数理解析研究所講究録
第510巻 1984年 155-168

円環の孔の附近の流れ（孔が小さい場合）

長岡技科大　脇屋正一（Shoichi Wakiya）

1、一様流中におかれた円環のまわりの軸対称流に対するストークス方程式の厳密解は Pell と Payne[1] によって求められている。その後やゝ別の方法で筆者[2] によっても取扱われ、流れに対する円環の閉塞効果や抵抗が計算された。また円環の孔の大さが0となつた極限の場合（閉じた円環）は高木[3] によって解かれたが、流れの詳細は近年になつて調べられた。閉じた孔の附近で渦領域の無限列が生じることが筆者[5] 並びに Dorrepaal 等[4] によって指摘され、特に後者はその構造を詳しく解析している。

一方孔が十分大きなときはそのような渦領域は存在しないことは明白である。では渦領域は孔が完全に閉じた瞬間無限に発生するのか、それとも孔の大さが0に近づくにつれて次才にできてゆくのであろうか。この疑問に答えるためには、無限級数で与えられている Pell と Payne の解は孔が小さく

なる程収束が悪くなり、かつ流れの構造について何等のインフォーメーションも与えないので具合が悪い。本稿では先づ Pell と Payne の解を基にして孔が小さいときに有効な解を求める。次いでこの解を使って孔の附近の流れの詳細な構造を調べる。最近 Davis と O'Neill[6] は平面の近くにおかれた円柱を過ぎるせん断流に対し平面と円柱との隙間の流れの密子を論じているが、本稿の結果は彼等によって得られた二次元の場合の結論と定性的に一致するものである。

2. まず Pell と Payne の研究の簡単な紹介と若干の補足説明から始めよう。軸対称流に対し流れの関数を ψ とすれば

$$L_{-1}^2\psi=0,\quad L_{-1}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\tag{1}$$

ただし円柱座標 (x, r, θ) は主流の方向に x 軸をとる。二極座標 (ξ, η) を次式によって導入する。

$$x=c\frac{\sin\eta}{s-t},\quad r=c\frac{\sinh\xi}{s-t};\quad \begin{aligned}s&=\cosh\xi\\ t&=\cos\eta\end{aligned}\tag{2}$$

円環は $\xi=\sigma$ $(s_0=\cosh\sigma)$、その外部は $\sigma\geq\xi\geq0$, $0\leq\eta<2\pi$ で与えられる。一様流の流速を U として

$$\psi=\frac{1}{2}Uc^2\phi_1+\psi_0\phi_2,\tag{3}$$

$$\phi_1=\frac{r^2}{c^2}-x,\quad \psi_0=\frac{1}{2}Uc^2 r\tag{4}$$

と書けば、χ 及び ϕ_2 は無限遠で0速度を与えるような関数であり、かつ $\xi=\sigma$ で次の境界条件を満足する。

$$\chi=\frac{r^2}{c^2}, \qquad \frac{\partial\chi}{\partial\xi}=\frac{2r}{c^2}\frac{\partial r}{\partial\xi}, \tag{5}$$

$$\phi_2=1, \qquad \frac{\partial\phi_2}{\partial\xi}=0 \tag{6}$$

ψ_0 は流れの関数の円環上での値であって、預め指定されてはいない。

Pell と Payne の解は

$$\chi=\frac{r^2}{c^2}(s-t)^{1/2}\sum_{n=0}'\left\{A_n P_{n-1/2}(s)+B_n s P'_{n-1/2}(s)\right\}\cos n\eta \tag{7}$$

及び同形の ϕ_2（たゞし A_n, B_n の代りに別の定数 C_n, D_n を用いる）である。こゝに Σ' は $n=0$ の項は 1/2 をとることを意味し、P_ν は第一種球関数であって $P'_\nu(s)=dP_\nu(s)/ds$. A_n, B_n は第二種球関数による表現

$$(s-t)^{-1/2}=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\sum_{n=0}' Q_{n-1/2}(s)\cos n\eta \tag{8}$$

を使って（5）より求められ、C_n, D_n は

$$\frac{c^2}{r^2}(s-t)^{-1/2}=\frac{3}{\sqrt{2}\,\pi}\sum_{n=0}' Q^{-2}_{n-1/2}(s)\cos n\eta \tag{9}$$

を利用して（6）より決定される。後の議論に都合のよいように整理したそれ等を示せば

$$A_n = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\left\{\frac{Q_{n-1/2}}{P_{n-1/2}} + \frac{s_0}{(s_0^2-1)H_n}\frac{P'_{n-1/2}}{P_{n-1/2}}\right\},$$

$$B_n = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{1}{(s_0^2-1)H_n}, \qquad (10)$$

$$C_n = \frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\frac{1}{n^2-9/4}\left[\frac{Q_{n-1/2}}{P_{n-1/2}} + \frac{s_0}{(s_0^2-1)H_n}\left\{\frac{P'_{n-1/2}}{P_{n-1/2}} + \frac{2s_0}{s_0^2-1}\right\}\right],$$

$$D_n = -\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\frac{1}{n^2-9/4}\left[\frac{2}{n^2-1/4}\frac{Q'_{n-1/2}}{P'_{n-1/2}} + \frac{1}{(s_0^2-1)H_n}\left\{1+\frac{2s_0}{s_0^2-1}\frac{P_{n-1/2}}{P'_{n-1/2}}\right\}\right],$$

$$H_n = P_{n-1/2}P'_{n-1/2} + s_0\left\{P_{n-1/2}P''_{n-1/2} - (P'_{n-1/2})^2\right\} \qquad (11)$$

ただし簡単のため $P_{n-1/2}(s_0)$ 等の s_0 を省略してある。

ψ_0（あるいは γ）の値は圧力が場の一価関数であるという要請から定まり，次式で計算される。

$$\int_0^{2\pi}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \xi}(L_{-1}\psi)\right]_{s=1} d\eta = 0 \qquad (12)$$

円環上の接線応力は

$$p_{\sigma\eta} = -\mu\left[\frac{1}{r}L_{-1}\psi\right]_{s=s_0} = \mu\,\omega_\sigma \qquad (13)$$

こゝに ω は渦度，μ は粘性率である。(7)を用いてこれらの式を計算すれば

$$\gamma = {\sum_n}' B_n \Big/ {\sum_n}' D_n, \qquad (14)$$

$$\omega_\sigma = \frac{U}{2c}(s_0-t)^{1/2}\sinh\sigma {\sum_m}'\left[\left\{2(A_n-\gamma C_n)-(A_{n-1}-\gamma C_{n-1})\right)\right.$$

$$-(A_{n+1}-\gamma C_{n+1})\}+\{2(B_n-\gamma D_n)-(n-\tfrac{3}{2})(B_{n-1}-\gamma D_{n-1})$$
$$+(n+\tfrac{3}{2})(B_{n+1}-\gamma D_{n+1})\}\Big]P'_{n-1/2}(s_0)\cos n\eta \qquad (15)$$

ただし $A_{-1}=A_1$, $B_{-1}=B_1$, $C_{-1}=C_1$, $D_{-1}=D_1$ とする。対称軸上の速度は

$$u_{r=0}=U\Big[1-(1-t)^{1/2}\sum_n{}'\{(A_n-\gamma C_n)+\tfrac{1}{2}(n^2-\tfrac{1}{4})(B_n-\gamma D_n)\}\cdot\cos n\eta\Big] \qquad (16)$$

(7) の型の解は円環の孔が広い場合に適する。$\sigma \gg 1$ に対し

$$B_0=2A_0=D_0=2C_0=\sqrt{2}\pi+O(e^{-2\sigma}), \qquad (17)$$
$$D_1=-2C_1=-3B_1=6A_1=\frac{\pi}{\sqrt{2}}\frac{3}{\ln(4e^{\sigma})-5/2}+O(e^{-2\sigma})$$

他の定数は全て $e^{-2\sigma}$ あるいはより高次の微小量であつて、それらを省略すれば

$$\gamma=1-\frac{4}{\ln(4e^{\sigma})+1/2} \qquad (18)$$

境界上の流れの剥離点は次式から求められる。

$$w_\sigma=-(B_1-\gamma D_1)\{P'_{-1/2}-P'_{1/2}\cos\eta\}=0$$

これより

$$\cos\eta=P'_{-1/2}/P'_{1/2}\sim -e^{-\sigma}\{\ln(4e^{\sigma})-2\} \qquad (19)$$

即ち $\eta\to 90°$. 円環の表面から出て孔に向う流体と外部をまわるそれとを分ける流管の式は $r\to\infty$ で $r^2=\gamma c^2$ に漸近す

る。従って孔を通り抜ける流量は孔の半径を d として $r^2/d^2 = \gamma/(\tanh\frac{\sigma}{2})^2$ により評価されよう。表1は比較的大い孔の場合の計算例を示す。

(7)の解は $\sigma\to 0$ の極限で閉じた円環の解に移行することを示すことができる。そのため

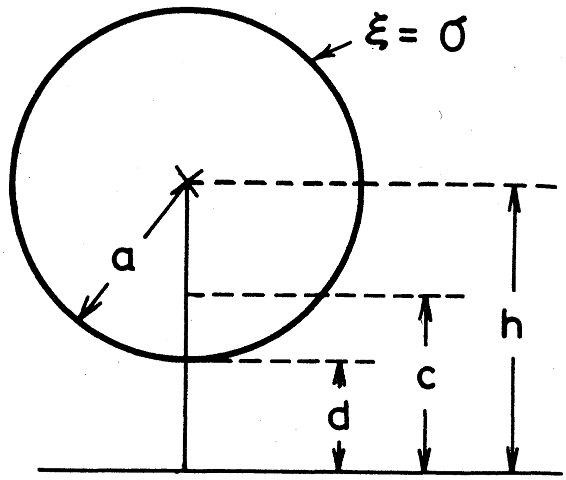

表 1.

σ	$s_0=h/a$	γ	r^2/d^2
3	1.007×10	0.2045	0.250
6	2.017×10^2	0.4930	0.498
9	4.052×10^3	0.6326	0.633

図 1.

$$a = \frac{c}{\sinh\sigma}$$

$$h = \frac{c}{\tanh\sigma}$$

$$\xi = \sigma u,\quad \eta = \sigma v\ ;\quad 0\le u\le 1,\quad v\ge 0 \tag{20}$$

と書いて $\sigma\to 0$ とすれば

$$(s-t)^{-1/2} = \left[\frac{\sigma^2}{2}(u^2+v^2)\right]^{-1/2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{1}{\sigma}\int_0^\infty K_0(ku)\cos kv\,dk \tag{21}$$

更に $n\sigma = k$ とおいて $\sigma\to 0$ を行えば n における和は積分でおき代えられ、その際 $\psi_0 = 0$ であるから変形ベッセル関数 K_n, I_n による次の式をうる。

$$\psi=\frac{U}{\pi}r\rho\int_0^\infty\Big[uK_0(ku)-\frac{1}{H(k)}\{(K_0(k)I_2(k)+K_1(k)I_1(k))$$

$$\cdot uI_0(ku)-\frac{1}{k}I_1(ku)\}\Big]\cos kv\,dk\,, \tag{22}$$

$$H(k)=I_0(k)I_2(k)-I_1^2(k),\quad \rho=(r^2+x^2)^{1/2} \tag{23}$$

こゝで次の関係が使われた。

$$\lim_{m\to\infty} m^n P_m^{-n}(\cosh\frac{z}{m})=I_n(z)\,,$$

$$\lim_{m\to\infty}\frac{\sin m\pi}{m^n\sin(m+n)\pi}Q_m^n(\cosh\frac{z}{m})=K_n(z) \tag{24}$$

3. $\sigma\ll 1$ の場合に適切な解を得るため、複素平面 $z=x+iy$ 上の閉曲線に沿った次の積分を考える。

$$F_j=\oint f_j(z)dz\,,\quad j=1,2,3 \tag{25}$$

$$f_1(z)=i\frac{\sqrt{2}}{\pi}\Big[\frac{Q_z(s_0)}{P_z(s_0)}P_z(s)+\frac{P_z'(s_0)}{(s_0^2-1)H(z)}\Big\{\frac{s_0P_z(s)}{P_z(s_0)}$$

$$-\frac{sP_z'(s)}{P_z'(s_0)}\Big\}\Big]\frac{\cos[(\pi-\eta)(z+1/2)]}{\sin[\pi(z+1/2)]}\,, \tag{26}$$

$$f_2(z)=i\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\frac{1}{(z-1)(z+2)}\Big[\frac{Q_z(s_0)}{P_z(s_0)}P_z(s)-\frac{2}{z(z+1)}\frac{Q_z'(s_0)}{P_z'(s_0)}$$

$$\cdot sP_z'(s)+\frac{(s_0^2-1)P_z'(s_0)+2s_0P_z(s_0)}{(s_0^2-1)^2H(z)}\Big\{\frac{s_0P_z(s)}{P_z(s_0)}-\frac{sP_z'(s)}{P_z'(s_0)}\Big\}\Big]$$

$$\cdot\frac{\cos[(\pi-\eta)(z+1/2)]}{\sin[\pi(z+1/2)]}\,, \tag{27}$$

$$H(z) = P_z(s_0)P_z'(s_0) + s_0\{P_z(s_0)P_z''(s_0) - (P_z'(s_0))^2\}, \quad (28)$$

$$f_3(z) = i\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}Q_z^{-2}(s)\frac{\cos[(\pi-\eta)(z+1/2)]}{\sin[\pi(z+1/2)]} \quad (29)$$

積分路を $x=-1/2$ を中心とした半径無限大の円の右半分と中心を通る虚軸に沿って取れば、円周上の積分は何れも0となり虚軸上の積分は次の関係

$$P_{iy-1/2} = P_{-iy-1/2}, \quad z = iy - \frac{1}{2},$$

$$Q_{iy-1/2} - Q_{-iy-1/2} = \frac{\pi}{i}\tanh \pi y \, P_{iy-1/2} \quad (30)$$

を用いることにより、

$$F_1 = i\int_{-\infty}^{\infty} f_1 \, dy = \sqrt{2}\int_0^\infty \frac{\cosh(\pi-\eta)y}{\cosh \pi y} P_{iy-1/2}(s)\, dy = (s-t)^{-1/2}, \quad (31)$$

$$F_2 = i\int_{-\infty}^{\infty} f_2 \, dy = \frac{3}{2\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{\cosh(\pi-\eta)y}{\cosh \pi y} P_{iy-1/2}^{-2}(s)\, dy = F_3 \quad (32)$$

一方、これらの積分の値は留数計算によつて求めることができる。関数 $f(z)$ の極 z_0 における留数を $Res(f, z_0)$ で表わせば

$$F_1 = -2\pi i\left\{\sum_m Res(f_1, m-\tfrac{1}{2}) + \sum_{\nu_n}(2i)\mathcal{R}\left[Res(f_1/i, \nu_n)\right]\right\}$$

$$= \sum_{m=0}{}' \{A_m P_{m-1/2}(s) + B_m s P'_{m-1/2}(s)\} + 4\sqrt{2}\, V, \quad (33)$$

$$V = \sum_{\nu_n}\mathcal{R}\left[\frac{P'_{\nu_n}(s_0)}{(s_0^2-1)(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\left\{\frac{s_0 P_{\nu_n}(s)}{P_{\nu_n}(s_0)} - \frac{s P'_{\nu_n}(s)}{P'_{\nu_n}(s_0)}\right\}\right.$$

$$\cdot \frac{\cos[(\pi-\eta)\lambda_n/\sigma]}{\sin(\pi\lambda_n/\sigma)}\Big] \tag{34}$$

たゞしℜは実部を示し、mは0または正の整数である。$\nu_n=\lambda_n/\sigma-1/2$ は $H(z)=0$ の複素根を表わし、nの順に絶対値が大きくなるものとする。同様にして

$$F_2=-2\pi i\Big\{\sum_m \mathrm{Res}(f_2,m-\tfrac{1}{2})+\sum_{\nu_n}(2i)\Re\left[\mathrm{Res}(f_2/i,\nu_n)\right]$$

$$+\mathrm{Res}(f_2,0)+\mathrm{Res}(f_2,1)\Big\}$$

$$=\sum_{m=0}^{\prime}\left\{C_m P_{m-1/2}(s)+D_m s P'_{m-1/2}(s)\right\}+3\sqrt{2}W+\frac{3}{\sqrt{2}}J_2, \tag{35}$$

$$W=\sum_{\nu_n}\Re\Big[\frac{(s_0^2-1)P'_{\nu_n}(s_0)+2s_0P_{\nu_n}(s_0)}{(s_0^2-1)^2(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\left\{\frac{s_0P_{\nu_n}(s)}{P_{\nu_n}(s_0)}-\frac{sP'_{\nu_n}(s)}{P'_{\nu_n}(s_0)}\right\}$$

$$\cdot\frac{\cos[(\pi-\eta)\lambda_n/\sigma]}{\sin(\pi\lambda_n/\sigma)}\Big], \tag{36}$$

$$J_2=\frac{1}{(s_0-1)^2}\Big\{\Big(1-\frac{s_0^2+1}{s+1}\Big)\sin\frac{\eta}{2}-\frac{1}{3(2s_0+1)}\Big(s-\frac{3s_0^2-1}{s+1}\Big)$$

$$\cdot\sin\frac{3}{2}\eta\Big\}, \tag{37}$$

$$F_3=-2\pi i\Big\{\sum_m \mathrm{Res}(f_3,m-\tfrac{1}{2})+\mathrm{Res}(f_3,0)+\mathrm{Res}(f_3,1)\Big\}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}\pi}\sum_{m=0}^{\prime}Q^{-2}_{m-1/2}(s)\cos m\eta-\frac{3}{\sqrt{2}}J_1, \tag{38}$$

$$J_1=\frac{1}{s^2-1}\Big(s\sin\frac{\eta}{2}-\frac{1}{3}\sin\frac{3}{2}\eta\Big) \tag{39}$$

(33), (35)において最初の項は Pell と Payne の解である。

こゝに得られた結果を総合して

$$\Phi_1 = \frac{r^2}{c^2}(s-t)^{1/2}\,4\sqrt{2}\,V \,, \tag{40}$$

$$\Phi_2 = 1 - \frac{r^2}{c^2}(s-t)^{1/2}\left\{\frac{3}{\sqrt{2}}(J_1+J_2) + 3\sqrt{2}\,W\right\} \tag{41}$$

これらを用いて表わされたΨが求める結果であつて、$\sigma \ll 1$の場合を取扱うに適する。$\cos[(\pi-\eta)\lambda_n/\sigma]/\sin(\pi\lambda_n/\sigma)$を含む項は$\eta<\sigma$以外の領域では指数関数的に小さくなり、逆に$\eta\sim\pi$では$J_1+J_2$に由来する項が支配的である。$x$軸上では明らかに$\Psi=0$であり、直接の計算によつて次の諸式が得られる。

$$\omega_\sigma = -\frac{U}{c}\frac{2\sqrt{2}}{\sinh\sigma}(s_0-t)^{3/2}\left\langle 2\Sigma\mathcal{R}\left[\left\{1-\frac{3}{4}\gamma\left(1+\frac{2s_0}{s_0^2-1}\frac{P_{\nu_n}}{P'_{\nu_n}}\right)\right\}\cdot\frac{P''_{\nu_n}}{(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\frac{\cos[(\pi-\eta)\lambda_n/\sigma]}{\sin(\pi\lambda_n/\sigma)}\right] - \frac{3}{4}\gamma\frac{s_0+1}{s_0-1}\left(\sin\frac{\eta}{2} - \frac{s_0}{2s_0+1}\sin\frac{3}{2}\eta\right)\right\rangle, \tag{42}$$

$$u_{r=0} = -\sqrt{2}\,U(1-t)^{1/2}\left\langle 2\Sigma\mathcal{R}\left[\left\{1-\frac{3}{4}\gamma\left(1+\frac{2s_0}{s_0^2-1}\frac{P_{\nu_n}}{P'_{\nu_n}}\right)\right\}\frac{P''_{\nu_n}}{P_{\nu_n}(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\cdot\frac{\cos[(\pi-\eta)\lambda_n/\sigma]}{\sin(\pi\lambda_n/\sigma)}\right] - \frac{3}{4}\gamma\frac{s_0+1}{s_0-1}\left(\sin\frac{\eta}{2} - \frac{1}{2s_0+1}\sin\frac{3}{2}\eta\right)\right\rangle, \tag{43}$$

$$\gamma = \frac{4}{s_0^2-1}\left(\Sigma\mathcal{R}\left[\frac{\cot(\pi\lambda_n/\sigma)}{(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\right]\right)\Big/\left\langle\frac{3}{s_0^2-1}\Sigma\mathcal{R}\left[\left(1+\frac{2s_0}{s_0^2-1}\frac{P_{\nu_n}}{P'_{\nu_n}}\right)\cdot\frac{\cot(\pi\lambda_n/\sigma)}{(\partial H/\partial z)_{\nu_n}}\right] - \frac{\pi}{2}\left[1-\frac{1}{(s_0-1)^2}\frac{2}{2s_0+1}\left\{1+3s_0(s_0^2+s_0+1)\right\}\right]\right\rangle \tag{44}$$

γの計算は特に煩さではあるが、何れも格別な困難はない。

4．$\sigma\to 0$ の極限では $\gamma=0$ となるから（40）を用いて閉じた円環に対する解（22）の別の表現が得られる。

$$\psi=Ur\rho\sum_{\mu_n}\mathcal{R}\left[\frac{i}{I_0^2(\mu_n)I_2(\mu_n)}\{uI_1(\mu_n)I_0(\mu_n u)-I_0(\mu_n)I_1(\mu_n u)\}e^{i\mu_n v}\right] \qquad (45)$$

こゝに $\sigma\nu_n\to\mu_n$ は $I_0(\mu)I_2(\mu)-I_1^2(\mu)=0$ の根である。$\sigma\ll 1$ に対し $\eta=\sigma v$ とおいて（42）－（44）は近似的に

$$\gamma\to\frac{3}{2\sigma\pi}\sigma^5\sum\mathcal{R}\left[\frac{1}{i\mu_n I_1 I_2}\right]=(2.8\times10^{-3})\sigma^5, \qquad (46)$$

$$\omega_\sigma\sim-\frac{U}{c}\frac{2\sqrt{2}}{\sinh\sigma}(s_0-t)^{3/2}\frac{1}{\sigma}\left\langle\mathcal{R}\left[\left\{1-\frac{3}{4}\gamma\left(1+\frac{2I_0}{\mu_1 I_1}\right)\right\}\frac{i\mu_1}{I_0}\cdot e^{i\mu_1 v}\right]-\gamma\sigma\left\{\frac{2}{\sigma^2}(1-\cos\sigma v)-\frac{1}{2}\right\}\sin\frac{\sigma v}{2}\right\rangle, \qquad (47)$$

$$u_{\gamma=0}\sim-\sqrt{2}U(1-t)^{1/2}\frac{1}{\sigma}\left\langle\mathcal{R}\left[\left\{1-\frac{3}{4}\gamma\left(1+\frac{2I_0}{\mu_1 I_1}\right)\right\}\frac{i\mu_1}{I_0^2}\cdot e^{i\mu_1 v}\right]-\gamma\sigma\left\{\frac{2}{\sigma^2}(1-\cos\sigma v)+1\right\}\sin\frac{\sigma v}{2}\right\rangle \qquad (48)$$

たゞし $I_n(\mu_1)$ で μ_1 を省略してある。（47），（48）で $\sigma=0$（$\gamma=0$）とすればこれらは閉じた円環について Dorrepaal 等の示した式と一致する。

（47）において η が十分小さく初めの項が支配的であるならば、円環が閉じた場合における剥離点の近くで流れは剥

離するであろう。勿論一番外側の剥離点は常に存在するわけであるが、σが小さくなるにつれて更にψの大きなところにまで次々に対をなした剥離点が現れ、それぞれは円環に付着した渦輪状の渦領域を形成することになろう。(48)式についての同様な考察は、対称軸上に対をなしたよどみ点が生じそこを通る$\psi=0$の流線面に封じ込められた渦の領域の形成を示唆する。

円環上の剥離点及びx軸上のよどみ点を求めるには$\omega_\sigma=0$, $u_{\gamma=0}=0$を数値的に解かねばならない。パラメーターσを小さくしてゆくと先ず$u_{\gamma=0}=0$の重根が現れる(1)。更にσが小さくなるにつれてx軸上の渦領域は次第に拡がり、やがて$\omega_\sigma=0$に重根が現れる(2)。こゝに生じる渦の領域はσの減少と共に拡がりを増し、やがてx軸上に第二の渦領域が生長を始める(3)。このようにして、σの減少につれx軸上及び円環上に渦の領域が交互に形成されてゆく容子をみることができる。流れの構造を示す一例として$\sigma=0.1$ ($b/a=1.005$)の場合を図2に示す(表2, 3参照)。このσの値ではx軸上及び円環の面上にそれぞれただ一つの渦領域がみられるだけである。図を借りて、上述の(1), (2)及び(3)に対応する点の位置が示されている(表4)。

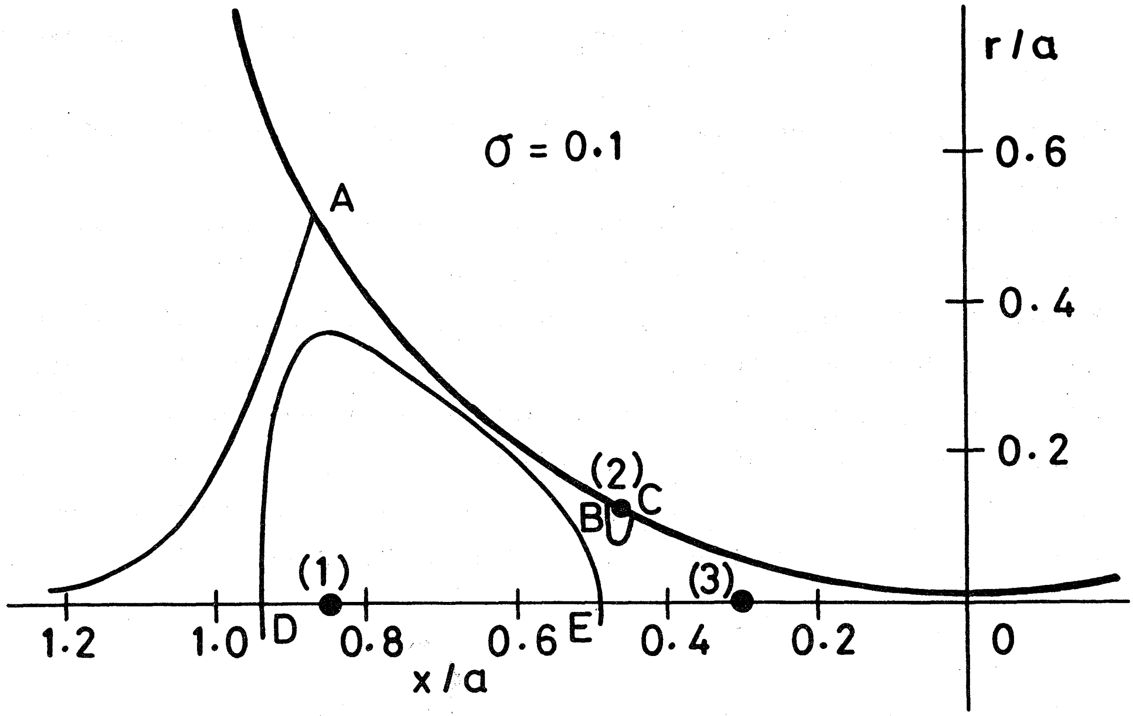

图 2

表 2

	A	B	C	D	E
η (deg.)	9.8	22.5	24.2	12.2	23.5
x/a	0.870	0.473	0.442	0.937	0.482

表 3.

σ	λ_1	λ_2	γ
0.1	1.4709+4.4658i	1.731+7.694i	5.4×10^{-8}
(0	1.4674+4.4663i	1.727+7.694i	0)

表 4.

σ	h/a	x/a	
0.427	1.0917	0.856	(1)
0.105	1.0055	0.462	(2)
0.016	1.0001	0.301	(3)

文献

[1] Pell, W.H. & Payne, L.E., On Stokes flow about a torus. Mathematatika 7 (1960), 78-92.

[2] Wakiya, S., On the exact solution of the Stokes equations for a torus. J. Phys. Soc. Jpn. 37 (1974), 780-783.

[3] Takagi, H., Slow viscous flow due to the motion of a closed torus. J. Phys. Soc. Jpn. 35 (1973), 1225-1227.

[4] Dorrepaal, J.M., Majumdar, S.R., O'Neill, M.E. & Ranger, K.B., A closed torus in Stokes flow. Quart. J. Mech. Appl. Math. 29 (1976), 381-397.

[5] Wakiya, S., Axisymmetric flow of a viscous fluid near the vertex of a body. J. Fluid Mech. 78 (1976), 737-747.

[6] Davis, A.M. & O'Neill, M.E., Separation in a slow linear shear flow past a cylinder and a plane. J. Fluid Mech. 81 (1977), 551-564.