数理解析研究所講究録 1200 巻 2001 年 39-47

Weight-monodromy conjecture over positive characteristic local fields

東大数理・修士課程　伊藤哲史 (Tetsushi Ito)
Graduate School of Mathematical Sciences, University of Tokyo

1. Introduction

本稿ではウェイト・モノドロミー予想について，筆者が修士論文 [It] で得た結果を紹介する．ウェイト・モノドロミー予想は，局所体上の固有かつ滑らかな代数多様体の l 進コホモロジーに定まるウェイト・フィルトレーションとモノドロミー・フィルトレーションが，次数のずれを除いて一致するという予想であり，一般には未解決の難問である．[It] の主定理は，ウェイト・モノドロミー予想が正標数の局所体上で成り立つ，ということである．

細かな定義は後で述べることにして，まずはウェイト・モノドロミー予想の定式化を与えよう．K を局所体 (本稿では局所体とは完備離散付値体を意味するものとする)，F を剰余体，l を F の標数と異なる素数とする．X を K 上の固有かつ滑らかな代数多様体とする．このとき，l 進コホモロジー $V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ にはモノドロミー・フィルトレーション M (定義 2.2) と，ウェイト・フィルトレーション W (定義 3.4, 定義 3.7) という 2 つのフィルトレーションが定まる．このとき，ウェイト・モノドロミー予想とはこれらの 2 つのフィルトレーションが次数のずれを除いて一致するという予想である．

予想 1.1 (**ウェイト・モノドロミー予想**, [De2]). M をモノドロミー・フィルトレーション，W をウェイト・フィルトレーションとする．このとき $M_iV = W_{w+i}V$ が全ての i で成り立つ．

さて，主結果を述べよう．

定理 1.2 ([It]). K が正標数ならばウェイト・モノドロミー予想は正しい．

系として，モデルをとって標数 p に還元することで，K, F が両方とも標数 0 の場合も正しいことも分かる．

系 1.3. K と F の標数が等しければウェイト・モノドロミー予想は正しい．

したがって，ウェイト・モノドロミー予想は，K が混標数の場合が残されたことになる．Langlands対応などへの応用上は，残された混標数の場合が重要であると考えられる．しかし，この場合は，様々な部分的な結果はあるものの，一般には未解決である([Il],[RZ],[SGA7-I])．

なお，エタールコホモロジーの比較定理を用いることで，系1.3から $\mathbb{C}$ 上のHodge理論におけるウェイト・モノドロミー予想の対応物が得られる．すなわち，複素単位円板上の代数的なHodge構造の退化に対して，Schmidのフィルトレーション([Sc])とSteenbrinkのフィルトレーション([St])の一致を示すことができる．これはすでにSteenbrink, 斎藤盛彦氏らによる証明があるが([St], 5.10, [Sa1], 4.2.5)，[It]により有限体上に帰着する別証明が与えられたことになる．

記号．以下，本稿では，K を局所体，F を剰余体，l を F の標数と異なる素数とする．π を K の素元とする．X を K 上の固有かつ滑らかな代数多様体とする．$V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ を l 進コホモロジーとする．このとき，K の絶対Galois群 $G_K = \mathrm{Gal}(\overline{K}/K)$ が V に作用する．この作用を $\rho : G_K \to \mathrm{GL}(V)$ と書く．

2. モノドロミー・フィルトレーション

ここでは V のモノドロミー・フィルトレーション M の定義を与える．

まず，K の絶対Galois群 G_K の構造を復習しよう([Se])．G_K の元のうち，剰余体に自明に作用するもの全体を I_K で表し，K の**惰性群**という．このとき，群としての完全系列

$$1 \longrightarrow I_K \longrightarrow G_K \longrightarrow G_F \longrightarrow 1.$$

がある．G_F は I_K に共役で作用する($\tau : \sigma \mapsto \tau\sigma\tau^{-1}$, $\tau \in G_F$, $\sigma \in I_K$)．写像

$$t_l : I_K \ni \sigma \mapsto \left(\frac{\sigma(\pi^{1/l^n})}{\pi^{1/l^n}}\right)_n \in \varprojlim \mu_{l^n} = \mathbb{Z}_l(1)$$

によって，I_K のpro-l-部分は，G_F 加群として $\mathbb{Z}_l(1)$ と同形になる．ここで，μ_{l^n} は1の l^n 乗根全体のなす群である．t_l は π の l^n 乗根 π^{1/l^n} の取り方によらずに定まる．

ここで，$\mathbb{Z}_l(1)$ は**Tateの捻り**と呼ばれているものである．一般に l 進表現 V のTateの捻りを，$n \geq 1$ に対して，

$$\mathbb{Q}_l(n) = \underbrace{\mathbb{Q}_l(1) \otimes_{\mathbb{Q}_l} \cdots \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(1)}_{n\,個}, \quad \mathbb{Q}_l(-n) = \mathrm{Hom}(\mathbb{Q}_l(n), \mathbb{Q}_l)$$

および，整数 n に対して $V(n) = V \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(n)$ として定義する．任意の n, m に対して $V(n) \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(m) \cong V(n+m)$ などが確かめられる．

さて，Grothendieckのモノドロミー定理によって，I_K の V への作用は準巾単である．すなわち，ある正整数 N, M が存在して，$(\rho(\sigma)^N - 1)^M = 0$ が成り立つことが知られている ([ST], [SGA7-I])．従って，K を適当に有限次拡大することで，I_K の V への作用は $t_l : I_K \to \mathbb{Z}_l(1)$ を経由し，さらに巾単であると仮定してよい．

t_l の log をとることで，モノドロミー作用素が定まる．

定義 2.1. このとき，G_K の作用と可換な巾零写像 $N : V(1) \to V$ であって，任意の $\sigma \in I_K$ に対して $\rho(\sigma) = \exp(t_l(\sigma)N)$ をみたすものが一意的に存在する．N を**モノドロミー作用素**という．(巾零写像とは，正確に言えば，N^r は自然に写像 $N^r : V(r) \to V$ を定めるが，この写像が十分大きな r に対して0になる，ということである)

定義 2.2. ([De2], I, 1.6.1) 上記の仮定の下で，V の**モノドロミー・フィルトレーション** M が以下の条件をみたすように一意的に定まる．

1. M は G_K 加群の増大フィルトレーションである．すなわち

$$\cdots \subset M_{i-1}V \subset M_iV \subset M_{i+1}V \subset \cdots$$

   である．さらに，十分小さな i に対して $M_iV = 0$ が，十分大きな i に対して $M_iV = V$ が成り立つ．
2. $N(M_iV(1)) \subset M_{i-2}V$ が全ての i で成り立つ．
3. 上の条件から，$\mathrm{Gr}_i^M V = M_iV/M_{i-1}V$ とおけば，$N : \mathrm{Gr}_i^M V(1) \to \mathrm{Gr}_{i-2}^M V$ が定まるが，このとき任意の $r \geq 0$ に対して $N^r : \mathrm{Gr}_r^M V(r) \to \mathrm{Gr}_{-r}^M V$ は同形である．

注意 2.3. 定義から分かるように，モノドロミー作用素は K を有限次拡大しても変わらない．従って，モノドロミー・フィルトレーションも K を有限次拡大しても変わらないことが分かる．

注意 2.4. 実は，I_K の V への作用が準巾単であるという仮定だけでモノドロミー・フィルトレーションが構成できる．そのためには，まず K を有限次拡大して構成し，一意性から G_K の作用がモノドロミー・フィルトレーションを保つことを示せばよい．

注意 2.5. ここではモノドロミー・フィルトレーションを局所体上で構成したが，幾何学的な場合にも構成できる．すなわち，滑らかな代数多様体 X，滑らかな因子 D，$U = X - D$ 上の滑らかな l 進層 $\mathcal{F}$ の組 $(X, D, \mathcal{F})$ に対して，それらがある条件をみたせば，モノドロミー・フィルトレーション M が幾何学的に構成され，各 $\mathrm{Gr}_i^M \mathcal{F}$ は D 上の滑らかな l 進層になる ([De2], I, 1.7.8)．構成には Abhyankar の補題と Zariski-Nagata の純性定理を用いる．定理 1.2 の証明では，この幾何学的な構成が重要となる．

3. ウェイト・フィルトレーション

Vのウェイト・フィルトレーションの定義を述べる．ウェイト・フィルトレーションは古典的な場合，すなわちFが有限体の場合は，Frobeniusの作用から定まる．剰余体が一般の場合には，直接Frobeniusを使うことはできないので，de Jongのオルタレーションと，Rapoport-Zinkのウェイト・スペクトル系列を用いてウェイト・フィルトレーションを定義する([dJ],[RZ])．なお，両方とも定義されるときは，これらのフィルトレーションは等しいことが，Weil予想から分かることに注意しておこう(注意3.8).

3.1. F**が有限体の場合**.

まず，有限体のGalois表現に対する重みを復習しよう([De1],[De2]).

定義 3.1. $\mathbb{F}_q$をq個の元からなる有限体とする．$F \in G_{\mathbb{F}_q}$を幾何学的Frobeniusとする(すなわちFは体同形$\overline{\mathbb{F}_q} \ni x \mapsto x^q \in \overline{\mathbb{F}_q}$の逆元である)．$G_{\mathbb{F}_q}$の$l$進表現が**重み**$w$を持つとは，$F$の全ての固有値$\alpha$と，全ての体の埋め込み$\iota : \mathbb{Q}(\alpha) \hookrightarrow \mathbb{C}$に対して，$\alpha$の複素絶対値が$q^{w/2}$となることをいう.

例 3.2. 自明な表現$\mathbb{Q}_l$は重み0を持つ．また，$\mathbb{Q}_l(1)$は重み-2を持つ．一般に，Vが重みwを持てば，Tateの捻り$V(n)$は重み$w-2n$を持つ.

例 3.3. Yを$\mathbb{F}_q$上の固有かつ滑らかな代数多様体とすれば，Weil予想により，$H^w(Y \otimes_{\mathbb{F}_q} \overline{\mathbb{F}_q}, \mathbb{Q}_l)$は重み$w$を持つことが分かる([De1],[De2]).

定義 3.4. Fを有限体とする．このとき，Vの**ウェイト・フィルトレーション**とは，次の条件を満たすフィルトレーションWのことである.

1. WはG_K加群の増大フィルトレーションである．すなわち
$$\cdots \subset W_{i-1}V \subset W_iV \subset W_{i+1}V \subset \cdots$$
である．さらに，十分小さなiに対して$W_iV = 0$が，十分大きなiに対して$W_iV = V$が成り立つ.
2. 惰性群I_Kは各$\mathrm{Gr}_i^W V = W_iV/W_{i-1}V$に有限商を経由して作用する.
3. 上の条件により，Fの有限次拡大F'と適当にとれば，$\mathrm{Gr}_i^W V$は$G_{F'}$の表現となる．これが定義3.1の意味で重みiを持つ.

注意 3.5. ウェイト・フィルトレーションが存在するかどうかは定義からは自明ではないが，存在したとしたら一意的であることは分かる．また，ウェイト・フィルトレーションの存在は，例えば，後述する2つ目の定義とWeil予想から分かる.

注意 3.6. 一般にFが有限体上有限生成な体の場合も，Fの幾何学的なモデルを取ることで，ウェイト・フィルトレーションを定義することができる．この一般化は，定理1.2の証明に必要なのだが，詳細は省略する．詳しくは[It]を参照していただきたい.

3.2. F **が一般の場合.** X が固有な半安定モデルを持つ場合は，ウェイト・フィルトレーションを，Rapoport-Zink のウェイト・スペクトル系列を用いて定義する．一般の場合は，de Jong のオルタレーションを使って，固有な半安定モデルを持つ場合に帰着して定義する．

今まで通り K を局所体，F を剰余体，l を F の標数と異なる素数とする．π を K の素元，$\mathcal{O}_K$ を K の整数環とする．X を固有かつ滑らかな K 上の代数多様体で，$\dim X = n$ とする．

$\mathcal{O}_K$ 上の固有なスキーム $\mathfrak{X}$ は，特殊ファイバー X_s の全ての既約成分が F 上滑らかであり，さらにエタール局所的に

$$\operatorname{Spec} \mathcal{O}_K[X_0, \ldots, X_n]/(X_1 \cdots X_r - \pi)$$

と同形であるとき，X の**固有な半安定モデル**であるという．

まず，ウェイト・スペクトル系列について述べる．$\mathfrak{X}$ を固有な半安定モデルとする．$X_1, \ldots, X_m$ を X_s の既約成分とし，

$$X^{(j)} = \bigcup_{1 \leq i_1 \leq \cdots \leq i_j \leq m} X_{i_1} \cap \cdots \cap X_{i_j}$$

とおく．このとき，$X^{(j)}$ は F 上の固有かつ滑らかな次元 $n - j + 1$ の代数多様体である．Rapoport-Zink は，Steenbrink の仕事を踏まえて，G_K の作用する**ウェイト・スペクトル系列**

$$E_1^{-r, q+r} = \bigoplus_{k \geq 0, -r} H^{q-r-2k}(X^{(2k+r+1)} \otimes_F \overline{F}, \mathbb{Q}_l(-r-k)) \Rightarrow H^q(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$$

を構成した ([St],[RZ])．E_1 の写像 $d_1^{i,j} : E_1^{i,j} \to E_1^{i+1,j}$ は，エタールコホモロジーの制限写像と Gysin 写像によって具体的に書くことができる．惰性群 I_K は各 $E_1^{i,j}$ に自明に作用し，モノドロミー作用素 N はある自然な写像 $N : E_1^{i,j}(1) \to E_1^{i+1,j-1}$ から誘導される．このとき，N^r は恒等写像

$$N^r : E_1^{-r, q+r}(r) \xrightarrow{\cong} E_1^{r, q-r}$$

を引き起こすことが知られている ([RZ], 2.10)．

次に，de Jong のオルタレーションについて述べる．代数多様体の間の射 $f : Y \to X$ が**オルタレーション**であるとは，f が固有かつ全射で，関数体の間に有限次拡大を引き起こすものをいう．de Jong の定理により，適当な K の有限次拡大 K' と，オルタレーション $f : Y \to X \otimes_K K'$ をとれば，Y は $\mathcal{O}_{K'}$ 上固有な半安定モデルを持つ ([dJ])．このとき，エタールコホモロジーの跡写像を使うことで，$G_{K'}$ の表現として，$H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ が $H^w(Y \otimes_{K'} \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ の直和因子であることが分かる．

定義 3.7. $V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ に次のようにして**ウェイト・フィルトレーション**を定義する．X が固有な半安定モデルを持つ場合は，ウェイト・スペクトル系列の定めるフィルトレーションを，ウェイト・フィルトレーションの定義とする．一般の場合は，de Jong のオルタレーションによって，V はそのようなものの直和因子となるから，フィルトレーションを制限することでウェイト・フィルトレーションを定義する．

注意 3.8. 定義 3.4 と定義 3.7 の関係を述べる．F が有限体で，X が固有な半安定モデルを持つとする．このとき，Weil 予想によって，

$$H^{w-r-2k}(X^{(2k+r+1)} \otimes_F \overline{F}, \mathbb{Q}_l(-r-k))$$

は重み $(w-r-2k) - 2(-r-k) = w+r$ を持つ．よって，$E_1^{i,j}$ は，定義 3.1 の意味で重み j を持つ．これより，2 つのウェイト・フィルトレーションが一致していることが分かる．

注意 3.9. F が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには，重みを用いた議論でウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化することが分かる．

注意 3.10. 中山能力氏は，log 幾何を用いることで，一般にウェイト・スペクトル系列が E_2 退化することを示している ([Na]).

4. 定理 1.2 の証明

ここでは定理 1.2 の証明を述べる．

4.1. **幾何学的な場合.** Deligne は Weil 予想の証明の中で，ウェイト・モノドロミー予想を，有限体上の幾何学的な場合に証明した ([De2])．ここでは，Deligne による幾何学的な場合を述べる．

Y を有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の滑らかな代数多様体，D を滑らかな因子とする．$f : \mathfrak{X} \to Y$ を Y 上の代数多様体の族であって，$U = Y - D$ の上では滑らかなものとする．K を Y の関数体の D で定まる付値に沿った完備化とする．剰余体 F は D の関数体である．

$X = \mathfrak{X} \times_Y \operatorname{Spec} K$，$V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ とおく．これらに対して定理 1.2 を示すためには，幾何学的なレベルで示せば十分である．Galois 表現 V は U 上の滑らかな l 進層 $\mathcal{F} = (R^w f_* \mathbb{Q}_l)|_U$ から来る．適当に Y を取り替えることで，$\mathcal{F}$ のモノドロミー・フィルトレーション M を構成でき，D 上の滑らかな l 進層 $\mathrm{Gr}_i^M \mathcal{F}$ が得られる (注意 2.5).

定理 4.1 ([De2], I, 1.8.3). このとき，$\mathrm{Gr}_i^M \mathcal{F}$ は D 上の重み $w+i$ を持つ滑らかな l 進層である．すなわち，各閉点 $p \in D$ に対し，幾何学的な茎 $(\mathrm{Gr}_i^M \mathcal{F})_{\bar{p}}$ は $G_{\kappa(p)}$ の表現として重み $w+i$ を持つ．ここで $\kappa(p)$ は p における剰余体である ($\kappa(p)$ は有限体であることに

Deligne の定理の証明の概略は次の通りである．まず，底空間を D と横断的に交わる曲線で切って，Y が曲線で，D が一点 p の場合に帰着させる．次に，モノドロミー・フィルトレーションの構造や $\mathcal{F}$ の双対 $\mathcal{F}^*$ を考えることで，$j : U \hookrightarrow Y$ に対して，順像の幾何学的な茎 $(j_*\mathcal{F})_{\bar{p}}$ の重みを，ある不等式で抑えることに帰着させる．この不等式は直接は証明できないが，L 関数の収束半径を用いた議論で，弱い不等式でならば抑えることができる．その弱い不等式を，$\mathcal{F}$ のテンソル積 $\bigotimes^k \mathcal{F}$ に適用し，$k \to \infty$ として最終的に求める不等式を得る．Deligne の議論について，詳しくは [De1] や [De2] を参照のこと．

4.2. **剰余体が有限体上有限生成な体の場合**．K が正標数であるとする．K の剰余体が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには，K の幾何学的なモデルをとることで，定理 1.2 を定理 4.1 に帰着して示すことができる．

具体的には，Néron の爆発を用いて，K の滑らかな $\mathbb{F}_q[\pi]$-部分代数 A と，A 上の固有なスキーム $\mathfrak{X}$ であって，$X = \mathfrak{X} \otimes_A K$ となるものをとる．そして，$Y = \operatorname{Spec} A$, $D = (\pi = 0)$ に対して定理 4.1 を適用すればよい．

4.3. **一般の場合**．ウェイト・フィルトレーションの定義により，定理 1.2 は X が固有な半安定モデル X をもつ場合に示せば十分である．もし F が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには，定理 1.2 が成り立つことはすでに分かっている．一般の場合は，この場合に帰着して示すのだが，帰着の方法はそれほど自明ではない．局所体のモデルをうまくとり，ウェイト・スペクトル系列を注意深く見比べる必要がある．

まず，Néron の爆発を用いて，$\mathcal{O}_K$ の滑らかな $\mathbb{F}_q[\pi]$ 部分代数 A と，A 上の固有なスキーム $\mathfrak{Y}$ であって，$\mathfrak{X} = \mathfrak{Y} \otimes_A \mathcal{O}_K$ となり，さらに $\mathfrak{Y}$ がエタール局所的に

$$\operatorname{Spec} A[X_0, \dots, X_n]/(X_1 \cdots X_r - \pi)$$

と同形なものをとる．すなわち，単に K 上の代数多様体としてモデルをとるのではなく，その半安定モデルのエタール・チャート込みでモデルをとるのである．

s を射 $\operatorname{Spec} \mathcal{O}_K \to \operatorname{Spec} A$ による $\operatorname{Spec} \mathcal{O}_K$ の閉点の像とする．A は滑らかな $\mathbb{F}_p[\pi]$ 代数なので，局所化 (A_s, m_s) は正則局所環であり，$\pi \in m_s$, $\pi \notin m_s$ である．従って，π を含む (A_s, m_s) の正則パラメータ系 $\{\pi, x_1, \dots, x_r\}$ がとれる．R を $A_s/(x_1, \dots, x_r)$ の完備化とし，$\mathfrak{X}' = \mathfrak{Y} \otimes_A R$ とおく．すると，R は完備離散付値環で，π の像が素元となる．また，R の剰余体は有限体上有限生成な体である．

以上の状況をまとめよう．

1. 以下のファイバー積の可換図式がある.

$$\begin{tikzcd} \mathfrak{X} \arrow[r] \arrow[d] & \mathfrak{Y} \arrow[d] & \mathfrak{X}' \arrow[l] \arrow[d] \\ \operatorname{Spec} \mathcal{O}_K \arrow[r] & \operatorname{Spec} A & \operatorname{Spec} R \arrow[l] \end{tikzcd}$$

2. $\operatorname{Spec} O_K, \operatorname{Spec} R$ の閉点の $\operatorname{Spec} A$ における像は同じ点 s である. 従って, $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ の特殊ファイバーは同じ代数多様体の底変換で得られる.
3. $\pi \in A$ の $\mathcal{O}_K$, R における像はともに素元である.
4. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は同じ形のエタール・チャートを持っている. 特に $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は, それぞれ, その生成ファイバーの固有な半安定モデルである.
5. R の剰余体は有限体上有限生成な体であり, $\mathfrak{X}'$ に対して定理 1.2 は成り立つ.
6. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ の生成ファイバーは, 一般には同形ではないが, 底変換定理により, そのエタールコホモロジーの次元は等しい.

これらを使って, $\mathfrak{X}$ に対して定理 1.2 を示したい. そのために, 定理 1.2 をウェイト・スペクトル系列の言葉で言い換えよう.

命題 4.2. ウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化しているとする. このとき, 定理 1.2 が成り立つことと, E_1 の恒等写像 $N^r : E_1^{-r,q+r}(r) \cong E_1^{r,q-r}$ が E_2 の同形 $N^r : E_2^{-r,q+r}(r) \cong E_2^{r,q-r}$ を導くことは同値である.

$\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は同じ形の幾何学的特殊ファイバーを持つから, ウェイト・スペクトル系列の E_2 は同形であることに注意しよう. $\mathfrak{X}'$ に対しては定理 1.2 は成り立つから, 命題 4.2 により, $\mathfrak{X}$ に対する定理 1.2 を示すためには, $\mathfrak{X}$ のウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化することを示せばよい. これは中山氏の結果を使ってもよいが, 次のようにして直接示すことができる.

まず, R の剰余体は有限体上有限生成だから, $\mathfrak{X}'$ のウェイト・スペクトル系列は E_2 で退化することに注意する (注意 3.9). 一般に, スペクトル系列 $E_1^{i,j} \Rightarrow E^{i+j}$ が E_2 で退化することと, $\dim E^k = \sum_{i+j=k} \dim E_2^{i,j}$ は同値である. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ のウェイト・スペクトル系列の E_2 および収束先は同じ次元を持つから, $\mathfrak{X}'$ のみならず, $\mathfrak{X}$ のウェイト・スペクトル系列も E_2 で退化することが分かる.

よって定理 1.2 は示された.

References

[Ar] M. Artin, *Algebraic approximation of structures over complete local rings*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 36, (1969), 23–58.

[Del] P. Deligne, *La conjecture de Weil I*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 43, (1974), 273–307.

[De2] P. Deligne, *La conjecture de Weil II*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 52, (1980), 137–252.

[Il] L. Illusie, *Autour du théorème de monodromie locale*, Périodes p-adiques (Bures-sur-Yvette, 1988), Astérisque No. 223, (1994), 9–57.

[It] T. Ito, *Weight-monodromy conjecture over positive characteristic local fields*, master's thesis, 2001.

[dJ] A. J. de Jong, *Smoothness, semi-stability and alterations*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 83, (1996), 51–93.

[Na] C. Nakayama, *Degeneration of l-adic weight spectral sequences*, Amer. J. Math. **122** (2000), no. 4, 721–733.

[RZ] M. Rapoport, T. Zink, *Über die lokale Zetafunktion von Shimuravarietäten. Monodromiefiltration und verschwindende Zyklen in ungleicher Charakteristik*, Invent. Math. **68** (1982), no. 1, 21–101.

[Sa1] M. Saito, *Modules de Hodge polarisables*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **24** (1988), no. 6, 849–995 (1989).

[Sa2] M. Saito, *Monodromy filtration and positivity*, math.AG/0006162, 2000.

[Sc] W. Schmid, *Variation of Hodge structure : the singularities of the period mapping*, Invent. Math. **22** (1973), 211–319.

[Se] J.-P. Serre, *Corps locaux*, Deuxieme edition, Hermann, Paris, 1968.

[ST] J.-P. Serre, J. Tate, *Good reduction of abelian varieties*, Ann. of Math. (2) **88** (1968), 492–517.

[St] J. Steenbrink, *Limits of Hodge structures*, Invent. Math. **31** (1975/76), no. 3, 229–257.

[Te] T. Terasoma, *Monodromy weight filtration is independent of l*, math.AG/9802051, 1998.

[EGA4] *Éléments de géométrie algébrique. IV. Étude locale des schémas et des morphismes de schémas I,II,III,IV*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 20, (1964), No. 24, (1965), No. 28, (1966), No. 32, (1967).

[SGA2] *Cohomologie locale des faisceaux cohérents et théorèmes de Lefschetz locaux et globaux*, Adv. Stud. Pure Math., 2, North-Holland, Amsterdam, 1968.

[SGA4-III] *Théorie des topos et cohomologie étale des schémas. Tome 3*, Lecture Notes in Math., 305, Springer, Berlin, 1973.

[SGA7-I] *Groupes de monodromie en géométrie algébrique. I*, Lecture Notes in Math., 288, Springer, Berlin, 1972.

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES, UNIVERSITY OF TOKYO

E-mail address: `itote2@ms.u-tokyo.ac.jp`