がなければ、加熱側で上昇し冷却側で下降する鉛直対流が生じる。装置を回転させると回転数と温度差の組合せにより



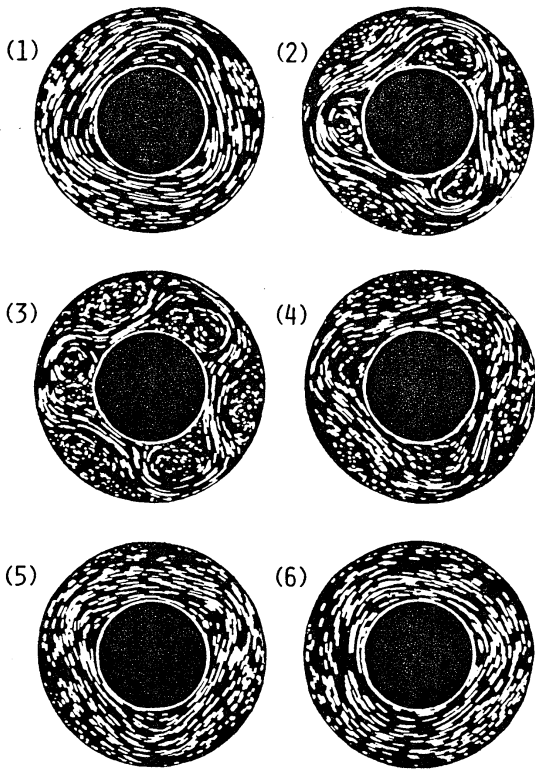
第2図 様々な流れ。  
表面から0.5cmの所の流跡線  
(Hide & Mason; 1975)。

様々な流れが現れる(第2図)。流れの形態は、第3図のように基本的に4つの regime に分類できる。まず、回転軸に対称な流れ(第2図-(1))と非軸対称な流れに分けられ、非軸対称な流れには、regular な流れ((2), (3), (4))と irregular な流れ((5), (6))がある。steady wave は初動するだけで形が変らない波であり、vacillation は周期的に形や振幅、波数を変える波である。

第3図 流れの形態の分類。



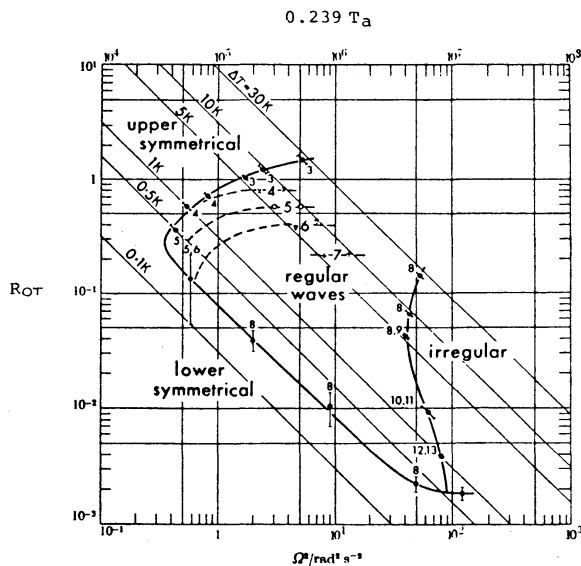
第4図は vacillation の1例で、波の振幅が周期的に変化している (wave-amplitude vacillation)。



第4図 wave-amplitude vacillation.

時間間隔は30秒，露出時間はそれぞれ2秒である。

(Hide & Mason; 1975)



多くの実験により，これらの流れの形態は，主に Taylor数 ( $Ta$ ) と thermal Rossby数 ( $Rot$ ) の無次元数に依存するという結果が得られた。

$$Ta = \frac{4\Omega^2 d^4}{\nu^2} \frac{d}{h} \quad (2-1)$$

$$Rot = \frac{g h \Delta \rho / \rho_0}{\Omega^2 d^2} \quad (2-2)$$

ここで， $d$  は円筒間の距離， $h$  は流体層の深さ， $\Omega$  は回転角速度， $g$  は重力加速度， $\nu$  は動粘性係数， $\rho_0$  は平均密度， $\Delta \rho$  は加熱・冷却によつて引き起こされる水平密度差である。

第5図 流れの形態の遷移。

非軸対称流の領域内の数字は，卓越する波数を示す。(Hide & Mason; 1975)

$Ta$  と  $Rot$  を両座標にとり，流れの形態を記入したのが第5図である．内外壁の温度差  $\Delta T$  を一定にして回転数を変える時，図中の右下がりの直線上を動く． $Rot$  の大きいところと小さいところに軸対称流があり，中間では  $Ta$  が増すにつれて，軸対称流から *regular waves*，さらに *irregular* へと遷移する．

### 2-6 2層準地衡スファトルモデル

大気中の大規模な運動は，その時間スケールが回転の時間スケールより大きく，擾乱の渦度の鉛直成分が水平拡散に比べて大きい．このような現象に適した近似方程式系に準地衡風方程式系がある（例えば，栗原；1979）．

いま考へておける回転木槽中の波動は，容器の角速度  $\Omega$  の数十分の一の角速度で回転方向に動いていて，ほとんど水平な運動をしてゐる．そこで，流れの形態の遷移を準地衡風モデルを用いて議論する．円筒の曲率を無視して幅が  $2L$  の無限水路を考へ，鉛直2層にして微分を差分に置き換えると次のような方程式系を得る（Lorenz；1960，1963）．

渦度の式

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -J(\psi, \nabla^2 \psi) - J(\tau, \nabla^2 \tau) - k \nabla^2 \psi + k \nabla^2 \tau \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \tau = -J(\psi, \nabla^2 \tau) - J(\tau, \nabla^2 \psi) + f \nabla^2 \chi + k \nabla^2 \psi - (k + 2k') \nabla^2 \tau \quad (2-4)$$

熱力学の式

$$\frac{\partial}{\partial t} \theta = -J(\psi, \theta) + \bar{\sigma} \nabla^2 \chi - h(\theta - \bar{\sigma}) + h\theta^* \quad (2-5)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{\sigma} = -\overline{\theta \nabla^2 \chi} + h\bar{\theta} - (h + zh') \bar{\sigma} - h\bar{\theta}^* \quad (2-6)$$

温度風の式

$$\nabla^2 \theta = A \nabla^2 \tau \quad (2-7)$$

ここで、 $\nabla^2$  は水平 Laplacian ( $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ )、 $J$  は水平 Jacobian ( $J(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x}$ )、 $\overline{\quad}$  は水平平均である。各変数は次の意味である。

$\psi + \tau$  : 上層の水平流の非発散成分に対する流れ関数

$\psi - \tau$  : 下層の水平流の非発散成分に対する流れ関数

$-\chi$  : 上層の水平流の非回転成分に対する速度ポテンシャル

$\chi$  : 下層の水平流の非回転成分に対する速度ポテンシャル

$\theta + \sigma$  : 上層の温度

$\theta - \sigma$  : 下層の温度

定数  $f = 2\Omega$ 、 $A$  は流体の種類に依存する定数である。

摩擦は、下の境界面では下層の速度に比例し、2層間の面では両層の速度シアに比例するとし、それぞれの摩擦係数を  $2k$ 、 $k'$  とする (2-3), (2-4)。下層の加熱は、外部パワー  $-\tau$  とし与える放射平衡温度  $\theta^*$  と下層温度  $\theta - \sigma$  の差に比例する Newtonian 加熱を用いる。また、2層間の熱交換は両層の温度差に比例するとする。加熱係数とし

で、それぞれ、 $2h$ ,  $h'$  とすると熱力学の式は (2-5), (2-6) のようになる。

次に、偏微分方程式系 (2-3) ~ (2-7) の各変数を適当な直交関数系で展開し、その係数を新しい従属変数とするスペクトル形式に変換する。いま、無限木路を考えたときの  $z$ , double Fourier 級数で展開する。境界条件を考慮すると直交関数系は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_0 &= 1, & F_{nm} &= 2 \sin \frac{m\pi y}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} \\ F_{0m} &= \sqrt{2} \cos \frac{m\pi y}{L}, & F'_{nm} &= 2 \sin \frac{m\pi y}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \end{aligned} \quad (2-8)$$

ここで  $L$  は距離定数で、 $y=0$  と  $y=\pi L$  に外壁・内壁に対応する境界がある。(2-8) を用いて各変数を展開し、次に  $x$  方向には波数  $n$  という 1 成分だけを残り、 $y$  方向には  $m=1, 2, \dots, \infty$  のモードを残して切断する。第 2 図の (1) ~ (4) のような流れに対しては妥当な切断であろう。それらを (2-3) ~ (2-7) に代入して  $z$  成分と  $\nabla^2 x$  成分を消去すると、最終的に、 $\psi_{0m}, \psi_{nm}, \psi'_{nm}, \theta_{0m}, \theta_{nm}, \theta'_{nm}, \theta_0, \theta_0$  ( $m=1, 2, \dots, \infty$ ) から成る  $6m+2$  元の時間に関する常微分方程式系を得る (Yoden; 1979)。この方程式系が  $6m+2$  に自由度を限られた系での帯状成分 ( $F_0, F_{0m}$ ) と波動成分 ( $F_{nm}, F'_{nm}$ ) の相互作用を記述できるモデルである。

扱いを簡単にする為、摩擦と加熱の係数の比を固定する。

$$k' = k'' = \frac{k}{2} = \frac{k}{2} \quad (2-9)$$

また、水平温度差をもちうる放射平衡温度  $\theta^*$  とし、

$$\theta^* = \theta_0^* F_0 + \theta_{01}^* F_{01} \quad (2-10)$$

とすると、支配できる外部パラメータは  $k$  と  $\theta_{01}^*$  になる。

$k^{-2}$  は Taylor 数に比例する量であり、 $\theta_{01}^*$  は imposed thermal Rossby 数に比例する量である。

### 2-C 定常解と線型安定性

時間微分および波動成分を 0 とおくと、おべの  $k \geq 0$  と  $\theta_{01}^* \geq 0$  の組合せに対し次の定常解を得る。

$$\left. \begin{aligned} \psi_{01} &= \theta_{01} \\ \theta_0 &= \theta_0^* + \theta_{01}^2 \\ \sigma_0 &= \theta_{01}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

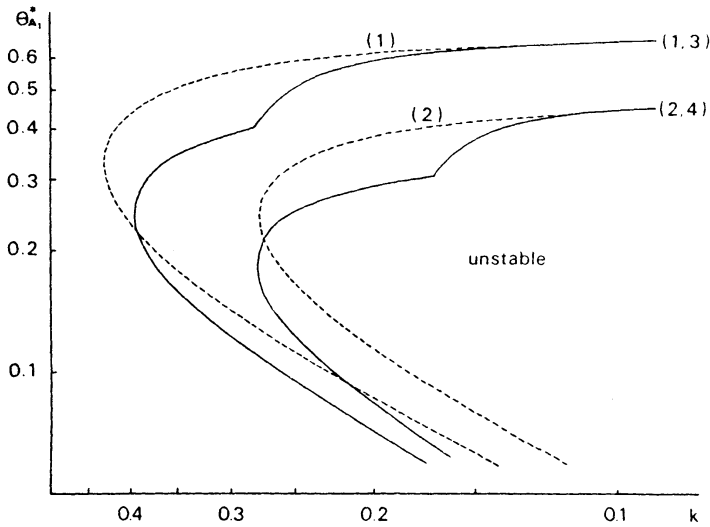
ここで、 $\theta_{01}$  は

$$\theta_{01}^3 + \theta_{01} = \theta_{01}^* \quad (2-12)$$

の実根であり、他の成分はおべの 0 である。これは、上層が  $\sin \frac{y}{2}$  型の帯状流、下層の非発散流はほい ( $\psi - \tau = 0$ ) 流いで、本種実験の軸対称流に対応している (第 2 図 (1))。

常微分方程式系を線型化して、定常解 (2-11)、(2-12) の安定性を調べたのが第 6 図である。( ) 内のモードの波動擾乱に対する安定性の臨界曲線で、各線の右側が不安定になる。





第6図 定常軸対称解の線型安定性。  
 $n=2$  の場合。

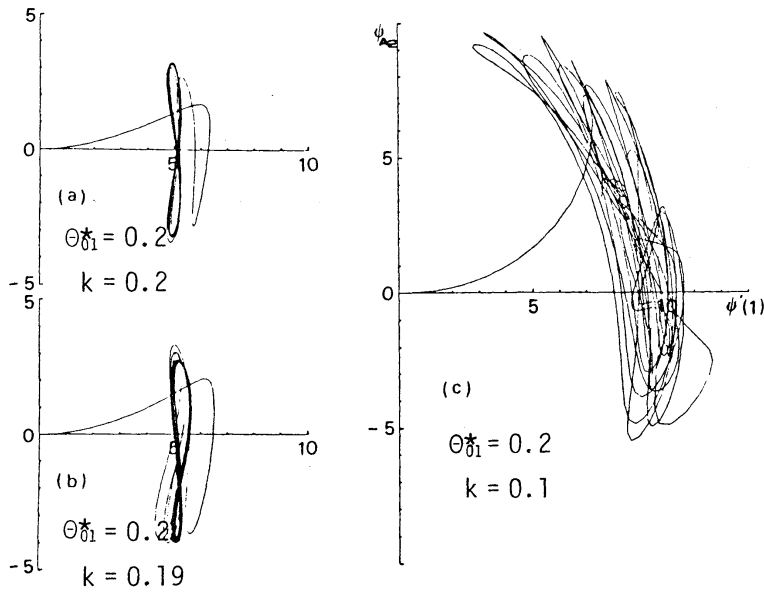
第5図の軸対称流から非軸対称流への遷移曲線と定性的に一致する。ここで現れる波動は傾圧不安定波と呼ばれるもので、水平流の  $y$  成分と温度に正の相関があり、波によって熱

を  $y$  方向に輸送する構造である (余田・廣田; 1979)。

### 2-d vacillation と irregular flow

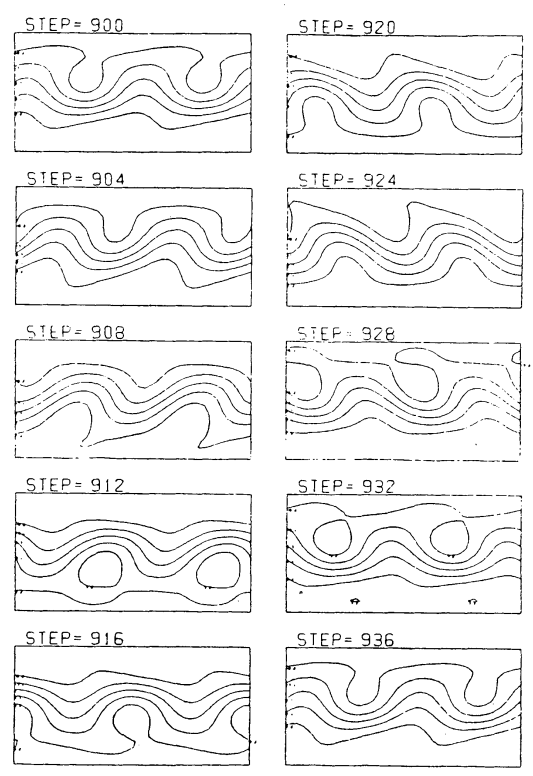
steady waves  $\rightarrow$  vacillation  $\rightarrow$  irregular flow への遷移は解析的に調べるには複雑すぎるので、常微分方程式系を差分近似し時間積分を行なう事により数値的に調べた。

初期条件としては各成分ともに非常に小さな値をとり、外部パラメータ  $(k, \theta_{01}^*)$  の組合せにより、最終的にどのような流れが卓越するかを調べた。第7図は  $m=4$ , 26元の場合で、2変数の時間変化をプロットしたものである。  $k$  がある程度大きければ (a), (b) 周期的な振舞をし、(c) では irregular な変動となる。



第7回 時間積分結果を2変数の平面に射影したもの。

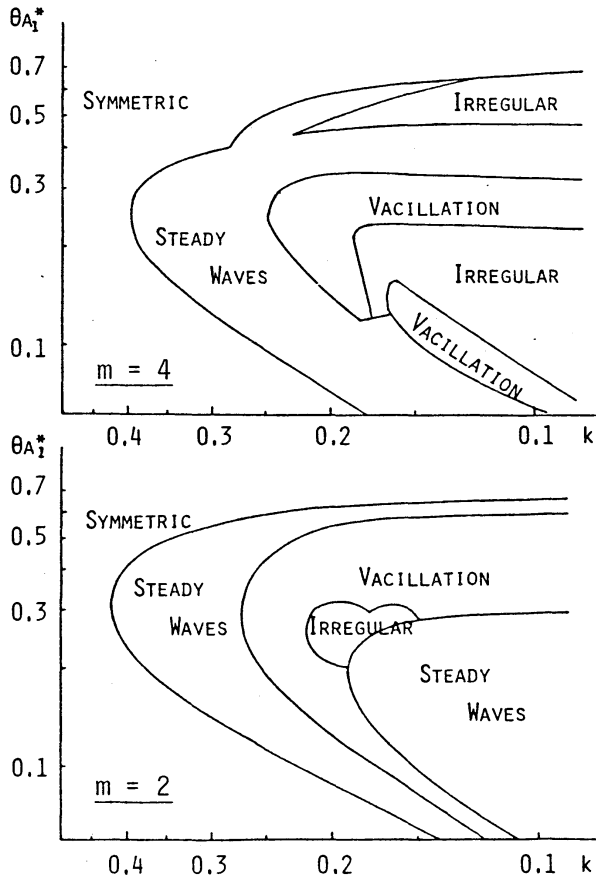
(a), (b) の周期解は *vacillation* に対応していて、(a) の場合の流線  $\psi$  の時間変化を示したのが第8回である。波は時間とともに  $x$  方向に進行しながらその



第8回  $\psi$  の時間変化。  
 $\theta_{01}^* = 0.2, k = 0.2$  の *vacillation*。間では  $k^{-2}$  を増すにつれて

形を変える。第3回分類で言うと波の形が周期的に変化する *vacillation* である。この場合、1周期34ステップで変動していき、

第9回は、多くの  $k$  と  $\theta_{01}^*$  の組合せに対する数値解を求め、4つの流れの形態に分類したものである。 $\theta_{01}^*$  の大きいところと小さいところには軸対称流が現れ、中には



steady waves  $\rightarrow$  vacillation  
 $\rightarrow$  irregular flow と流  
 水の自由度が増える向き  
 に形態の遷移が起る。こ  
 り。ところが、 $m=2$ ,  
 14元の場合(第9図下)  
 には、モデルの自由度が  
 よりおさえられている為  
 に、irregular flow の  
 ところには steady waves  
 という偽の解が出現して  
 いる。

第9図 流れの形態の遷移。  
 上は26元，下は14元の場合。

回転木槽に見られた，  
 軸対称流  $\rightarrow$  steady waves

$\rightarrow$  vacillation  $\rightarrow$  irregular flow とこの流れの形態の遷  
 移を、限られた元(26元)の常微分方程式系で近似したモデ  
 ルを用いて記述することができた。波動域では、解析的に示  
 した軸対称流の解(2-11), (2-12)と数値計算で出現した波動  
 解の少なくとも2つの解が存在し、軸対称な解が波動擾乱に  
 対して不安定なため波動解が時間積分では得られたと考えら  
 れる。

### 3. フロッキング現象のメカニズム

#### 3-2 フロッキング現象

「寒波の吹き出し」や「熱波」として知られるフロッキング現象は、地球をとりまくジェット気流が大きく蛇行し、移動性高・低気圧の進行を妨げる (block) 現象である。フロッキング・パターンは10~20日程度持続し、南北に寒気・暖気の大規模な交換が行われる。第10図は、東西帯状流の卓越する状態とフロッキングの状態の500mb天気図で流線に相当するものである。

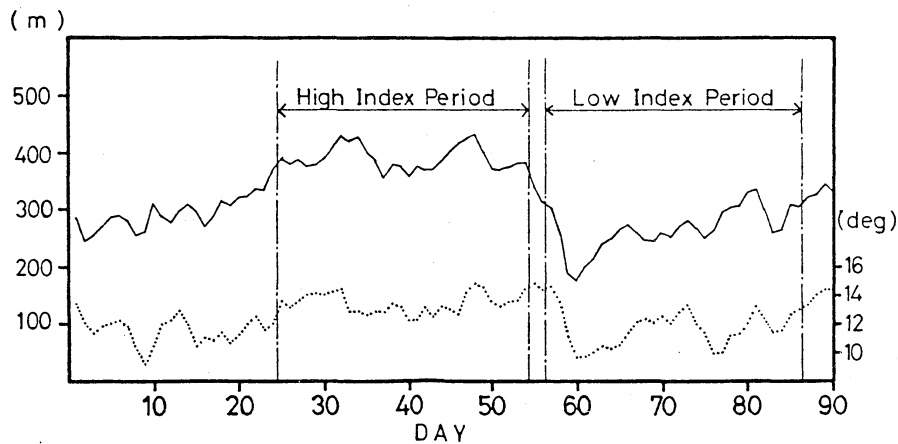
第11図は、流れの状態の

#### 第10図 500mb height 図

上: 1958年12月26日

下: 1959年1月10日  
(フロッキング状態)

時間変化を示したもので、実線は中緯度の東西帯状流に相当する量である。30日程持続していた強い帯状流が55日から60日にかけて急に弱まり、60日頃には第10図下のようなフ



第11図  
東西指数の  
時間変化。  
DAY 1 は  
1970年1月1日  
(石川・廣田;  
1979)

ロッキング状態が出現していると考えられる。帯状流が卓越する High Index の状態と蛇行の大きい Low Index の状態とともに数十日持続する。

ここでは、High Index の状態と Low Index の状態が準安定に存在することと、Charney & DeVore (1979) の順圧モデルを用いて考えよう。

### 3-6 Charney と DeVore のモデル

前節のモデルの単純化として、2層を1層にし熱の効果と考慮しない shallow water モデルにする。逆に、地球の球面の効果として自転  $\Omega$  の鉛直成分が緯度  $y$  に依存するとして、

$$f(y) = f_0 + \beta(y - y_0) \quad (3-1)$$

とする。また、表面地形  $h(x, y)$  により流体層の厚さが場所により異なるとする。水平流の流れ関数  $\psi$  から成る渦度

の鉛直成分の式が次のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi + h) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -k_D (\nabla^2 \psi - \nabla^2 \psi^*) \quad (3-2)$$

ここで右辺の第1項は地表摩擦による  $\text{sink}$ , 第2項は加熱差に対応する渦度の source である。

前節と同様にスペクトル形式にするわけだが, 簡単のため次のように表記する。

$$\left. \begin{aligned} F_A = F_{01}, \quad F_K = F_{n1}, \quad F_L = F_{n1}' \\ F_C = F_{02}, \quad F_M = F_{n2}, \quad F_N = F_{n2}' \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

表面地形は  $F_K$  成分, 渦度の source  $\psi^*$  は  $F_A$  成分に限ると次の6元の常微分方程式系を得る ( $m=2$  の場合)。

$$\frac{d}{dt} \psi_A = k \psi_A^* - k \psi_A + h_{01} \psi_L \quad (3-4)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_K = -(\alpha_{n1} \psi_A - \beta_{n1}) \psi_L - k \psi_K - \delta_{n1} \psi_C \psi_N \quad (3-5)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_L = (\alpha_{n1} \psi_A - \beta_{n1}) \psi_K - k \psi_L - h_{n1} \psi_A + \delta_{n1} \psi_C \psi_M \quad (3-6)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_C = \epsilon_n (\psi_K \psi_N - \psi_L \psi_M) - k \psi_C + h_{02} \psi_N \quad (3-7)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_M = -(\alpha_{n2} \psi_A - \beta_{n2}) \psi_N - k \psi_M - \delta_{n2} \psi_C \psi_L \quad (3-8)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_N = (\alpha_{n2} \psi_A - \beta_{n2}) \psi_M - k \psi_N - h_{n2} \psi_C + \delta_{n2} \psi_C \psi_K \quad (3-9)$$

ここで  $\alpha_{no}, \beta_{no}, \delta_{no}, \epsilon_n, h_{00}$  の係数は彼らの定義と同じである。

### 3-C 3元の常微分方程式系

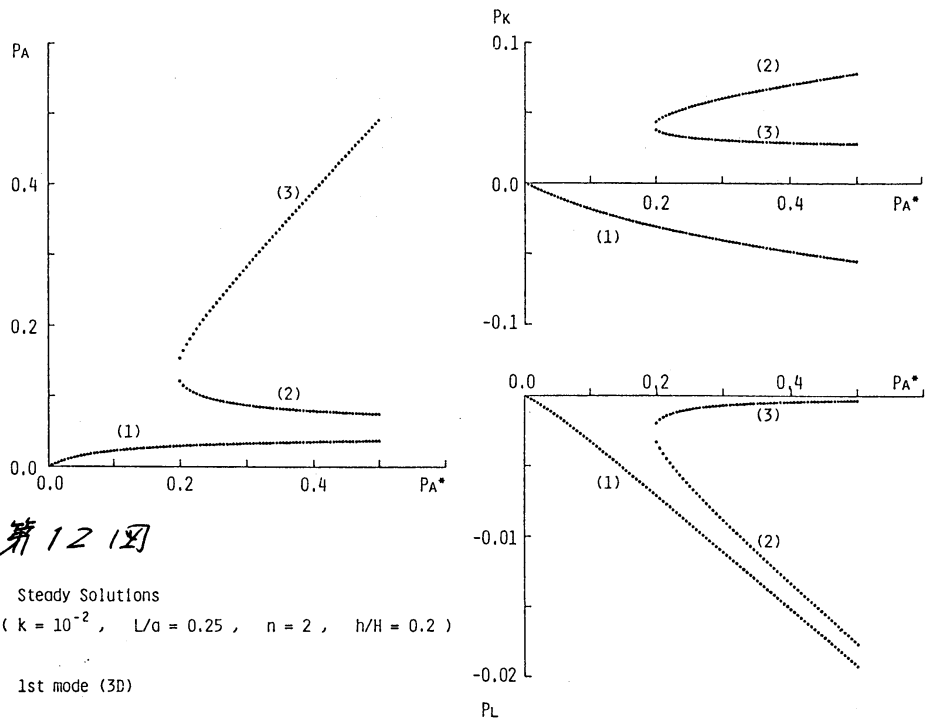
(3-4) ~ (3-9) 2nd mode 成分 ( $\psi_C, \psi_M, \psi_N$ )  $\in O$  とす

ると, 1st mode 成分に対する3元の常微分方程式系を得る  
(点線が囲まれた部分)。

左辺の時間微分項を0とおき非線型連立方程式を解いて定  
常解を求めると,  $\psi_K, \psi_L$  を消去すると, 次の  $\psi_A$  に対する  
3次方程式を得る。

$$(\psi_A - \psi_A^*) \{ (\alpha_{n1} \psi_A - \beta_{n1})^2 + k^2 \} + h_{o1} h_{n1} \psi_A = 0 \quad (3-10)$$

摩擦係数と表面地形の水平スケール・振幅をある値に決めると,  
すなわち, (3-10) で  $\alpha_{n1}, \beta_{n1}, k, h_{o1}, h_{n1}$  を固定すると,  
定常解は source 項  $\psi_A^*$  の値により1つまたは3つ存在する  
(第12図。以下, 図中では  $\psi$  のかわりに  $P$  を用いる)。  $\psi_A^*$   
が 0.2 までは (1) の解だけで, 0.2 を越すと (2), (3) の解が



第12図

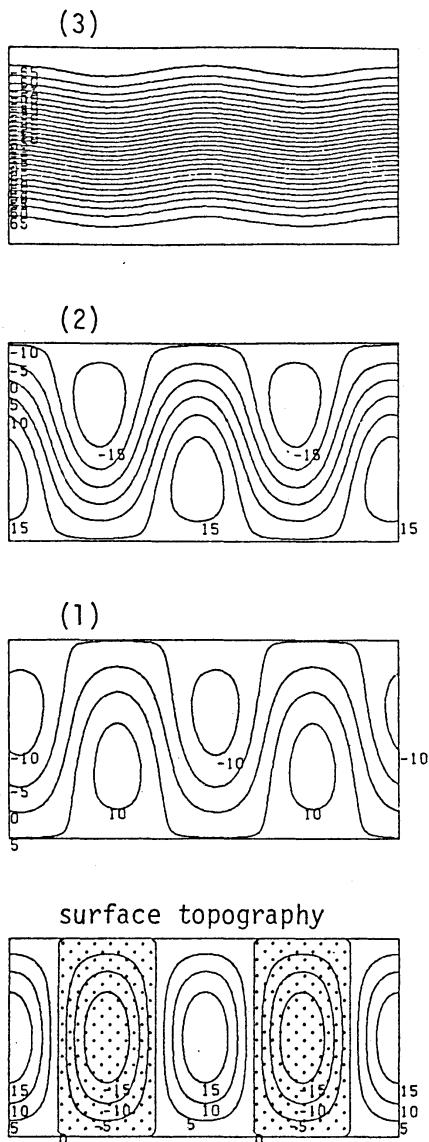
Steady Solutions  
(  $k = 10^{-2}$ ,  $L/a = 0.25$ ,  $n = 2$ ,  $h/H = 0.2$  )  
1st mode (3D)

現れる。さらに大きい値では(3)の解だけとなる(第12図の範囲外)。第13図に $4A^* = 0.4$ の場合の4の場を示す。

(3)は帯状流が卓越する High Index の状態に対応し、(2)・(3)は波の振幅が大きい Low Index (ブロッキング)の状態に対応する。(2)と(3)では波の位相がほぼ $180^\circ$ ずれている。

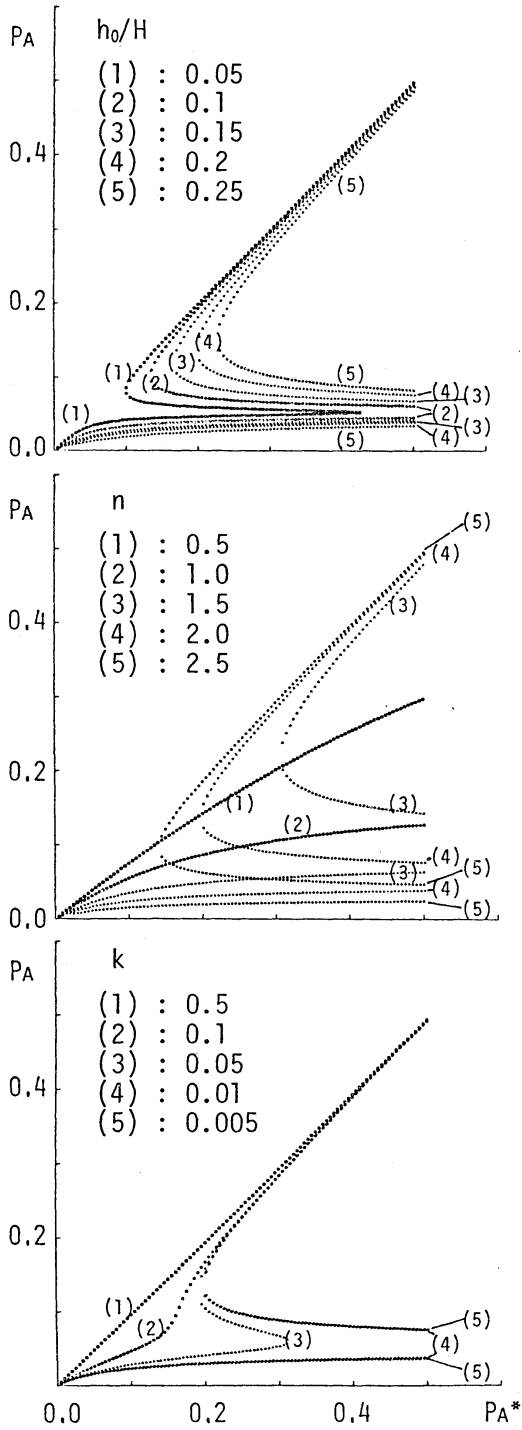
表面地形の振幅の大きさ( $h_0/H$ )、 $x$ 方向の波数( $k$ )、摩擦係数( $k$ )の値により、第12図の分岐ダイアグラムがどう変化するかを調べ(第14図)。山の高低は分岐の状態に本質的な影響を与えないが、波数が小さくなれば $0 \leq 4A^* \leq 0.5$ の範囲で分岐は起こらない。また、摩擦係数を大きくすると分岐は起こらない。 $k = 0.5$ では、 $4A = 4A^*$ となる。

次に、これらの定常解の安定性を調べる。擾動を $4_0' e^{\sigma t}$ と表



第13図 定常解および表面地形。  
( $4A^* = 0.4$ )。





第14図 表面地形の振幅、波数、摩擦係数の影響。

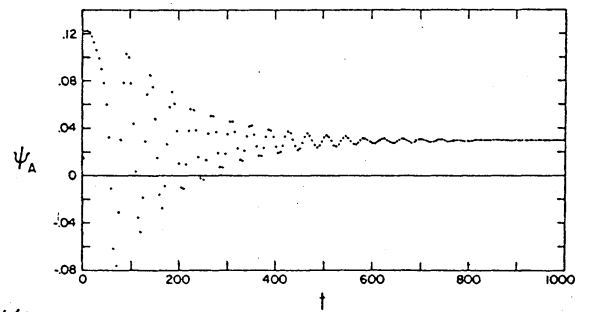
もし、定常解 ( $\bar{\psi}_A, \bar{\psi}_k, \bar{\psi}_L$ ) における線型化方程式の固有値問題を解く。

$$\sigma \begin{pmatrix} \psi_A' \\ \psi_k' \\ \psi_L' \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -k & 0 & h_0 l \\ -\alpha_{n1} \bar{\psi}_L & -k & -\alpha_{n1} \bar{\psi}_A + \beta_{n1} \\ \alpha_{n1} \bar{\psi}_k - h_{n1} & \alpha_{n1} \bar{\psi}_A - \beta_{n1} & -k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_A' \\ \psi_k' \\ \psi_L' \end{pmatrix}$$

(3-11)

右辺の行列の固有値を求めると、第12図で(1)と(3)の解は常に安定、(2)は常に不安定であることが判った。第15図は、 $\psi_A^* = 0.2$ の場合に、

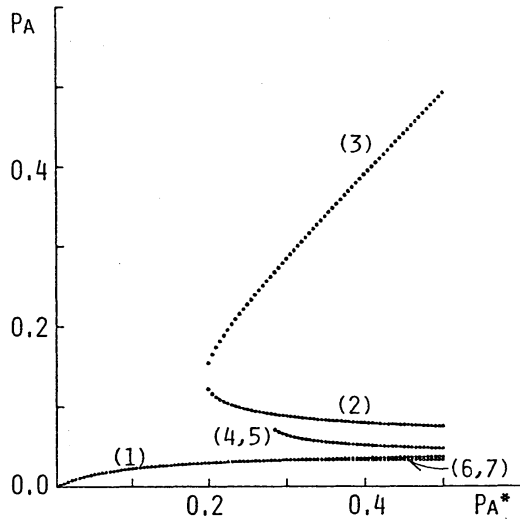


第15図 Transition from an unstable, first mode, middle-index state to a stable, first mode, low-index state for  $k = 10^{-2}$ ,  $L/l_a = 1/4$ ,  $n = 2$ ,  $h_0/H = 0.2$  and  $\psi_A^* = 0.2$ .  $\psi_A$  is plotted versus time.

(2) の不安定定常解に微小擾乱を加えて初期条件にし時間積分を行なったもので、やがて(1)の安定定常解に漸近してゐる。

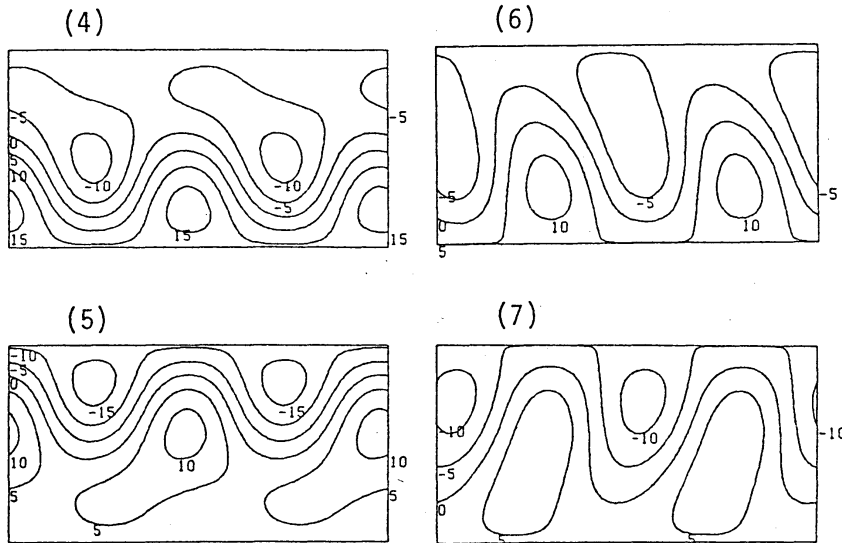
3-d 6元の常微分方程式系

2nd mode成分を含めて6元の方程式系で定常解を求めた結果が第16図である。(1)~(3)は3元の場合の定常解と同じで、 $\psi_c = \psi_m = \psi_n = 0$ である。さらに(4,5), (6,7)の解が可能で、(4)と(5), (6)と(7)はそれぞれ2nd mode成分の符号



第16図 定常解.  
6元の場合.

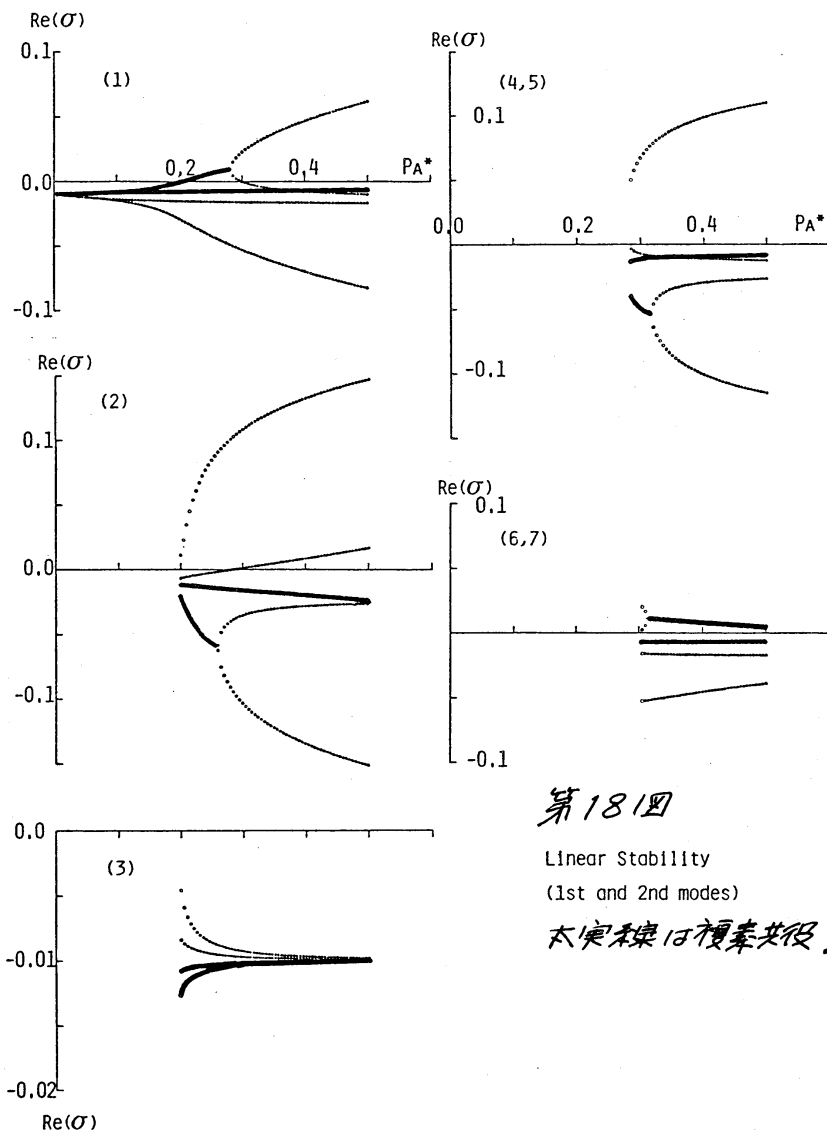
第17図  
定常解.  
6元の場合.  
( $\psi^* = 0.4$ ).



が異なるだけである。第17図は  $4A^* = 0.4$  の場合の (4) ~ (7) の4の場合である。2nd mode 成分が0でないから、第13図の1st mode 成分だけから成る解に比べて、y方向の対称性がなくなっている。

(3-11)と同様にして、(1) ~ (7)の定常解の安定性を調べ

たのが第18図である。太実線は複素共役の固有値で、点か実数の固有値である。安定な定常解は(3)と  $4A^*$  が0.2までの(1)だけ、他はすべて不安定である。



第18図

Linear Stability  
(1st and 2nd modes)

太実線は複素共役。

(1)の解の安定性に着目すると、 $0.2 < 4A^* < 0.21$ のところで1組の複素共

後固有値の実数部分の値が負から正に変わってくる。定常解 (1) の不安定化に伴って Hopf 分岐が起こると考えられる。実際、 $\mu_A^* = 0.21$  で (1) の定常解に擾動を加えて時間積分を行なうと、第19図に示すように微小な振幅の Limit cycle が存在する。

$\mu_A^*$  を増すにつれて Limit cycle がどのように変化するかを

調べたのが第20図である。 $\mu_A^*$

$= 0.384$  までは、振幅が大きくなり周期 (T) が少し短くなるだけで基本的変化はない。ところが、

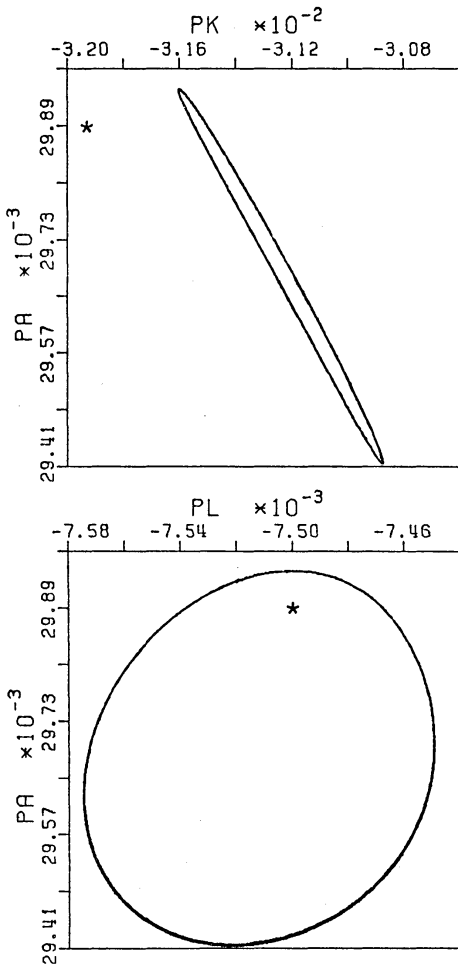
$\mu_A^* = 0.388$  では同期軌道が2重になり、周期がちょうど2倍になる。第21図では、 $\mu_A^*$

が  $0.396, 0.4, 0.404$  の場合を示す。周期はやや増加するだけであるが、軌道が1部分変化する。

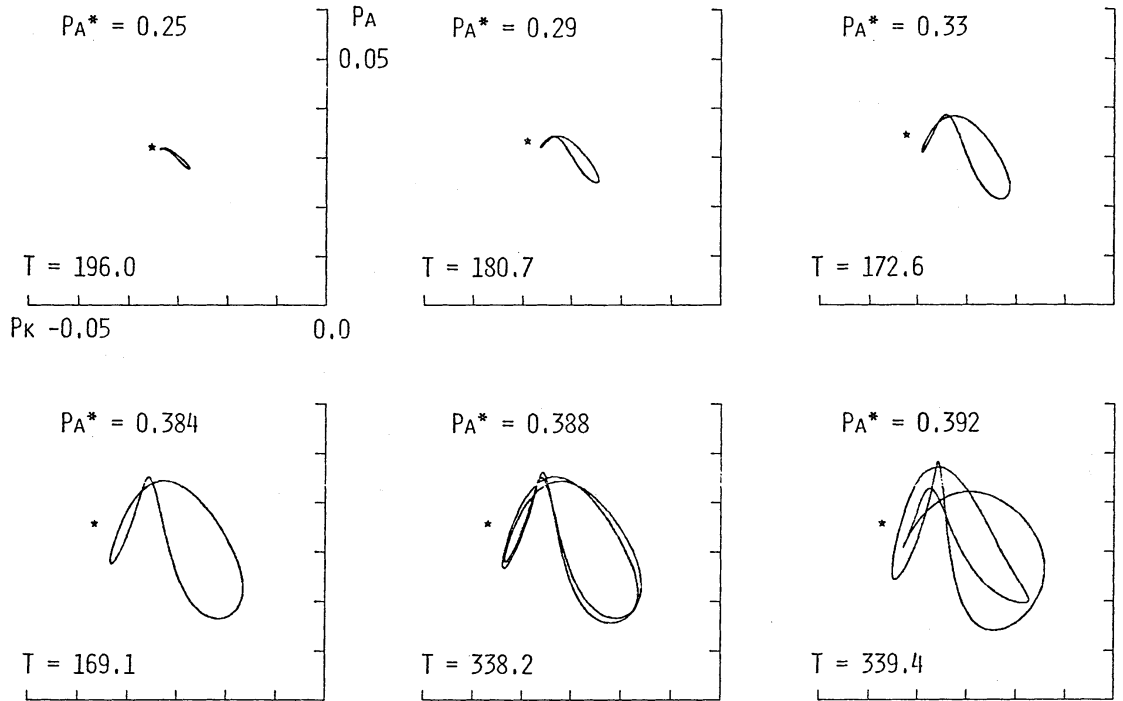
下の  $\mu_A - \mu_L$  平面への射影を見ると明らかのように、新しい極大値と極小値が生じている ( $\mu_A^* = 0.404$ )。さらに  $\mu_A^*$

を増すと、同期軌道が2重・4

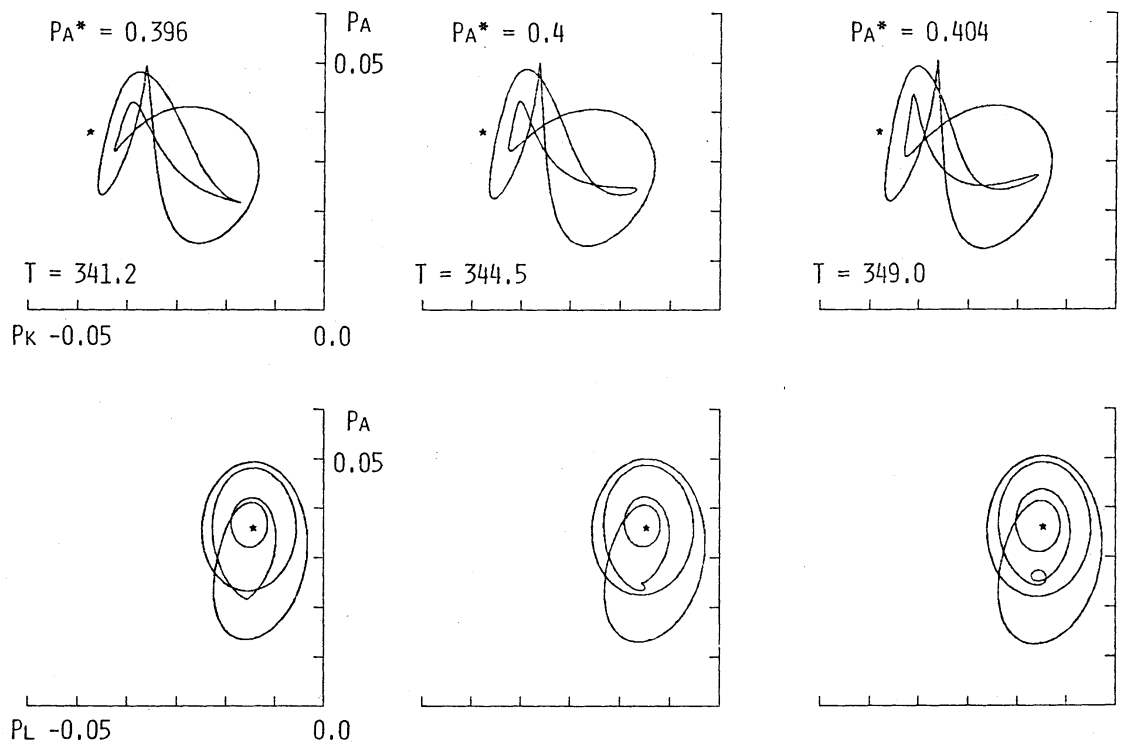
20



第19図 定常解 (\*) と Limit cycle. ( $\mu_A^* = 0.21$ ).



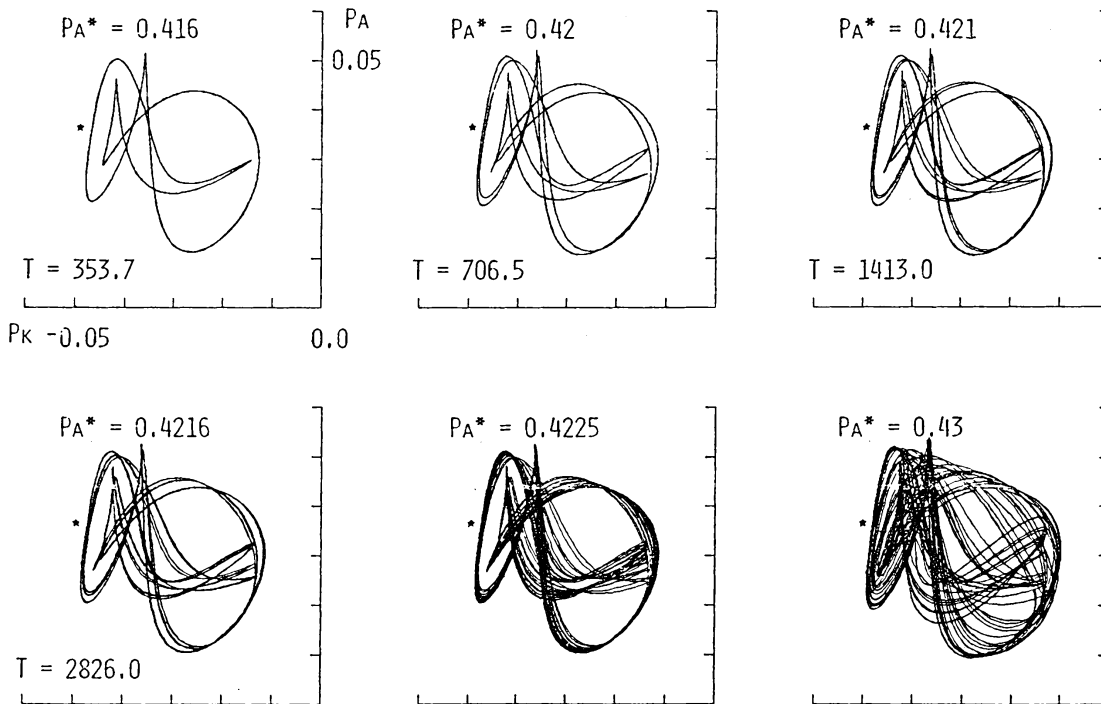
第20図 Limit cycles ( $4A^* : 0.25 \sim 0.392$ ).  $4A-4k$ 平面に射影.  
 18,000 ~ 24,000 の 6,000 steps を plot したものを. \* は定常解  $\langle 1 \rangle$ .



第21図 Limit cycles ( $4A^* : 0.396 \sim 0.404$ ). 上は  $4A-4k$ 平面に,  
 F は  $4A-4L$ 平面に射影したものを. 他は第20図と同じ.

重・8重…となり， $4A^* = 0.4225$  では概同期軌道となる（第22図）。 $4A^*$  を増して11より大し，同期が2倍になる遷移の起る $4A^*$ の間隔は小さくなる。

6元の場合， $4A^*$ があまり大きくなければ，(3)の安定定常解と数値計算で得られた同期解の少なくとも2つの安定な解が存在することになる。High Indexの状態に対応する定常解と同期変動するLow Indexの状態である。しかし，今のモデルでは，第11図に示したようなHigh IndexからLow Indexへの遷移を表現することは不可能である。



第22図 Limit cycles と概同期軌道 ( $4A^* : 0.416 \sim 0.43$ )。他は第20図と同じ。

## 4. おすび

回転流体中にみられる2つの現象について、支配方程式系を限らぬ自由度の常微分方程式で近似することにより調べた。第2節では軸対称流からやがて乱流へと流れの形態が遷移する様子を示した。第3節の議論では、解の分岐は起るが流れの形態(流れのもつ自由度)自体は変化しない。これらは、それぞれ、松田(1981)による対称性の低下を伴う分岐と伴わない分岐の具体的な例と言えよう。

第3節ではブロッキングのメカニズムを書いたが、これでブロッキング現象が理解できたわけでは無い。現実の気候は傾圧気候( $p(p, T)$ )であり、水蒸気・雲を含む。また、対流圏と成層圏は相互に影響を及ぼしあっている。他にも様々な効果があるが(3-2)には一切含まれていない。しかし、非常に簡単なモデルではあるが、表面地形と流れの相互作用により異なる2つの状態が安定に存在するという事は、ブロッキング現象を考へるうえで非常に興味深いものがある。

## 参 考 文 献

Charney, J. G. & J. G. DeVore, 1979: Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. J. Atmos. Sci., 36, 1205-1216.

- Hide, R. & P.J. Mason, 1975: Sloping convection in a rotating fluid. Adv. Phys., 24, 47-100.
- 石川裕彦・廣田 勇, 1979: 東西指数と波動による顕熱輸送. 天気, 26, 693-696.
- 栗原宜夫, 1979: 「大気力学入門」 岩波全書, p.244.
- Lorenz, E. N., 1960: Maximum simplification of the dynamic equations. Tellus, 12, 243-254.
- , 1960: Energy and numerical weather prediction. Tellus, 12, 364-373.
- , 1963: The mechanics of vacillation. J. Atmos. Sci., 20, 448-464.
- 松田佳久, 1981: 流体现象における対称性の低下と解の分岐. 数理研講究録, 本号.
- 瓜生道世, 1973: 回転水槽実験のほろし. 天気, 20, 323-333.
- Yoden, S., 1979: Some dynamical properties of non-linear baroclinic waves in a quasi-geostrophic model. J. Meteor. Soc. Japan, 57, 493-504.
- 余田成男・廣田 勇, 1979: 回転傾圧流体中における非線型振動. Nagare, 11の3, 10-18.