数理解析研究所講究録
992巻 1997年 42-46

ニューロイダルネット上の学習について

西野 哲朗
(Tetsuro Nishino)

電気通信大学 電子情報学科

1 はじめに

最近 L. G. Valiant は，人間の脳に類似した計算モデルとして**ニューロイダルネット**を提案した [1]．ニューロイダルネットは，しきい値論理素子に状態を付加した**ニューロイド**と呼ばれるノードから成るネットワーク（回路）である．現在までに Valiant 自身により，ニューロイダルネット上の記憶や学習に関するいくつかのアルゴリズムが提案されている．本論では，ニューロイダルネット上におけるブール関数の学習アルゴリズムを提案する．

2 ニューロイダルネット

定義 [1] **ニューロイダルネット**とは以下の条件を満たす 5 項組 $(G, W, X, \delta, \lambda)$ である．

(1) G ：ネットワークのトポロジーを記述するグラフ．
(2) W ：グラフの辺が持つことができる**重み**の集合．
(3) X ：ニューロイドの**モード**の集合．ただし，モードとは，ニューロイド i の状態としきい値の組 $[q_i, T_i]$ である．
(4) δ ：**モード更新関数**．
(5) λ ：**重み更新関数**．

ニューロイダルネットでは，ニューロイドのモードと重みの更新によって学習が進行していく．これらの更新関数は，その時刻に発火しているニューロイドからのびる辺 (k,i) に関するニューロイド i の重みの総和 (刺激の総和) w_i に依存する．すなわち，w_i は以下の式によって定義される．

$$w_i = \sum_{k \textbf{ firing } \quad (k,i)\in E} w_{ki}$$

モード更新関数 δ は，時刻 t でのニューロイド i のモードと刺激の総和の組 (s_i, w_i) に対して，時刻 $t+1$ でのモード s_i' を出力する．重み更新関数 λ は，モードと刺激の総和，辺 (j,i) の重み w_{ji}，ニューロイド j の発火の有無を表すブール変数 f_j の組 (s_i, w_i, w_{ji}, f_j) に対して，重み w_{ji}' を出力する．すなわち，δ と λ は，以下の形の式によって定義される．

$$\delta(s_i, w_i) = s'_i, \quad \lambda(s_i, w_i, w_{ji}, f_j) = w'_{ji}$$

このように定義することによって，シナプス後部のニューロンに対するシナプス前部のニューロンの影響をモデル化している．ニューロイダルネットの初期状態は，初期条件 IC と入力列 IS によって規定される．具体的には，IC によってニューロイドの重みとモードの初期値が指定され，また，IS によって末梢神経により直接コントロールされるニューロイドの発火のタイミングが指定される．

以下のアルゴリズムは，ニューロイダルネット上における連言 $x_1 \wedge x_2$ の教師なしモードでの記憶を実現するものである [1].

Step0: Prompt: $\tilde{x_1}, \tilde{x_2}$.
$\{q_i = \mathrm{AM},\ w_i \geq 2\} \Rightarrow \{q_i := \mathrm{UM},\ T_i := w_i,\ \textbf{if}\ f_j = 0\ \textbf{then}\ w_{ji} := 0\}$.

このようにニューロイダルネット上でのアルゴリズムは，通常ステップの列として記述される．**Prompt** は，末梢神経によって発火させられる (あるいは発火を妨げられる) ニューロイドの集合を記述する．続いて記述される**条件付更新規則**は，2 つの更新関数 δ と λ をまとめて略記したもので，その左辺は更新に必要な条件を表し，右辺はモードと重みの更新を表している．規則中の条件は常に時刻 t のものだが，それによって生じる変化は時刻 $t+1$ に起こるものとする．

このアルゴリズムにおいては，まず，末梢神経によってニューロイドの集合 $\tilde{x_1}, \tilde{x_2}$ が発火させられる．そして，これらのニューロイドの少なくとも 2 つから辺を受け，状態が AM のニューロイドにおいて，状態が UM に，しきい値が w_i に，発火していないニューロイドからの辺の重みが 0 にそれぞれ更新される．

3 ニューロイダルネット上における対称関数の学習

ブール値の集合 $\{0,1\}$ を $\mathbf{B}$ で表す．$\mathbf{B}$ を値域とする変数を**ブール変数**といい，$\mathbf{B}^n \to \mathbf{B}$ なる型の関数を，n **変数ブール関数**という．$x_1, \ldots, x_n$ をブール変数とするとき，集合 $\{x_1, \ldots, x_n\}$ を X_n で表す．また，入力 X_n に対する f の値を $f(X_n)$ と表記する．ブール関数 $f : \mathbf{B}^n \to \mathbf{B}$ は，その値 $f(X_n)$ が入力 $x_1, \ldots, x_n$ をどのように並べ変えても変化しないときに，**対称**であると言われる．n 変数対称関数は，以下の集合 $\mathcal{S}_f$ によって一意的に決定される．

$$\mathcal{S}_f = \{m \in \mathbf{N} \mid \text{ちょうど}\ m\ \text{個の 1 を含むすべての}\ X_n \in \mathbf{B}^n\ \text{に対し}\ f(X_n) = 1\ \}$$

本節では，ニューロイダルネット上で対称関数の学習を行うひとつの方法を示す．簡単のために，3 変数対称関数の場合について述べるが，以下の議論は容易に一般化できる．

まず，対称関数の学習に先立って，ニューロイダルネット内には図 1 左図のようなニューロイダルネット N_3 が前もって埋め込まれているものと仮定する．この仮定は，まったく白紙の状態から学習を始めるのではなく，学習に先だってある種の前提条件 (precondition) を与えられていることに相当する．つまり本論では，

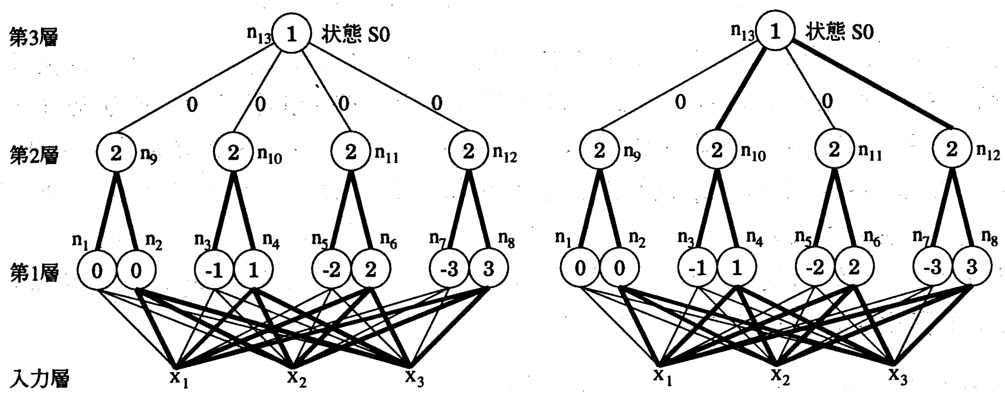

図 1: ニューロイダルネット N_3. 学習前の状態 (左図), 学習後の状態 (右図). 図中の太線の辺の重みは 1, 実線の辺の重みは -1 とする. 重み 0 の辺にはラベル 0 が付与されている.

> 学習に先だって, そのための**前提条件**が, ニューロイダルネット内に埋め込まれた部分ネットワーク（**初期回路**）として与えられている

ことを仮定する. 実際, 脳内には, 視覚野のひとつである MT 野のコラム構造にみられるように, 何らかの構造を持った部分ネットワークが存在している. 初期回路は, ニューロイダルネットのトポロジーを記述するグラフ G と, 初期条件 IC によって規定される.

次に, 図 1 の左図のニューロイダルネット N_3 上における 3 変数対称関数の学習アルゴリズムを述べる.

学習アルゴリズム A

時刻 t: Prompt: $\{(x_1, x_2, x_3) | f(x_1, x_2, x_3) = 1\}$.

時刻 $t+2$: Prompt: n_{13}.

$\{q_i = \mathrm{S0}\} \Rightarrow \{\textbf{if } f_j = 1 \textbf{ then } w_{ji} := 1\}$.

この学習アルゴリズムにおいては, **正のサンプル**, すなわち, $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ となるような入力 (x_1, x_2, x_3) のみを用いていることに注意する. つまりアルゴリズム A は, ニューロイダルネット上における前提条件を仮定した正のサンプルのみからの学習方法を与えている.

具体例として, $S_{f_0} = \{1, 3\}$ で表現される 3 変数対称関数 f_0 の学習の場合を考えよう. まず最初に, $f(X_n) = 1$ を満たすサンプルとして, $X_n = (0, 1, 0)$ が N_3 に与えられたとしよう. このとき, N_3 の第 1 層で発火するのは, ノード n_2, n_3, n_4, n_5, n_7 である. このうち, 組になった 2 つのノードが同時に発火しているのは, n_3 と n_4 の組だけであるから, 第 2 層で発火するノードは n_{10} のみである. 学習に先だってノード n_{13} は状態 $S0$ に設定されているから, ここで上の学習アルゴリズムの第 2 ステップがノード n_{13} に適用され, ノード n_{10} から n_{13} に向かう辺の重みが 0 から 1 に更新される.

次に，サンプルとして $X_n=(1,1,1)$ が与えられたとする．このとき，N_3 の第 1 層で発火するのは，ノード n_2,n_4,n_6,n_7,n_8 である．このうち，組になった 2 つのノードが同時に発火しているのは，n_7 と n_8 の組だけであるから，第 2 層で発火するノードは n_{12} のみである．ノード n_{13} の状態は $S0$ のままであるから，学習アルゴリズムの第 2 ステップがノード n_{13} に適用され，ノード n_{12} から n_{13} に向かう辺の重みも 0 から 1 に更新される．

まだ，N_3 に与えていない正のサンプルとしては，$X_n=(0,0,1),(1,0,0)$ があるが，それらが引き続き与えられても，もはや N_3 に変化は起こらないことが容易にわかる．したがって，N_3 がいったん図 2 右図の状態になると，その後は正のサンプルをいくら与えても N_3 に変化は起こらない．その意味で，N_3 上における f_0 の学習は終了していると言える．

4 考察

(1) 上で述べた対称関数に対する方法は，一般のブール関数の場合にも拡張することができる．すなわち，図 1 左図のニューロイダルネット N_3 の第 1 層に，しきい値が $0,\pm1,\pm2,\ldots,\pm n$ の $2(n+1)$ 個のノードだけでなく，$0,\pm1,\pm2,\ldots,\pm2^n$ の $(2^{n+1}+2)$ 個のノードをすべて含め，2^n 通りのすべての入力を区別できるようにすれば，前節の学習アルゴリズム A をそのまま用いることができる．

(2) 一般に, N_3 のような構造を持った n 入力回路を N_n で表す．また, n 変数対称関数のクラスを F_n で表そう．任意の $f\in F_n$ に対し, $\{X_n \mid f(X_n)=1\}$ をサンプルとして与えて, N_n 上で学習アルゴリズム A を動作させれば, 常に N_n は f を計算する回路に変化する．このようなとき, N_n は F_n に対して**普遍的** (universal) であるいうことにする．普遍的な前提条件（初期回路）を用いると, 例えば, 以下のような学習が行なえる．

まず, N_3 が F_3 に対して普遍的であることより, N_3 の第 1 層と第 2 層は，すべての対称関数の計算において共通に用いることができる．例えば，図 2 に示したように，ノード n_9,n_{10},n_{11},n_{12} のすべてと結合されているもう 1 つのノード n_{14} が存在すれば，n_{14} に n_{13} とは別の 3 変数対称関数を学習させることができる．一般に，n 変数対称関数は全部で 2^{n+1} 個存在するので，n_{13} や n_{14} と同様な結合を持つノードが全部で 2^{n+1} 個存在すれば，すべての n 変数対称関数を学習して，ニューロイダルネット内に保持することができる．種々の関数のクラスに対し, 素子数が最小の普遍的前提条件（初期回路）を発見することは興味深い問題である．

5 おわりに

本論では, **前提条件に基づく学習** (precondition-based learning) の枠組を提案した．この枠組における基本的な考え方は, 図式的には, 「（前提条件）＋（学習）＝（知識）」と表現できる．すなわち, ある知識を獲得する際に, そのための前提条件が巧妙なものであればあるほど, 学習は簡単になるということである．

一方, 言語学における Chomsky の普遍文法理論の基本的な考え方は, 「（普遍文法）＋

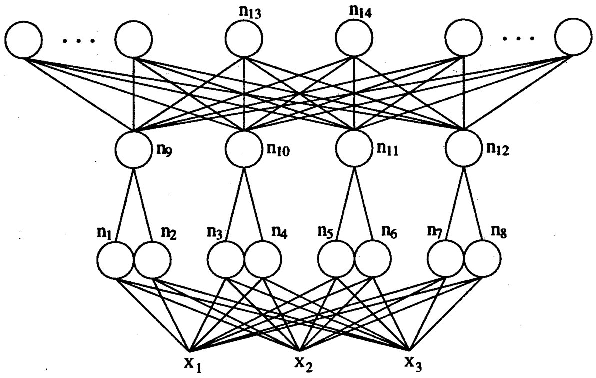

図 2: 多数の対称関数を同時に計算するニューロイダルネット.

(学習) = (個別文法)」と表現することができ, 本論で提案した前提条件に基づく学習の, ひとつの具体例であると考えられる. 本論で示したアプローチからの研究を進め, 普遍文法に対応する初期回路を構成することは大変挑戦的な課題である.

謝辞 本論文をまとめるにあたり, 議論していただいた, 電気通信大学大学院の内田勝也君に感謝致します。

参考文献

[1] L. G. Valiant, *Circuits of the Mind*, Oxford University Press, 1994.