

## 非線形ロスビー波と海洋循環構造

北大地球環境 久保川 厚 ( Atsushi Kubokawa )

### 1 はじめに

海洋の大規模な循環は、高緯度で海面が冷やされ、低緯度で暖められることによる南北密度差と海面風による渦度の注入という、二つの駆動力によって維持されている。前者による循環を熱塩循環、後者によるものを風成循環という。

海洋上層の循環構造は主に風成循環によって説明される。図1に太平洋での海面の力学高度場(海面での地衝流流線)を示す(Wyrtki, 1974による)。北太平洋を見れば、海洋の流れは主に3つの循環から成り立っているのが判る。一番北には反時計回りの循環(亜寒帯循環)が、中緯度(10°~40°)には非常に大きな時計回りの循環(亜熱帯循環)があり、それより低緯度には赤道域の循環がある。この大まかな構造は海面風の場合から説明される。しかし、細かく見ると良く判らない現象がある。例えば、亜熱帯循環中央部(~30°)では、一度南に下がってきた流れが東に転じている部分がある。この流れは亜熱帯反流と呼ばれ、風のみからは説明できない。ここでは、非線形ロスビー波の性質からこのような構造を説明することを試みる。

### 2 海洋の風成循環

まず、海洋の風成循環の機構について簡単に説明する。海面近くや陸岸近くの境界層並びに赤道近傍を除けば、海洋の大規模な流れはほぼ地衝流平衡にあると考えられる。すなわち、

$$-fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (1)$$

ここで、 $\rho_0$ は平均海水密度、 $f$ はコリオリ周波数(=  $2\Omega \sin \theta$ ,  $\Omega$ は地球自転角速度、 $\theta$ は緯度)で、 $x$ は東向き、 $y$ は北向きの座標である。本来は球面

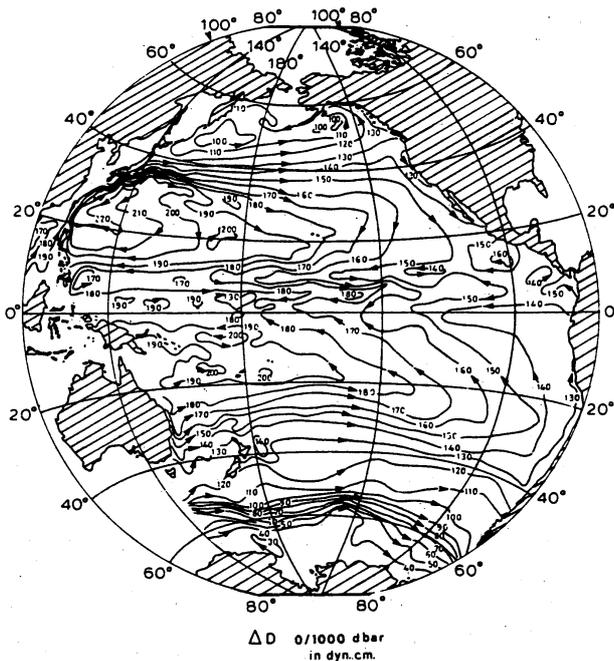


図 1: 太平洋における 1000db 基準の海面力学高度。海面力学高度は海面での地衝流流線に対応する。Wyrтки (1974) による。

座標を使うべきであるが、ここでは、便宜上  $(x, y)$  座標で考える。なお、ここでの話はどちらでも実際には同じである。

(1) 式から渦度方程式を立て、非圧縮流体の連続の式、 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ 、を用いると、 $z$ 成分の式として、

$$\beta v = f \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2)$$

が得られる。ここで、 $\beta = df/dy$  である。この方程式は Sverdrup の式と呼ばれる。海洋の大規模な流れは地球自転に比べると十分に弱い渦度しかもたない。それ故、慣性系から見たときの渦度の  $z$  成分は  $f$  と見なすことができる。流体が渦度の軸方向に伸縮すれば、渦度が増加するが、この場合には、それは  $f$  が変化するということ、すなわち、流体が南北に動くということになる。この式はそれを表している。大規模な流れに対しては  $\beta$  が大きいので、地球に相対的な流体自体の渦度 (相対渦度) を変えるよりも南北に動く方が効率がよいということである。

ある深さ ( $z = -H$ ) で  $w = 0$  とすると (2) を海面 ( $z = 0$ ) まで積分することにより、

$$\beta \int_{-H}^0 v dz = f w_e . \quad (3)$$

ここで、 $w_e$  は海面風応力による摩擦境界層 (エクマン層) の底での鉛直流 (Ekman pumping) である。エクマン層内での方程式は摩擦応力を  $\tau$ 、水平

流速の地衝流場 (1) からのずれを  $\mathbf{u}_E$  とすると

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_E = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (4)$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{k}$  は鉛直上向き単位ベクトル。これをエクマン層内で鉛直に積分すれば、エクマン層の底 ( $z = -\delta_E$ ) では  $\tau = 0$  なので、

$$f\mathbf{k} \times \int_{-\delta_E}^0 \mathbf{u}_E dz = \frac{1}{\rho_0} \bar{\tau}_w \quad (5)$$

となる。ここで、 $\bar{\tau}_w$  は海面での風による応力。海面応力に対して、鉛直積分した流れ (エクマン輸送) は (北半球では) 直角右向き。これはコリオリ力と海面応力の釣り合いなので当然である。さて、中緯度 ( $\sim 40^\circ$ ) には偏西風が存在する。すなわち、エクマン流は赤道向き。他方、低緯度の方には西向きの貿易風が吹いている。よって、そこでは極向き。このエクマン流の収束故にこの風系の中に位置する亜熱帯域では  $w_e < 0$  となる。偏西風の極側では、西風が徐々に弱まるので、エクマン流は発散し、 $w_e > 0$  となる。このことを踏まえ、(3) に (1) を代入した式を東岸で岸に向かう流速がゼロになるという条件のもとに積分すれば、おおまかには図 1 によく似た流れの場が得られる。そして、西岸には摩擦、もしくは非線形性が重要になる境界層 (西岸境界層) が生じる。何故、東岸ではなく西岸に境界層ができるかと言えば、例えば、ロスビー波は西にしか伝播しないので、東岸の境界条件は内部領域には入れるが、西岸の境界条件は内部には入れないとか、そもそも、風によって、亜寒帯域では正の渦度が、亜熱帯域では負の渦度が注入されており、その場に  $\beta$  効果による南北流を加えれば、そうなるとか種々の説明が可能であるが、基礎方程式から出発すれば容易に示すことができる (例えば、Pedlosky, 1987)。

このようにして、鉛直積分した流れの場は求まった。この流れの場を記述する量として、ここでは、(3) を東岸から積分することによって得られる Sverdrup 関数

$$\phi = \frac{f^2}{\beta} \int_{x_e}^x w_e dx \quad (6)$$

を導入する。ここで、 $x_e$  は東岸の  $x$  座標。

海洋は成層流体なので、流れの場合は密度構造とともに鉛直方向にも変化する。上で述べたような風だけでは説明できないような構造は密度場の変形に由来するものと考えられる。

### 3 非線形ロスビー波

取りあえず、海洋の循環からは離れ、非線形ロスビー波について考える。非線形ロスビー波と言うとシア流中のロスビーソリトンを思い浮かべる人も多いかも知れない(例えば、Long, 1964; Redekopp, 1977; Hukuda, 1979)。しかし、海洋の大規模な内部モードの波を考えた場合、強い流れの領域を除けば相対渦度はさほど重要ではなく、非線形性は主に水平流速の収束発散に伴う密度構造の変化から生じる。簡単のために、 $\rho_1 = \rho_0$ 、 $\rho_2 = \rho_0 + \Delta\rho$ 、( $\Delta\rho \ll \rho_0$ ) の2層流体で考える。密度 $\rho_1$ の上層の厚さを $h(x, y, t)$ 、下層の厚さを $H - h$ とする( $H$ は一定)。海面の変位は無視する。上層の圧力を $p_1$ 、下層の圧力を $p_2$ とし、 $\nabla$ を水平の微分演算子とした時、 $\nabla p_1 - \nabla p_2 = \rho_0 g' \nabla h$ と書ける。ここで、 $g' = g\Delta\rho/\rho_0$ は reduced gravity。このことを考慮して、浅水系の連続の式、

$$\frac{\partial h_j}{\partial t} + \nabla \cdot \{h_j \mathbf{u}_j\} = 0 \quad (7)$$

(ここで、 $j = 1, 2$ で、 $h_1 = h$ 、 $h_2 = H - h$ 、 $\mathbf{u}_j = (u_j, v_j)$ )に(1)を代入し、順圧流速がゼロ( $h_1 \mathbf{u}_1 + h_2 \mathbf{u}_2 = 0$ )とすれば、

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \beta R_d^2 \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

が得られる。ここで、 $R_d$ はロスビーの変形半径、

$$R_d = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{g'(H-h)h}{H}} \quad (9)$$

この量は、 $1/f$ 時間内に重力波(この場合は内部界面波)が進む距離を表し、空間スケールがこの距離に比べて十分大きければ、相対渦度は渦柱の伸縮の効果に比べて無視できるというものである。海洋の場合、鉛直第1モードの波に対しては50km程度であるから、数100km以上の波に対しては、

相対渦度は無視できる。上の式は無視した結果の式である。なお、傾圧第1モードのロスビー波の西進速度は中緯度では5cm/s程度になる。

このロスビーの変形半径が $h$ の関数であることにより、傾圧ロスビー波は非線形性を持つことになる。式より明らかのように、 $h/H = 1/2$ の時、西向き伝播速度が最大になる。この辺りの性質は2層流体での内部重力波と同じである。物理的にはこの波は $f$ の南北変化に伴う、南北地衝流の収束発散による界面の変位により伝わる。例えば、 $\partial h/\partial x > 0$ とすると、上層の流れは極向き、下層の流れは赤道向きとなり、極向きのところ(上層)では $f$ が小さくなるため収束が、下層では逆に発散が生じる。よって、界面が深くなる。この効率が最もよいのが $h/H = 1/2$ の場合なので、その時に最も伝播速度が大きくなる。また、波の振幅が有限であれば、突立ちが生じる。突っ立ちが生じて空間スケールが小さくなれば、上では無視した相対渦度が重要となる。相対渦度が効く場合には、ロスビー波は分散性波動であるから、弱非線形で考えれば、内部重力波と同様、KdVもしくは( $h/H \approx 1/2$ ならば)mKdV方程式が得られる。弱分散弱非線形の波については例えば Yamagata (1982) を参照頂きたい。

ここでは、傾圧ロスビー波のみについて考えたが、順圧ロスビー波の場合は変形半径は $O(1000\text{km})$ となり、循環スケールの波に関しても相対渦度が重要となる。ただし、順圧モードの伝播速度は非常に大きいため、長周期の変動を考える場合にはあまり重要ではない。

#### 4 海洋風成循環中の非線形定在ロスビー波

第2節で見たような風による循環が存在する場合には、それによる移流と Ekman puming が加わり、(8)は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{fH} J(\phi, h) - \beta R_d^2 \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\beta}{f^2 H} (H - h) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (10)$$

となる。ここで、 $J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}$  はヤコビアン。後の解析を楽にするために、ここで、下層の potential thickness (ポテンシャル渦度の逆数)、 $q = (H - h)/f$ , を導入する。下層には外力が加えられないため、 $q$ は下層

の流れに沿って保存する。そうすると、(10) は

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{fH} J\left(\phi - \frac{g'}{2}(H - fq)^2, q\right) = 0 \quad (11)$$

となる。風による強制がない ( $\phi = 0$ ) ならば、

$$\frac{\partial q}{\partial t} - \beta R_d^2 \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

と (8) と同じ方程式が得られる。これは、 $H$  と  $f$  が  $(x, t)$  に依存しないので当然である。他方、定常では、(11) は下層の流れに沿って  $q$  が一定という式になる。ところが、定常状態に対して、 $(x, y)$  座標の代わりに  $(\phi, y)$  座標を用いると (12) とほぼ同じ、

$$\frac{\partial q}{\partial y} - fH\beta R_d^2 \frac{\partial q}{\partial \phi} = 0 \quad (13)$$

を得る。我々はこの  $(\phi, y)$  座標系をスベルドラップ座標と呼ぶ (Kubokawa, 1995)。このことは、風成循環中に現れる定在する傾圧構造は、風成循環の順圧成分 ( $\phi$ ) によって (亜熱帯循環系では) 赤道方向に移流されながら、その構造はロスビー波の性質で西 ( $\phi$  の正の方向) に伝播すると見ることもできるであろうことを、そしてさらに、上で見た自由ロスビー波の突っ立ちと同じことが、定在構造にも生じることを意味する。また、この性質は風の分布 (風成循環場) がどうであれ同じ方程式で記述されることになる。

風による強制は上層にのみ加えられているので、 $q$  の擾乱がなければ下層は静止する。下層静止の条件では、上層の流量が  $\phi$  と同じになるので、パターンもほぼ同じで、何も大したことは起きない。これが 2 層モデルでの古典的な海洋循環であり、基本場と見なせる。下層が動いているような状況が何らかの形で作られて初めてそれが Sverdrup 座標上での擾乱として、移流されながら西に伝わるということが起きる。このような擾乱源としては以下のものが考えられる。

- 1) 循環境界を横切る流れ: 循環境界では、(もし  $w_e$  が  $x$  によらなければ) 流れは東西流になる。その東西流の中で停滞したロスビー波的構造が、亜熱帯循環と亜寒帯循環の間の水のやり取りに重要ではないかという

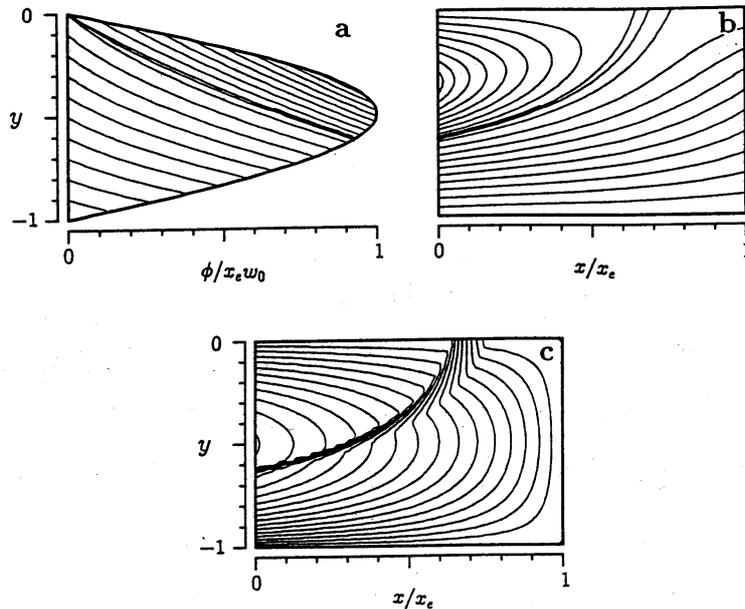


図 2: 循環境界を横切る流れがあるときのショック形成。(a) Sverdrup 座標上での特性曲線、(b)  $(x, y)$  座標上での特性曲線、(c) 上層の厚さ。循環境界を横切る上層の流れは南向き。(a) と (b) の太線はショック。(c) の等値線間隔は  $0.025H$ 。なお、ここでは、長方形の海で、 $\phi = (x - x_e)w_0 \sin \pi y$  の形を考えた。(a) の左の境界は東岸に、右の境界は西岸に対応する。Kubokawa (1995) による。

考えが、Pedlosky (1984) によって提出された。上層で南向き、下層で北向きの傾圧流を考えた場合には亜熱帯循環中にショックを形成する (実際には分散性が効いて波列になるかも知れないが、ここでは非分散で考えているので、便宜上、突っ立ちの最終状態はショックであると考え)。その例を図 2 に示す。図は亜熱帯循環のみを示す。

- 2) **Ventilated thermocline の露出面:** 海洋は高緯度で冷やされ低緯度で暖められる。それ故、海面水温は高緯度ほど低く、また、密度も高緯度ほど大きい。これは層モデルで考えると密度界面が海面に露出していることに対応する。露出面より高緯度側では、2 層目に直接  $w_e$  が加えられる。すなわち、亜熱帯循環系では  $w_e$  によって、2 層目に水が押し込められる。2 層目に押し込められた水は露出面より低緯度では、強制力を受けないので、ポテンシャル渦度を保存したまま亜表層を低緯度側へ下がる。このようにして決まる海洋の水温躍層構造を

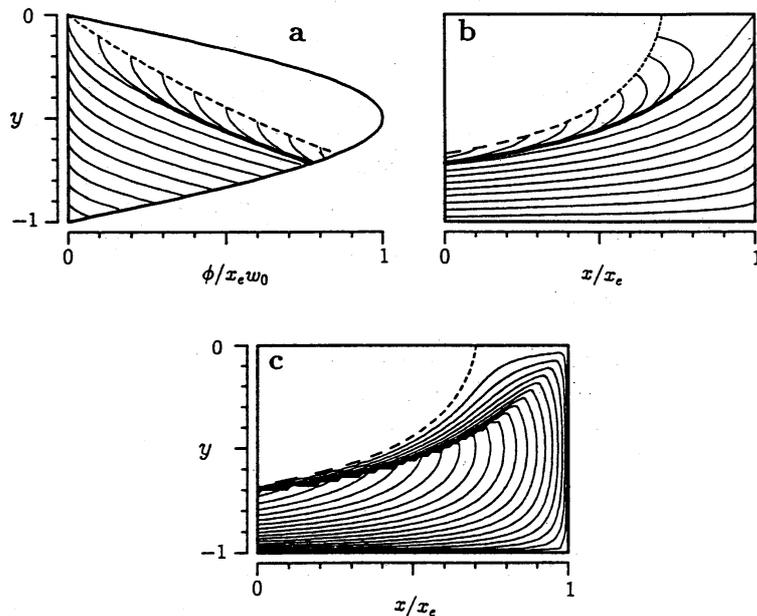


図 3: Ventilated thermocline の露出面が傾いている時のショック形成。点線が密度界面が露出している所。他は図 2 に同じ。Kubokawa(1995) による。

ventilated thermocline という (Luyten et al., 1983)。さて、露出面が東ほど高緯度にあるような場合には、東で沈みこむ水の方が  $q$  が大きい。それ故、(13) より明らかなように、 $q$  の大きな水が  $q$  の小さな水に追い付き、ショックを形成する。その例を図 3 に示す。図では、露出面が循環境界にぶつかっているがそれより東の循環境界並びに東岸では上層の厚さはゼロである。

- 3) **西岸境界域:** 亜熱帯循環の西岸域には強い極向きの流れが存在する。この流れ (西岸境界流) は高緯度へ暖かい水を運ぶ。それ故、海面が冷やされ鉛直混合が起きると考えられる。したがって、下層にも流れができて不思議はない。下層に東向きの流れができれば、 $h$  の傾きは小さくなる。ある程度以上小さくなれば、高緯度ほど  $q$  が大きくなる。そのような場合にも突っ立ちは起き得る。図 4 にそのような例を示す (ただし、この図の場合には西岸の北端では下層の方が若干流れが強い)。

図は全て Kubokawa(1995) によるが、(1) と (2) は Dewar(1992) によって最初に論ぜられた。

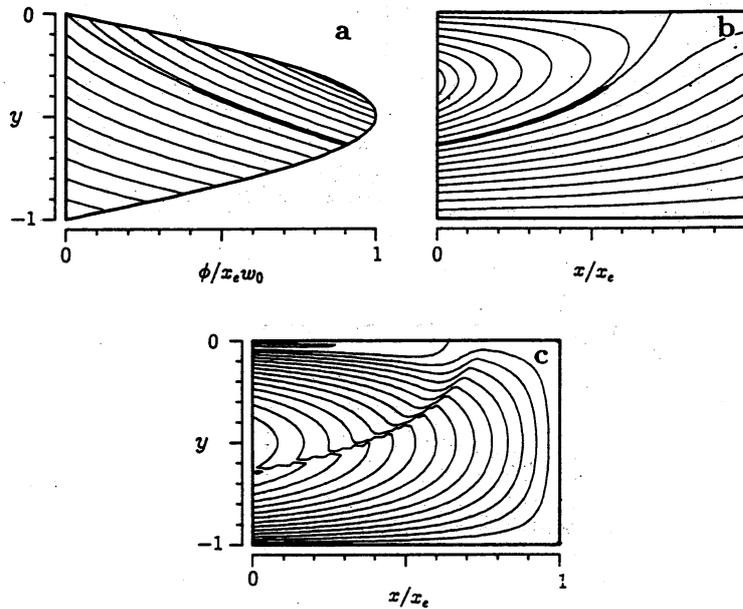


図4: 西岸域の下層に流れがある時のショック形成。他は図2に同じ。Kubokawa(1995)による。

## 5 終りに: 亜熱帯反流、その他

ここでは、海洋循環の基礎と簡単な2層モデルでのロスビー長波の力学、そして、海洋上層循環構造に見られる風成循環からのずれが風による循環の上に乗った非線形定在ロスビー波で説明可能ではないかという話をした。特に、図3と4の結果は、図1の亜熱帯反流に似ている。しかし、現実の海洋は2層モデルで表現できるほど単純ではない。最近、Kubokawa & Inui (1997) は比較的簡単な状況下での海洋大循環数値モデルの中で亜熱帯反流を作ること成功した。そのモデル内での亜熱帯反流の形成に関しては、混合層(海面冷却による対流の及ぶ層)の深さの空間分布が重要であること、そして、密度の大きな層では低渦位水( $q$ が大きな水)が東で作られ、密度の小さな水のそれは西で作られ、それらが縦に重なることによって、亜熱帯反流が作られていることを示した。この機構は2層モデルでは表現できない。これに関する理論的研究はKubokawa (1997)が多層 ventilated thermocline model を用いて行っている。この機構自体には縦に重なるというのが重要ではあるが、Kubokawaによれば、適当な座標系を考えれば

ば、各等密度面上での  $q$  の方程式は (13) と同じように書け、南に移流されるにしたがって波動の突っ立ちの様な現象も生じることを示している。

海洋は、南極の回りを除けば東と西に境界があること、また、ロスビー変形半径に比べて海洋のスケールが大きいことなどにより、地球流体圏のもう一方を構成する大気とは大循環スケールで見ると大きく異なってくる。ここでは、そのような特殊性を示す意味もあり、単純な 2 層系における扱いを紹介した。なお、海洋大循環の理論は 80 年代に急速に進歩した。その辺りに興味のある人には Pedlosky (1990)、Huang (1991) 等のレビューがよいガイドになるかも知れない。

## 参考文献

- Dewar, W.K. (1992): Spontaneous shocks. *J. Phys. Oceanogr.* **22**, 505-522.
- Huang, R.X. (1991): The three-dimensional structure of wind-driven gyres: ventilation and subduction. U.S. National Report to Int. Union Geod. Geophys. 187-1990. *Rev. Geophys. (Suppl.)*, 590-609.
- Hukuda, H. (1979): Solitary Rossby wave in a two-layer system. *Tellus*, **31**, 161-169.
- Kubokawa, A. (1995): Stationary Rossby waves and shocks on the Sverdrup coordinate. *J. Oceanogr.* **51**, 207-224.
- Kubokawa, A. (1997): Effects of mixed layer depth distribution on a ventilated thermocline: a theory for subtropical countercurrent (in preparation).
- Kubokawa, A. and T. Inui (1997): Subtropical countercurrent in an idealized Ocean GCM (in preparation).
- Long, R.R. (1964): Solitary waves in the Westerlies. *J. Atmos. Sci.* **21**, 197-200.
- Luyten, J.R., J. Pedlosky and H. Stommel (1983): The ventilated thermocline. *J. Phys. Oceanogr.* **13**, 292-309.
- Pedlosky, J. (1984): Cross-gyre ventilation of the subtropical gyre: an internal mode in a ventilated thermocline. *J. Phys. Oceanogr.* **14**, 1172-1178.
- Pedlosky, J. (1987): *Geophysical Fluid Dynamics, 2nd Edition*. 710 pp. Springer-Verlag.

- Pedlosky, J. (1990): The dynamics of the oceanic subtropical gyres. *Science* **248**, 316-322.
- Redekopp, L.G. (1978): On the theory of solitary Rossby waves. *J. Fluid Mech.* **82**, 725-745.
- Wyrтки, K. (1974): Sea level and the seasonal fluctuations of the equatorial currents in the western Pacific Ocean. *J. Oceanogr.* **4**. 91-103.
- Yamagata, T. (1982): On nonlinear planetary waves: a class of solution missed by traditional quasi-geostrophic approximation. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **38**, 236-244.