数理解析研究所講究録
第662巻 1988年 1-18

ホモロジー3球面と自己双対接続

東大理 古田幹雄 (Mikio Furuta)

このノートは、第一に3次元多様体間の同境関係を扱う手段として、自己双対接続のモジュライ空間を用いる方法の紹介と、第二にこの方法の応用として有向ホモロジー3球面のなす有向ホモロジー同境群 Θ_3^H が、$\mathbb{Z}$の(可算)無限直和を部分群として持つことの紹介を目標とします。前者においては、理念の記述に重きをおいたため、解析的手法については[T], [FS]を参照して下さい。後者は[F]の紹介ですが、87年度Global Analysis研究集会(名古屋大学)の予稿と一部重複することをあらかじめお断わりします。

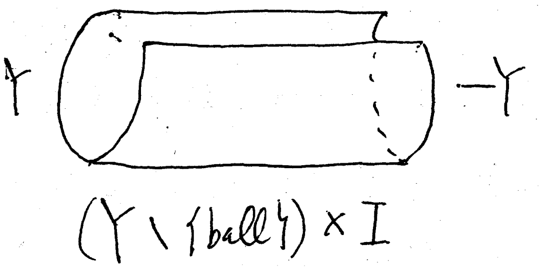
§1 ホモロジー同境群

このノートでは、断らない限り可微分カテゴリーで考える。二つの連結有向3閉多様体 Y_1, Y_2 が(有向)ホモロジー同境的であるとは、あるコンパクト有向4多様体 W であって

次の①, ②をみたすものが存在することである。

① $\partial W \cong Y_1 \amalg -Y_2$, ② $H_*(Y_i; \mathbb{Z}) \xrightarrow[\text{inclusion}_*]{\cong} H_*(W; \mathbb{Z})$ $(i=1,2)$

ホモロジー同境関係 $Y_1 \sim Y_2$ は同値関係であり、連結和を保つ。即ち、$Y_1 \sim Y_2$, $Y_1' \sim Y_2' \Longrightarrow Y_1 \# Y_1' \sim Y_2 \# Y_2'$。よってホモロジー同境類全体の集合は、連結和によって半群をなす。単位元は、S^3を含む類$[S^3]$であり、$[Y]$が逆元を持つのは、Yがホモロジー3球面の時である。その時$[Y]$の逆元は、向きを逆にした$[-Y]$によって与えられる。下図参照。



$\partial[(Y \setminus (\text{ball})) \times I]$
$= Y \amalg -Y$

有向ホモロジー3球面のホモロジー同境類全体のなす集合Θ_3^Hは、加群となる。この時、$[\Sigma_1], [\Sigma_2], \cdots, [\Sigma_n] \in \Theta_3^H$に対し、

$[\Sigma_1] + \cdots + [\Sigma_n] = 0 \Longleftrightarrow \exists W^4$ s.t.

① $\partial W = \Sigma_1 \amalg \cdots \amalg \Sigma_n$

② Wは、n-punctured 4-sphereと同じホモロジーを持つ。

このノートでは Θ_3^H は、単に命題の述べ方を簡易化する役割しか果たしていない。しかし、一般に群 G が固定された時、有向3多様体 Y_1, Y_2 に対して、同値関係 $Y_1 \underset{G}{\sim} Y_2$ を

$\exists W^4$ s.t. ① W は $Y_1 \sim Y_2$ を与える。

② $\mathrm{Hom}(\pi_1(W), G) \xrightarrow[\text{inclusion}^*]{\cong} \mathrm{Hom}(\pi_1(Y_i), G)$ $i=1,2$

によって定めると、これは $G = S^1$ (or $\{1\}, \mathbb{Z}$) の時、ホモロジー同境関係と一致し、G が大きくなるにつれて、ホモトピー同境関係をよりよく近似すると考えられる。このノートの議論は、$G = SO(3)$ (あるいは $SU(2)$) に対して関係 $\underset{G}{\sim}$ で同値でない二要素が、さらに $G = S^1$ に対しても $\underset{G}{\sim}$ で同値でないと主張できるための付帯条件を考察するものということができる。

Θ_3^H については、次のことが知られている。

(1) (Rochlin) $\exists \mu : \Theta_3^H \longrightarrow \mathbb{Z}_2$ surj. hom.

ここで、$\mu([\Sigma]) = \frac{1}{8} \operatorname{sign} W \mod 2$

$\partial W = \Sigma$, W: spin.

(2) (Fintushel - Stern) Θ_3^H は位数無限大の元を持つ。例えば: $\Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)$ を Seifert fibered homology 3-sphere とすると、次の $R(a_1, \cdots a_n)$ は奇数となるが、これが正の時 $[\Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)]$ は位数無限大。

$$R(a_1,\cdots,a_n)=\frac{2}{\alpha}-3+n+\sum_{i=1}^{n}\frac{2}{\alpha}\sum_{k=1}^{a_i-1}\cot\frac{\pi\alpha k}{a_i^2}\cot\frac{\pi k}{a_i}\sin^2\frac{\pi k}{a_i}$$
$$(\alpha=a_1\cdots a_n)$$

ここで、$a_1,\cdots a_n$ は2つずつ互いに素な2以上の自然数($n\geq 3$)。$\Sigma(a_1,a_2,\cdots a_n)$ は S^2 上の Seifert fiber space であって、exceptional fiber の degree が $a_1,\cdots a_n$ であるもの(ホモロジー3球面になるという条件によって、微分同相類はこの条件のみから一意に定まる。)

例　$R(2,3,6k-1)=1$　$k=1,2,\cdots$

$[\Sigma(a_1,\cdots a_n)]$ が Θ_3^H の中で位数無限大であるための十分条件は、Fintushel-Lawson, Lawson 等によって拡張されている。

§4では、次の結果を紹介する。

(3) [F]　$\Sigma_1,\Sigma_2,\cdots\Sigma_m$ を任意の有限個のホモロジー3球面とすると、これらに依存するある自然数 N が存在し、もし $\Sigma(a_1,a_2,\cdots a_n)$ が

$$R(a_1,\cdots a_n)>0\ ,\qquad a_1\cdot a_2\cdots a_n>N$$

をみたすならば、次が成立する。

If $k[\Sigma(a_1,\cdots a_n)]\in\mathbb{Z}[\Sigma_1]+\cdots+\mathbb{Z}[\Sigma_m]$, $k\in\mathbb{Z}$, then $k=0$.

さらに、特に $\Sigma_j = \Sigma(a_{j,1}, a_{j,2}, \cdots a_{j,n_j})$ $j=1,2,\cdots,m$ であるならば、 $N = \max_j \prod_i a_{j,i}$ ととれる。

系 $[\Sigma(a_{j,1}, \cdots a_{j,n_j})]$ $j=1,2,3,\cdots$ は、次の条件の下で、$\mathbb{Z}$上一次独立

① $R(a_{j,1}, \cdots, a_{j,n_j}) > 0$ $(j=1,2,3,\cdots)$　② $\prod_{i=1}^{n_1} a_{1,i} < \prod_{i=1}^{n_2} a_{2,i} < \prod_{i=1}^{n_3} a_{3,i} < \cdots$

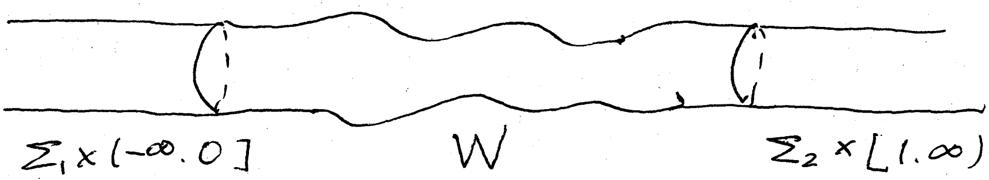
例 $[\Sigma(2,3,6k-1)]$ $k=1,2,\cdots$ は Θ_3^Z 内で$\mathbb{Z}$上一次独立

§2 自己双対接続

3次元多様体においては基本群が重要な不変量であるが、Lie群Gを固定する時 $\mathrm{Hom}(\pi_1, G)$ は、自明なG主束の平坦接続とみなすことができる。非AbelなGで最も簡単なものは $SO(3)$ あるいは $SU(2)$ である。そこで、3次元多様体Yに対し、$\mathrm{Hom}(\pi_1(Y), SU(2)\ (\text{or } SO(3)))$ を調べることによってYのどのような性質がわかるか、という問を考える。

Casson不変量は、$\mathrm{Hom}(\pi_1(Y), SU(2))$ を利用して、ホモロジー3球面に対し整数を対応させる写像であり、Θ_3^Hに落とす時、Rochlin不変量 $\mu(Y)$ と一致することが知られている。この事実から示唆される問として、「$[\Sigma_1] = [\Sigma_2]$ in Θ_3^Hの時、$\mathrm{Hom}(\Sigma_1, SO(3))$, $\mathrm{Hom}(\Sigma_2, SO(3))$ の関係を調べ
　　　　　　　　　　$SU(2)$　　　　　　　　$SU(2)$

よ」というものを考える。同境関係は Σ_1 と Σ_2 とが4次元多様体 W であってある性質を満たすものによって幾何学的に結ばれていることを意味する。$\mathrm{Hom}(\Sigma_1, SO(3))$ の元と、$\mathrm{Hom}(\Sigma_2, SO(3))$ の元とを比較するために、これらを平坦接続と考え、W' の上で接続として連続的につなぐ。



$W' := \Sigma_1 \times (-\infty, 0] \cup W \cup \Sigma_2 \times [1, \infty)$ の上の自明な $SO(3)$ 主束 P に対し、P 上の接続 A であって、2つの端の上で漸近的に平坦接続に収束するもの達を考える。A の曲率を $F(A)$ と書く。

$$F(A) \in \Omega^2(\mathfrak{g}) \qquad \mathfrak{g} = P \times_{\text{adjoint}} so(3)$$

W' 上の Riemannian metric を、端の上で積の形になるよう固定する。Hodge の star operator $* : \Omega^2(\mathfrak{g}) \longrightarrow \Omega^2(\mathfrak{g})$ は $*^2 = 1$ をみたし、これによって $F(A) = F_+(A) + F_-(A)$,
$*F_\pm(A) = \pm F_\pm(A)$ と分解すると、適当な正規化の下で、

$$\begin{cases} \|F(A)\|_{L^2}^2 = \|F_+(A)\|_{L^2}^2 + \|F_-(A)\|_{L^2}^2 \\ 8\pi^2 \int_{W'} p_1(P, A) = \|F_+(A)\|_{L^2}^2 - \|F_-(A)\|_{L^2}^2 \end{cases}$$

ここで、$p_1(P, A) = -\mathrm{tr}\, F(A) \wedge F(A)$ の W' 上の積分は、A を、2つの端の漸近的挙動を保ったままホモトピーで動かし

ても不変である。

今、2つの平坦接続を結ぶAに対して、最も無駄のない結び方を要請するとする。「無駄のない」とは、曲率の L^2 ノルムがトポロジカルに必要な大きさと一致していることと解釈するならば、これは、$F_+(A)\equiv 0$ または $F_-(A)\equiv 0$ という条件として具体化されよう。従って、先から漠然と述べてきた問は次の形にしあげられる。

<u>問</u>　B_1 : $\Sigma_1\times SO(3)$ 上の平坦接続　B_2 : $\Sigma_2\times SO(3)$ 上の平坦接続、に対して、次のような (P, A) は存在するか。

$P \to W'$: $SO(3)$ 主束、
A : P 上の自己双対接続　即ち、$F_-(A)\equiv 0$.

s.t.
$$\begin{cases} \|F(A)\|_{L^2} < +\infty \\ A|\Sigma_1\times\{\tau\}\ (\tau<0) \text{ は } \tau\to-\infty \text{の時 } B_1 \text{に収束} \\ A|\Sigma_2\times\{\tau\}\ (\tau>1) \text{ は } \tau\to+\infty \text{の時 } B_2 \text{に収束} \end{cases}$$

また、存在する時の値はいくつか。
$$\int_{W'} p_1(P, A) = \frac{1}{8\pi^2}\|F(A)\|_{L^2}^2$$

上の値によって、B_1 と B_2 とのある意味での距離を測ることがアイディアである。

<u>注1</u>　Aが自己双対接続でなくとも、それ以外の上の条件を満たすならば、
$$\int_{W'} p_1(P, A) \bmod 4\mathbb{Z} \in \mathbb{R}/4\mathbb{Z}$$
は、B_1, B_2 のみに依存し、P, A のとり方によらない（ただ

1. $w_2(P)=0$ と仮定しておく。この仮定がない時には、mod $\mathbb{Z}$ で一意）

注2 接続は、ある Hilbert 多様体に完備化された空間の元を取ってくる。ここでは詳細には触れない。[T] 参照。

Fintushel-Stern は、レンズ空間の間のホモロジー同境関係に対して、次を示した。

（Fintushel-Stern）

$$L(p,q) \sim L(p',q') \Longrightarrow L(p,q) \underset{\text{diffeo}}{\cong} L(p',q')$$

以下この節の残りでは、上の命題の $q=1$ の場合について、先の問を通じた証明を紹介する。

$\Sigma_1=\Sigma_2=L(p,q)$ の時、任意の平坦接続 B_1, B_2 に対して、先の問のような (P, A) を考える。$L(p,q)$ には標準的計量をいれる。

Fact

(1) $\int_W p_1(P, A)$ は $\frac{4}{p}$ の倍数。

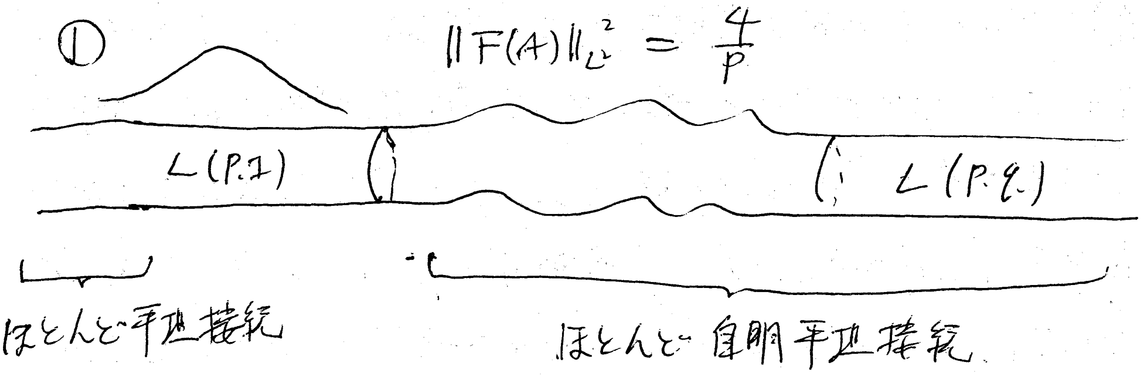
(2) B_2 が自明な平坦接続（積接続）である時、

$\int_W p_1(P, A)=\frac{4}{p}$ となる (P, A) が存在するための必要十分条件は、$q \equiv 1 \pmod p$ となること。

これらは、$L(p,q)\times\mathbb{R}$ を orbifold $S^4/\mathbb{Z}_p$ としてコンパクト化し、S^4 上の $p_1=4$ なる $SO(3)$ 主束の自己双対接続の分類を用いることによって示される。

さて、$L(p.1)\sim L(p.q)$ を仮定して $q\equiv 1 \pmod p$ を導く筋道を説明する。

①



上のような自己双対接続を構成する。(Fact (2) の存在と cut off function による変形から、まず自己双対性の方程式 $F_-(A)=0$ を近似的にみたす接続を構成し、それを Taubes の摂動によって自己双対接続にまで摂動する。)

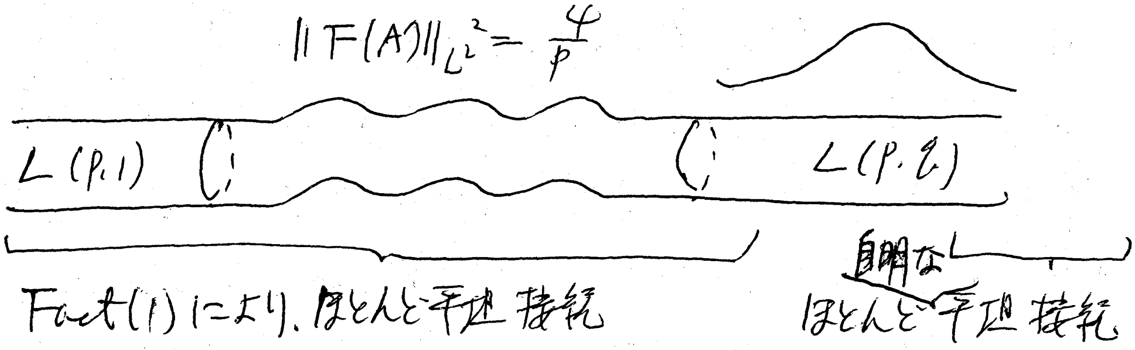
② 上の A と同じ漸近挙動をみたす自己双対接続のモジュライ空間が(必要ならば自己双対性の方程式 $F_-(A)=0$ を摂動し、新しい方程式のモジュライ空間を考えることにより)1次元の多様体の構造を持つことを示す。(まず、Fact (2) で存在が主張されたモジュライ空間は1次元である。楕円複体の指数の満たす切除公式を用いて、W' 上におけるモジュライ空間の次元がそれとかわらないことが、$b_1(W')=b_2(W')=0$ から帰結される。)

③ 直観的な言い回しをすれば、1次元のモジュライ空間をたどることは、W' 上でソリトン的な非線型波動が、

$\tau=-\infty$ からやってきて、再びいずれかの端へ去ってゆく過程と見える。$\tau=\pm\infty$ のいずれに去るかを考える。

④ $\tau=-\infty$ へ再び反射することはない。というのは、曲率が $\tau\to-\infty$ の方向に偏っている自己双対接続は、曲率のおおよそ集中している τ の値によって一意に定まることが（方程式 $F_-(A)=0$ を適当に摂動することにより）いえるからである。（W' を2つの端を各々一点コンパクト化した orbifold が単連結でない場合には、摂動の取り方は技術的にめんどうである。）

⑤ 従って、非線型波動は $\tau=+\infty$ に去ってゆく。

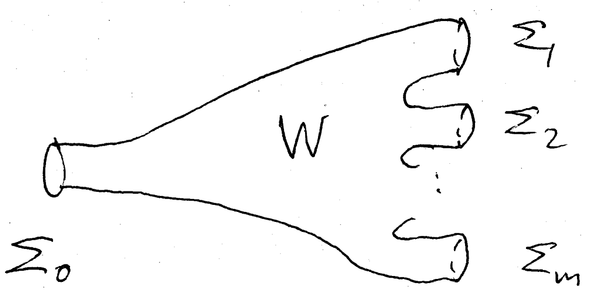


$\tau\to+\infty$ に去る極限を考えると、Uhlenbeck の定理を適用することにより、$L(p,q)\times\mathbb{R}$ の上に、Fact(2) の条件をみたす自己双対接続が存在せねばならないことがわかる。これは、Fact(2) によって、$q\equiv1 \pmod p$ を意味する。□

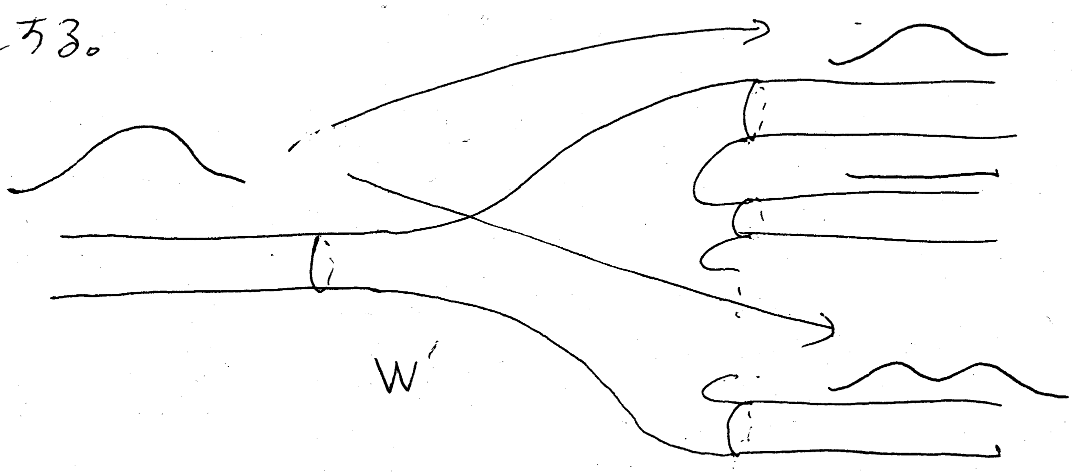
§3 同境

前節の後半で見たように、ホモロジー3球面Σに対して、$\Sigma\times\mathbb{R}$上の自己双対接続のモジュライ空間の性質（特に存在と非存在，存在する時にはその次元等）を調べることは，Σを含む同境関係（の非存在）へ応用できるが、その道筋は次のようなものであった。

$\Sigma_0, \Sigma_1, \cdots, \Sigma_m$ が $[\Sigma_0]=[\Sigma_1]+\cdots+[\Sigma_m]$ をみたすとする。punctured 4-sphere と同じホモロジーを持つ左図のような W をとる。この時，$\Sigma_0, \Sigma_1, \cdots \Sigma_m$ がある必要条件を満足しなければならないことがわかる場合がある。即ち



① 下図のような W' の上で自己双対接続の非線型波動を考える時，左側から入射するような非線型波動の存在を仮定する。



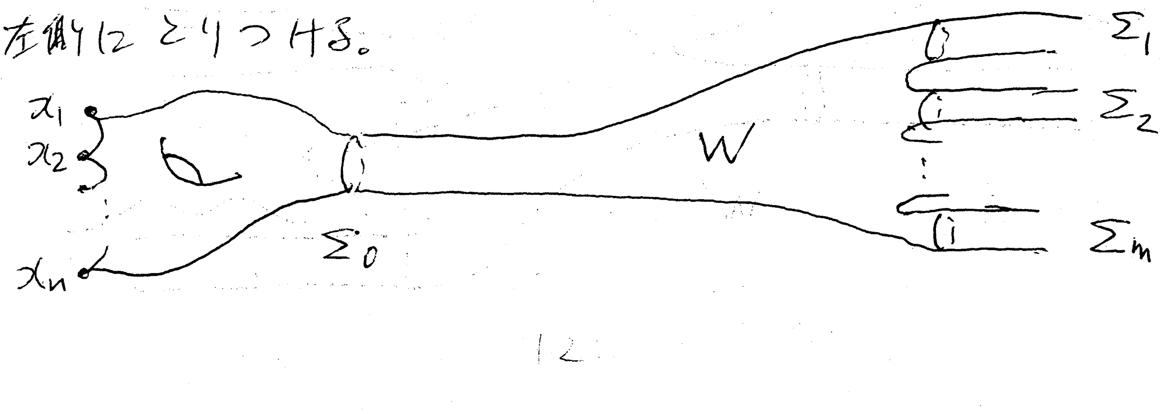
② 中央部の W で波動が"散乱"されるとする。即ち、W には"定常波"を捕える能力が無いとする。(W' の second Betti number が消えており、可約自己双対接続が存在しえない状況を念頭においている。)

③ 波動は左側に反射されることはないとする。(これは、Σ_0 のみによって決まる性質と推定される。)

④ 以上の ①〜③ の下で、$\Sigma_i \times \mathbb{R}$ $(\exists i = 1, 2, \cdots m)$ の上に、自明でない自己双対接続であって、曲率の L^2 ノルムが限定された条件をみたすようなものが存在しなくてはならない。

Fintushel-Stern は閉じた orbifold 上で ① に相当する自己双対接続の存在の主張を、いわば、非線型波動の発生器を取りつけることによって行っている。これを説明する。

Σ_0 が $\Sigma(a_1, \cdots a_n)$ s.t. $R(a_1, \cdots a_n) > 0$ であったとする。Seifert fiber space の射影 $\pi : \Sigma_0 \to S^2$ の mapping cone は、Σ_0 を境界とし、n 個の特異点を持つ、第2 Betti 数が 1 の orbifold である。これを W' の左側にとりつける。



この時、取りつけた mapping cone の上でのみねじれた $SO(3)$ 主束（orbifold 上の orbifold-bundle の意味で）を構成し、それが可約な自己双対接続を許し、その点を唯一の特異点とし、他は次元 $R(a_1, \cdots a_n)$ の多様体の構造を持つモジュライ空間を伴うようにできる。特異点の近傍は、複素射影空間の上の cone の形状をしている。

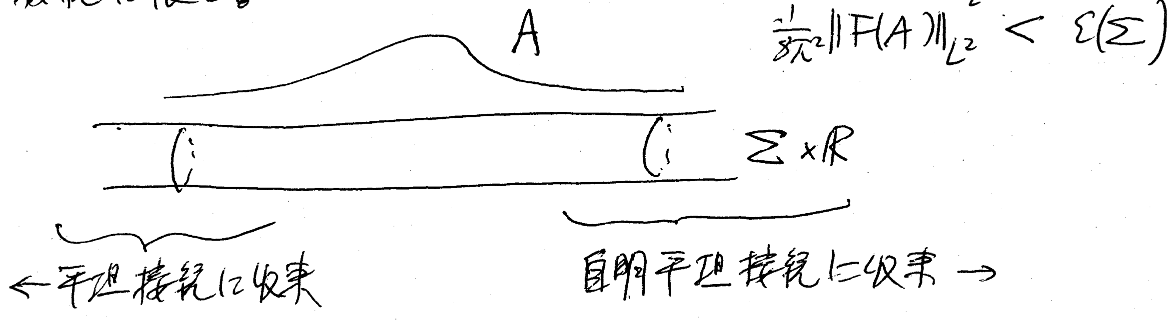
Fintushel-Stern の議論の要点は、このモジュライ空間は、モジュライ空間自体（及びその上のある $SO(3)$ 主束）の性質を考察することによって、コンパクトではありえないという所にある。

以上が ①〜③ に相当する。（ただし、Fintushel-Stern の議論が閉じた orbifold の上でなされていたのに対し、今の場合は open manifold の上で議論するために、Taubes の解析的手法 [T] が必要とされる。）

よって、もし、④が成立しないような状況であれば、この矛盾は、与えられた $\Sigma_0 = \Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)$ と $\Sigma_1, \Sigma_2, \cdots, \Sigma_m$ の間に W のような同境関係が存在しえないことを意味することになる。このような議論のために、次の命題が用いられる。

<u>命題</u> ホモロジー3球面 Σ に対し、ある $\varepsilon(\Sigma) > 0$ が存在し、次のような $\Sigma \times \mathbb{R}$ 上の自己双対接続は、自明平坦

接続に限る。

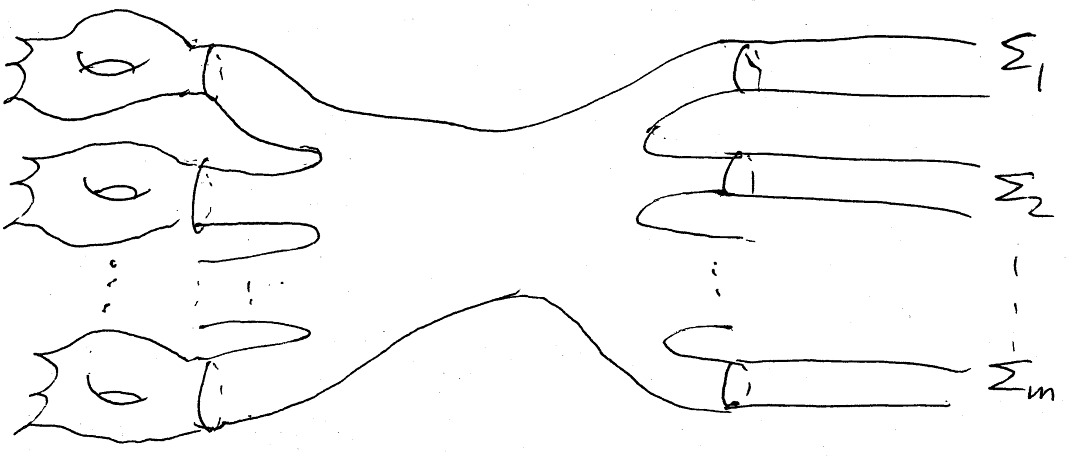


しかも、$\Sigma = \pm\Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)$ の時、$\varepsilon(\Sigma) = (a_1 \cdot a_2 \cdots a_n)^{-1}$ ととることができる。

上の命題を認めると、§1 (3) は、次のような筋道で証明される。今、$R(a_1, \cdots a_n) > 0$, $(a_1 \cdot a_2 \cdots a_n)^{-1} < \varepsilon(\Sigma_i)$ $i = 1, 2, \cdots m$ と仮定し、仮に

$$k[\Sigma(a_1 \cdots a_n)] = [\Sigma_1] + \cdots + [\Sigma_m] \quad k \in N$$

であったとする。$\Sigma(a_1 \cdots a_n)$ の側に mapping cone をはりつける。



左のひとつの mapping cone の上でねじった SO(3) 主束を構成し、①②③から、右側へ自己双対接続が放射されるようにできる。このSO(3)主束は、右側では自明な積束であり、そ

の上の自己双対接続としては、右側の端の極限が自明な平坦接続に収束するものを考えている。そして $\frac{1}{8\pi^2}\|F(A)\|_{L^2}^2$ は、$(a_1 \cdot a_2 \cdots a_n)^{-1}$ と一致する。

よって④から存在が主張される自明でない自己双対接続は、（$(a_1 \cdots a_n)^{-1} < \varepsilon(\Sigma_0)$ という仮定から）丁度、先の命題の仮定をみたしている。ところが、この命題によると、そのような自己双対接続は自明な積接続しか存在しない。これは矛盾である。これは、はじめの仮定がありえないことを意味し、証明は終わる。

次節で、命題の証明の筋道を述べる。

§4 命題の証明

次の補題が使われる。

補題　ホモロジー3球面 Σ 上の積束において、自明な平坦接続は、平坦接続全体のモジュライ空間の中で孤立点。

実際、自明平坦接続の近傍は、$\Phi^{-1}(0)/SO(3)$ で与えられる。ここで Φ は、$H^1(\Sigma, so(3))$ の 0 の近傍から $H^2(\Sigma, so(3))$ への ある写像。仮定より $H^1(\Sigma, so(3)) = 0$ なので、これは一点から成る。

この時、命題は次のように示される。$\Sigma \times \mathbb{R}$ 上の自己双対接続 A であって、$\|F(A)\|_{L^2}^2$ が十分小さく、かつ $A|\Sigma \times \{t\}$ が

$T \to +\infty$ の時 自明な平坦接続に収束するものとする。この時、各 $n \in \mathbb{Z}$ に対し、$\Sigma \times [n, n+2]$ の上で A は（$\|F(A)\|_{L^2}^2$ が小さいので）ある平坦接続 $\pi_i^* B_n$（B_n は Σ 上のある平坦接続、π_i は $\Sigma \times [n, n+2]$ から Σ への射影）によって近似される。仮定から、$n \to +\infty$ の時、B_n は自明な平坦接続である。今、B_n が自明平坦接続ならば、B_n と B_{n-1} とは十分近いので、補題によって B_{n-1} も自明平坦接続でなくてはならない。よってれが十分大きな所から小さくなってゆく帰納法によって、すべての B_n は自明平坦接続であるとわかる。特に、$T \to -\infty$ の時にも A は自明平坦接続に収束することがわかる。この時、§2 注2により、$\frac{1}{8\pi^2}\|F(A)\|_{L^2}^2$ は、mod $4\mathbb{Z}$ で zero に等しくなければならない。この値は十分小さいものであったから、特に4より小さいとしてよく、その時本当に zero である。これは、A 自体が自明な平坦接続であることを意味する。

次に、$\Sigma = \Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)$ の時に、限界の値 $\varepsilon(\Sigma)$ の評価であるが、これは §2 注2の、mod 4 もしくは mod 1 できまる不変量、即ち Chern-Simons 不変量を用いてなされる。

有理ホモロジー3球面 Σ に対し、$\Sigma \times SO(3)$ 上の接続 B の Chern-Simons 不変量 $Tp_1(B) \in \mathbb{R}/4\mathbb{Z}$ は、

$$Tp_1(B) := -\frac{1}{8\pi^2}\int_Z \mathrm{tr}\, F(A)\wedge F(A) \mod 4\mathbb{Z}$$

によって与えられる。ここで Z は Σ を境界とする有向コンパクト4多様体，A は $Z\times SO(3)$ の接続であって，境界のカラーに制限すると B の引き戻しと一致するもの。この時右辺は A のとり方によらず $\mathrm{mod}\ 4\mathbb{Z}$ で well-defined.

$\pi : (0,4] \longrightarrow \mathbb{R}/4\mathbb{Z}$ と同一視し，$0 \le \varepsilon_1(\Sigma) \le 4$ を，

$$\varepsilon_1(\Sigma) := \inf \{ \pi^{-1}(Tp_1(B)) ; B \text{ は } \Sigma\times SO(3) \text{ 上の平坦接続} \}$$

とおく。すると一般に，

<u>命題</u> もし $\varepsilon_1(\Sigma) > 0$ であれば，$\varepsilon(\Sigma)$ の値として，$\varepsilon_1(\Sigma)$ を採用できる。

証明は，先の議論の精密化によってなされる。

あとは，$\Sigma = \Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)$ に対して，その上の平坦接続の Chern-Simons 不変量を計算すればよい。これは，Σ の Seifert fiber space としての射影の mapping cone を再び使うことにより計算される。mapping cone から n 個の特異点の近傍を取り去ると，Σ と n 個のレンズ空間との間の同境 Z を得る。Σ と Z の基本群は既知なので，これから

<u>補題</u> $\Sigma\times SO(3)$ 上の平坦接続は必ず $Z\times SO(3)$ 上の平坦接続に拡張される。

とわかる。従ってレンズ空間上の平坦接続の Chern-Simons 不変量の計算に（少なくとも mod $\mathbb{Z}$ では）帰着され、結局次を得る。

<u>補題</u>　$\varepsilon_1(\pm\Sigma(a_1, a_2, \cdots a_n)) \geq (a_1 a_2 \cdots a_n)^{-1}$

この補題と先の命題により、§3 の命題の証明は完結する。

参考文献

[D] Donaldson, An application of gauge theory to 4 dimensional topology, J. Diff. Geom 18 (1983)

[F] Furuta, Homology cobordism group of homology 3-spheres, preprint.

[FL] Fintushel-Lawson, Compactness of moduli space for orbifold instanton, Topology Appl. 23 (1986)

[FS] Fintushel-Stern, Pseudofree orbifolds, Ann. Math. 122 (1985)

[L] Lawson, preprint.

[T] Taubes. Gauge theory on asymptotically periodic manifolds. J. Diff. Geom. 25 (1987)