

理論が実用になるまで

Pathways from Theory to Practice

中央大学理工学部電気電子情報通信工学科 山村清隆

Kiyotaka Yamamura (Faculty of Science and Engineering, Chuo University)

1. はじめに

数値解析は研究テーマとしては比較的地味な分野と見なされることが多い。本稿では、地味な基礎研究に対して何かと風あたりの強い昨今の風潮の中で、数値解析のような基礎的・理論的な分野の研究が産業界での“実用”にたどり着くまでの道のりについて考えてみたい。なお、本稿で述べる事例はあくまでも数ある考え方の中の一つにすぎないことを最初に明記したい。

大学で理論的な研究に取り組んでいる若い研究者の中には、いつか自分の理論を実用に結び付けたいと考えている方も多いただろう。また企業で技術的な困難に直面し、そのブレークスルーとなるような新しいアイデアを大学の理論研究に求めている方も多と思う。しかし、理論と実用の間にはしばしば大きなギャップが存在する。理論的に優れたものが実用に結び付くとは限らないし、かといって理論なしの対症療法だけでは画期的な新技術を産み出すことは不可能である。いかにして優れた理論を実用に結び付けるかが、科学技術における重要な課題となる。

筆者の専門は非線形システムの数値解析で、LSI 設計などに応用できる新しい数値解法の開発に主として理論面から取り組んでいる。この分野も、理論と実用の間に大きなギャップの存在する世界である。このような世界では、理論を実用に結び付ける架け橋が重要な役割を果たす。

本稿では、理論が実用に結び付いた事例とそのときのエピソードを筆者が接してきた範囲で紹介し、あわせて大学の理論派の研究者の立場から、理論が実用になるための要件について私見を述べさせて頂く [1]。

2. ホモトピー法

私事で恐縮だが、大学院を修了して群馬大学に就職したとき、地元の日立製作所と三洋電機の LSI 工場があったことは非常に幸運であった。日立製作所の DA 開発部および中央研究所の方々からは 4 年間にわたる技術懇談会を通じて様々な刺激を受け、研究の価値観を設計者の立場に向けることができるようになった。また三洋電機 CAD 技術部部長の井上靖秋氏とはホモトピー法の実用化に関する非常にエキサイティングな共同研究を行うことができた。ここではホモトピー法の実用化に関連した話題を紹介させて頂く。

LSI 設計では、回路シミュレーション、すなわち回路を記述する非線形方程式をコンピュータで解くことが重要な課題となる。回路シミュレーションのためのプログラムを回

路シミュレータといい、現在では SPICE（スパイス）と呼ばれるシミュレータが世界中の設計現場で採用されている。

SPICE では非線形方程式を解くのにニュートン法を使用している。しかしニュートン法には大域的収束性がなく、初期値を解の近くにとらないと収束しないという欠点をもつ。回路方程式は一般に大規模で非線形性が非常に強いため、ニュートン法が収束するような初期値を見つけることは回路が大規模になるほど困難な問題となる。もしニュートン法が収束しなければ、直流動作点が得られないので設計がストップしてしまう。このようなニュートン法の非収束問題は回路シミュレーションにおける重大なボトルネックとして世界中の設計者を悩ませていた。

ニュートン法の非収束問題を理論面・実用面から解決したのがホモトピー法である。ホモトピー法の詳しい内容については文献 [2] を参照して頂きたいが、直観的に言うと、解の所まで伸びている曲線（解曲線という）をたぐりながら、解空間の中を着実に進んでいく方法である。そのような曲線はホモトピー関数と呼ばれる関数を定義することにより得られる。しかしこのとき関数を不適切に選ぶと偽の曲線をつかまされ、同じ所をぐるぐる回ったり、無限の彼方に発散していくことになる。したがってホモトピー法ではホモトピー関数を選ぶ段階での理論的考察が決定的に重要であり、またその曲線が解に通じていることを前もって証明する（大域的収束性を証明するという）ことが必要となる。

筆者は大学院時代に早稲田大学の堀内和夫教授のもとでホモトピー法の研究に着手した。最初はあまり実用を意識しない基礎的な研究を行っていたが、堀内教授からのアドバイスにより、次第に実用化されるころまでやりたいという意識が強くなっていった。その結果、助手時代に混合方程式と呼ばれる回路方程式に対してホモトピー法の大域的収束性を証明した論文を書いた [3]～[5]。

文献 [3]～[5] は後に井上靖秋氏との共同研究を始めるきっかけとなったが、この時点ではまだ理論だけの論文で、計算効率に関しては何も考えていなかった。その後、混合方程式のもつ特殊な性質を活用することにより、大域的収束性と計算効率の両方に優れた方法を提案した [6]。この方法は理論的には非常に優れた性質をもつが、実用化されることはなかった。その主な理由は実現容易性の欠如にあったようだ [7]。企業の設計者に使って頂くためには、完璧なソフトウェアパッケージを作るか、設計現場で簡単に実現できる（例えば SPICE のプログラムの僅かな修正で実現できる）実現容易性の高い方法を考える必要があった¹。

3. ホモトピー法の実用化に向けて

ソフトウェアの作成は能力的に無理なので、その後は実現容易性という価値観を取り入れた研究を行った。その結果生まれたのが球面法である [21]。この方法は文献 [6] の方法と比べると SPICE のプログラムの僅かな修正で簡単に実現できるという利点があり、実用化に適していた。この方法をさらに拡張したアルゴリズムが、井上靖秋氏により三洋電機の SPICE に組み込まれることになる。

¹その後、文献 [6] の方法は「すべての解を求めるアルゴリズム」という新しい方向で発展し、最近では区間解析や精度保証付き数値計算ともつながっている [8]～[20]。

三洋電機の井上靖秋氏は当時 CAD 技術部の部長で、やはりニュートン法の非収束問題に頭を悩ませていた。何かよいアイデアはないかと論文誌を調べているうちに文献 [3]～[5] と出会い、それをきっかけに筆者と知り合い、その後はしばしば群馬大学でホモトピー法に関する共同研究を行った。いわゆる、私的なレベルでの産学協同である。お互いの価値観の交流から、筆者は企業の設計現場の実情を重視するようになり、井上氏は理論的なものを重視するようになった。球面法もそのような議論から生まれた成果の一つである。さらに井上氏は、ホモトピー法を三洋電機の SPICE に組み込むにあたり、SPICE で使われている修正節点方程式に対してホモトピー法の大域的収束性が証明できるかどうか、筆者に質問を寄せられた。証明がなければ、ホモトピー法を安心して使うことはできない。ホモトピー法の大域的収束性は混合方程式に対しては証明されていたが [3]～[6]、修正節点方程式に対しては証明されていなかったもので、井上氏と共同で大域的収束性を証明することにした。かなりの試行錯誤の末、証明に成功し、導入した方法が必ず収束するという理論的保証を得ることができた [22]～[24]。これは理論的にも実用的にも非常に画期的な成果で²、その後三洋電機における LSI 開発期間の短縮や民生機器の高度化・低価格化に大きく貢献した³。

4. 海外の動向

回路シミュレーションにおけるホモトピー法の実用化に関してはベル研、テキサスインスツルメント社を始めとする欧米の企業や研究所でも活発な研究が行われていたが [25],[26]、それらは高々数百素子程度の回路を対象としていた。これに対し三洋電機のホモトピー法は、最も解析が困難とされるバイポーラアナログ回路に対して、一万素子クラスの LSI (バイポーラアナログ回路としては最大級) を世界で初めて収束の保証付きで解くことに成功するなど、その解析規模ならびに理論的完成度は欧米の研究を遥かに凌いでいた。この成果は 1995 年 12 月にラスベガスで開催された国際シンポジウムの「ホモトピー法に関するスペシャルセッション」で発表され [22],[23]、欧米の研究者に大きな衝撃を与えた。

同じスペシャルセッションでベル研、カリフォルニア大学バークレー校などからもホモトピー法に関する研究発表が行われたが、彼らの開発したホモトピー法は修正節点方程式に対してしばしば収束しないことが報告された [27]。そのため様々な対症療法を提案していたが、理論が全くないため、根本的解決にはならないことが予想された。彼らの使っているホモトピー関数は不動点ホモトピーと呼ばれるもので、三洋電機で使われているホモトピー関数 (ニュートンホモトピー) とは違うものである。そこで不動点ホモトピーを用いた場合について、修正節点方程式に対するホモトピー法の大域的収束性を理論的に検

²井上靖秋氏はこれら一連の業績により、1996 年 3 月に早稲田大学より博士号を授与されている。井上氏の最終学歴が工業高校卒だったことから、いわゆる「3 階級特進」となり、社内でも大きな評判になったとのことである。またこの研究により、井上氏は 1999 年に科学技術庁長官賞を受賞され、2000 年に東亜大学教授に着任されている。また (本研究とは直接的には関係していないが) 堀内和夫教授も、本研究の成功を大きな要因の一つとして 1998 年に科学技術庁長官賞を受賞されている。

³本技術による三洋電機のバイポーラアナログ LSI の実績は次の通りである。【生産金額】年間約 800 億円、【開発期間】従来の 2 年から 1 年に短縮、【開発工数】従来の 22 人年から 10 人年に低減、【開発技術】音響・映像機器向けの各種高性能・高機能 1 チップ LSI の開発に成功 (これらの LSI は 50% 以上の世界市場占有率を保持している)。

討してみた。その結果、関数のある部分に -1 を付けるだけで大域的収束性を証明できることが判明した [24]。この -1 を付けないと、たとえ良い初期値を与えても、半数近くは絶対に収束しないことも分かった。更に -1 を付けることにより、高い確率で安定解に収束することも証明できた。

この論文は完成すると同時にベル研、バークレー等に送付したが、その後、 -1 を付けることによりすべて収束したとの連絡を頂いた。なお、どのようにして -1 に気付いたのか国際会議や電子メールなどでよく聞かれたが、これは中央大学の篠田庄司教授から安定解を効率よく求めるアルゴリズムの研究をするようアドバイスを頂いたお蔭である [28]。安定性の観点から写像度の理論を展開すると、 -1 の着想に自然とたどり着くのである。

なおこの研究の成果は、アメリカのウィリー百科事典や日本シミュレーション学会誌 vol.18, no.3 の巻頭言でも大きく取り上げられている。

5. さらなる実用性に向けて

以上の研究により、「非収束問題」は国内外で理論面・実用面の両方から完全に解決された。最近では 16,000 素子、39,000 変数という世界最大級のバイポーラアナログ回路の開発にも成功している。しかし「プログラムの僅かな修正で実現できる」といっても、その修正には専門的知識を必要とするため、ホモトピー法をより多くの設計者に使って頂くためには、プログラムの修正を全く必要としない、より実現容易性に優れた方法を開発する必要があった。

そのような観点から考案したのが文献 [29] の“解曲線追跡回路”である。この方法は、解くべき回路に「ホモトピー法の式を表現する回路」を接続し、後は SPICE で普通に過渡解析を行うことにより、ホモトピー法を簡単に実現する方法である。すなわち、「式を回路で表す」という逆転の発想に基づく方法である。この方法だと新たにプログラミングを行う必要がないため、初心者を含むより多くの SPICE ユーザーにホモトピー法を使うことができる。このような「数値解法の式を回路で表現して SPICE で解く」というアイデアは、SPICE が世界中に普及していること、SPICE に対する設計者の依存度が高いこと、SPICE には長年のノウハウや様々な洗練された技法が蓄積されていることなどの理由により、国内外で大変好意的に受け入れられている。

6. むすび

以上、個人的な話ばかりで大変恐縮に感じているが、筆者としては産学協同ならびに理論が実用になるまでの一つのパターンを経験させて頂いたと感じている。特に -1 の話は、学生に理論の重要性を説くときのエピソードとして利用している。

非線形システム解析のように理論と実用の間に大きなギャップの存在する世界では、理論を実用に結び付ける強力な架け橋が必要である。そしてその架け橋は、理論と実用の両側から歩み寄るような形で架けることが重要である。

学会論文誌、研究会資料などには、新しい技術の核となりうる斬新なアイデアがたくさん隠れているように思う。ホモトピー法はそこに複数の架け橋が架けられた好運な例で

最後に余談だが、文献 [24] のアルゴリズムはその後 IEEE (米国電気電子学会) の NG-SPICE プロジェクトで採用され、NG-SPICE と呼ばれる新しい回路シミュレータにインプリメントされた。現在、IEEE の公式ページでこの方法を用いた回路シミュレータが公開され、無料でダウンロードできる状態となっている。それにより世界中の設計者が収束率 100% の回路シミュレータを利用できるようになり、長い間多くの設計者を悩ませた「非収束問題」は完全に解決されることになった。筆者としても大変嬉しい結末になったことを付記させて頂く。

謝辞 お世話になった方々に深く御礼申し上げます。また本研究集会にご招待頂き、貴重な討論の場を提供して頂きました電気通信大学の加古孝教授、九州大学の中尾充宏教授、愛媛大学の山本哲朗教授に心から御礼申し上げます。

文 献

- [1] 山村清隆, “理論が実用になるまで,” 電子情報通信学会誌, vol.81, no.1, pp.33-36, Jan. 1998; also in パネル討論「ポスト SPICE シミュレータ」予稿, 1997 年電子情報通信学会総合大会講演論文集, PA-3-2, March 1997.
- [2] 山村清隆, “非線形現象の解析手法 [V]—非線形方程式の数値解法—,” 電子情報通信学会誌, vol.79, no.7, pp.740-745, July 1996.
- [3] 山村清隆, 久保浩之, 堀内和夫, “不動点ホモトピーを用いた非線形抵抗回路の大域的求解法,” 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J70-A, no.10, pp.1430-1438, Oct. 1987.
- [4] 久保浩之, 山村清隆, 大石進一, 堀内和夫, “不動点ホモトピーを用いた非線形抵抗回路の大域的求解法—トポロジカル定式化による解析—,” 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J71-A, no.5, pp.1139-1146, May 1988.
- [5] 山村清隆, 堀内和夫, “非線形回路解析におけるホモトピー法の収束性について,” 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J72-A, no.1, pp.156-159, Jan. 1989.
- [6] K. Yamamura and K. Horiuchi, “A globally and quadratically convergent algorithm for solving nonlinear resistive networks,” IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integrated Circuits and Systems, vol.9, no.5, pp.487-499, May 1990.
- [7] 平井千秋, 渡辺俊典, 林晋一, “後退形/前進形両積分法を併用した機能/回路混在系の新シミュレーション手法,” 情報処理学会論文誌, vol.32, no.8, pp.1014-1021, Aug. 1991.
- [8] K. Yamamura and M. Ochiai, “An efficient algorithm for finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits,” IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.39, no.3, pp.213-221, March 1992.
- [9] K. Yamamura, “On piecewise-linear approximation of nonlinear mappings containing Gummel-Poon models or Shichman-Hodges models,” IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.39, no.8, pp.694-697, Aug. 1992.
- [10] K. Yamamura, “Finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits using simple sign tests,” IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.40, no.8, pp.546-551, Aug. 1993.
- [11] K. Yamamura and M. Mishina, “An algorithm for finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits,” Int. J. Circuit Theory and Appl., vol.24, no.2, pp.223-231, March 1996.
- [12] K. Yamamura, “An algorithm for representing functions of many variables by superpositions of functions of one variable and addition,” IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.43, no.4, pp.338-340, April 1996.
- [13] K. Yamamura, H. Kawata, and A. Tokue, “Interval solution of nonlinear equations using linear programming,” BIT, vol.38, no.1, pp.186-199, March 1998.
- [14] K. Yamamura and T. Ohshima, “Finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits using linear programming,” IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.45, no.4, pp.434-445, April 1998.

- [15] K. Yamamura and M. Nishizawa, "Finding all solutions of a class of nonlinear equations using an improved LP test," Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, vol.16, no.3, pp.349–368, Oct. 1999.
- [16] K. Yamamura, "Finding all solutions of nonlinear equations using linear combinations of functions," Reliable Computing, vol.6, no.2, pp.105–113, April 2000.
- [17] K. Yamamura and K. Yomogita, "Finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits using an LP test," IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.47, pp.1115–1120, July 2000.
- [18] K. Yamamura and S. Tanaka, "Performance evaluation of the LP test algorithm for finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits," Int. J. Circuit Theory and Applications, vol.28, no.5, pp.501–506, Sept. 2000.
- [19] K. Yamamura and S. Tanaka, "Improvement of the contraction-type LP test algorithm for finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits," Int. J. Circuit Theory and Applications, vol.29, no.4, pp.403–411, July 2001.
- [20] K. Yamamura and S. Tanaka, "Finding all solutions of systems of nonlinear equations using the dual simplex method," BIT, vol.42, no.1, pp.214–230, March 2002.
- [21] K. Yamamura, "Simple algorithms for tracing solution curves," IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.40, no.8, pp.537–541, Aug. 1993.
- [22] Y. Inoue and K. Yamamura, "Practical algorithms for dc operating-point analysis of large-scale circuits," Proc. 1995 Int. Symp. Nonlinear Theory and its Applications, Las Vegas, Nevada, pp.1153–1158, Dec. 1995.
- [23] K. Yamamura, "Spherical methods for tracing solution curves," Proc. 1995 Int. Symp. Nonlinear Theory and its Applications, Las Vegas, Nevada, pp.1177–1182, Dec. 1995.
- [24] K. Yamamura, T. Sekiguchi, and Y. Inoue, "A fixed-point homotopy method for solving modified nodal equations," IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.46, no.6, pp.654–665, June 1999.
- [25] M.-C. Chang, J.-H. Chern, and P. Yang, "Efficient and robust path tracing algorithm for DC convergence problem," Proc. 1993 IEEE Int. Symp. Circuits and Systems, Chicago, Illinois, pp.1635–1638, May 1993.
- [26] R. C. Melville, L. Trajković, S. C. Fang, and L. T. Watson, "Artificial parameter homotopy methods for the DC operating point problem," IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integrated Circuits and Systems, vol.12, no.6, pp.861–877, June 1993.
- [27] L. Trajković and W. Mathis, "Parameter embedding methods for finding DC operating points: Formulation and implementation," Proc. 1995 Int. Symp. Nonlinear Theory and its Applications, Las Vegas, Nevada, pp.1159–1164, Dec. 1995.
- [28] 篠田庄司, "線形回路と非線形回路," 電子情報通信学会 75 年史 (創立 75 周年記念出版), pp.249–255, 電子情報通信学会, 1992.
- [29] Y. Inoue, S. Kusanobu, and K. Yamamura, "A practical approach for the fixed-point homotopy method using a solution-tracing circuit," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E85-A, no.1, pp.222–233, Jan. 2002.

山村清隆 (yamamura@elect.chuo-u.ac.jp)

1987 年早稲田大学大学院理工学研究科博士課程修了。工学博士。1985 年早稲田大学理工学部電子通信学科助手。1988 年群馬大学工学部情報工学科助教授。1999 年中央大学理工学部電気電子情報通信工学科教授，現在に至る。非線形システムの数値解析を中心とする情報数理工学の研究に従事。1986 年丹羽記念賞，1986 年電子情報通信学会篠原記念学術奨励賞，1989 年井上研究奨励賞，1990 年，1999 年及び 2002 年電気通信普及財団テレコムシステム技術賞，1999 年電子情報通信学会論文賞，1999 年日本 IBM 科学賞，2000 年電気科学技術奨励会オーム技術賞 各受賞。電子情報通信学会，日本応用数学会，情報処理学会会員。IEEE Senior Member。