

水の波の新しい強分散性波動方程式について

東工大工学部 灘岡和夫 (Kazuo Nadaoka)

同客員研究員 Serdar Beji

運輸省港湾技研 中川康之 (Yasuyuki Nakagawa)

水の波の時間発展は、いうまでもなく波の非線形性と分散性によって基本的に支配されるが、既存の波動方程式の中で、任意の強さの非線形性と分散性を有する波動場を一般的に表現できるものはいまだに存在しない。特に、分散性に関する制約は重大で、既存の分散性波動方程式は、総じて、狭帯域スペクトル場を前提としたものとなっている。例えば、非線形分散性波動方程式として最もポピュラーな KdV 方程式や Boussinesq 方程式は、浅い波を対象とした弱非線形・弱分散性波動方程式である。

しかしながら、実際の海の波動場は、このような既存の弱分散性波動理論が対象とするような狭帯域スペクトル場であるとは限らず、広帯域スペクトル波浪場として扱う必要性があることも多い。また、入射波として monochromatic wave を対象とする場合でも、潜堤上を通過する波の分裂現象（例えば大山・灘岡：1992）のように、浅い波と深い波

が解析対象内に共存するような波動場も存在する。したがって、より一般性のある波動解析手法の確立のためには、任意のスペクトル帯域を有する波浪場を記述し得る波動モデルの開発が不可欠である。

このような問題意識のもとに、われわれは最近、任意の広いスペクトル帯域を有する波動場に適用可能な新たな強分散性波動方程式を導出することに成功している（灘岡・中川：1991, 1993a）。この波動方程式は、通常のアプローチと異なり Galerkin 法を用いることによって導かれたもので、次に示す水平流速場 $v(x, y, z, t)$ に関する仮定

$$v(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N F_n(z) U_n(x, y, t), \quad F_n(z) = \frac{\cosh k_n(h+z)}{\cosh k_n h}$$

を定式化のベースとしている。ここで、 k_n は波数に対応するパラメータで、対象とする波動場のスペクトル帯域を覆うように設定することになるが、これはあくまで鉛直依存性関数 $F_n(z)$ を規定するパラメータであって、対象とする波動場を構成する全成分波の波数という意味ではないことに注意を要する。

上式を基礎方程式系（質量保存式と運動量式）に代入し、Galerkin 法に基づく数式展開により、最終的に、上式中

の $U_n(x,y,t)$ ($n=1,\dots,N$)と自由表面水位 $\eta=(x,y,t)$ の、合計 $2N+1$ 個の未知変数に関する時間発展方程式が導出される。重要なことは、このようにして得られた波動方程式が、わずか $N=2$ ないし 3 としても、かなり広いスペクトル帯域上の波動場を流速場を含めてきわめて精度良く記述できる強分散性波動方程式となっていることである。これは、このような少ない数の $F_n(z)$ でも、それらの線形結合によって任意の波数 k の鉛直依存性関数 $F(z)=\cosh(h+z)/\cosh kh$ をかなりの精度で表現できることに基づいている。

$N=1$ とした場合でも、狭スペクトル帯域波浪場であれば十分高い精度で波浪場の時間発展を記述できる。通常の Boussinesq 方程式などと異なるのは、上記の k_n ($n=1$)をスペクトル中心波数 k_p 近くに設定することにより、深い波から浅い波にかけての波浪変形を広範に追跡できる点にある(灘岡・中川:1993b)。また、この $N=1$ の場合の波動方程式は、Boussinesq 方程式や緩勾配方程式など既存のいくつかの波動方程式を、その特別な場合として含むことが理論的に示されており(Nadaoka, Beji & Nakagawa:1994)、その意味でも、本波動方程式は、従来の波動理論を包含する一般性の高い波動モデルとなっている。

参考文献

大山・灘岡(1992) : 土木学会論文集, No. 450 /

II - 20, pp. 31 - 40.

灘岡・中川(1991) : 東工大土木工学科研究報告、

No. 44, pp. 63 - 75.

灘岡・中川(1993a) : 土木学会論文集, No. 467 /

II - 23, pp. 83 - 92.

灘岡・中川(1993b) : 土木学会海岸工学論文集,

Vol. 40, pp. 6 - 10.

Nadaoka, Beji & Nakagawa (1994) : A fully

dispersive - nonlinear wave

model, *submitted to JFM.*