数理解析研究所講究録 1324 巻 2003 年 117-129

K 群の Coleman 巾級数と explicit reciprocity law

東大数理　　深谷　太香子 (Takako Fukaya)
(学術振興会特別研究員 PD)
Graduate School of Mathematical Sciences
University of Tokyo
(JSPS Research Fellow PD)

目次

1　序

本稿の目的は，ある種の重要な写像に対し，「K 群の Coleman 巾級数」を用いて明示公式を与えるということである．

本稿では常に p は素数とする．明示公式を与える写像は，古典的な円分体の場合に大切な下記の合成写像 λ_m^r の一般化で

整数m, rで$m \geq 1, r \leq 0$を満たすものとする．問題の写像λ_m^rは次のものである．

$$\lambda_m^r : \varprojlim_n \mathbb{Q}_p(\zeta_{p^n})^\times \longrightarrow H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^m}), \mathbb{Z}_p(r)) \xrightarrow{\exp^*} \mathbb{Q}_p(\zeta_{p^m}).$$

ここで$H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^m}), \mathbb{Z}_p(r))$はGalois cohomology, (r)はTateひねりである．写像λ_m^rの定義はこれを一般化したものに対し，3章で与える．

$r = 0$の場合λ_m^0は局所類体論のHilbert symbol写像と関係している．Hilbert symbol写像は局所類体論で大変重要な写像であり，これに対しArtin, Hasse, 岩澤健吉各氏等が明示公式を得てきた．

一般の$r \geq 0$についてのλ_m^rに対しては加藤和也，Perrin-Riou両氏が明示公式を与えた．明示公式は「乗法群$(= K_1$群$)$のColeman巾級数」というものを用いて書くことができる．

明示公式が与えられると下の円分体の岩澤理論で大変重要な結果(1)がその明示公式から導かれる．

以下では 1 の原始p^n $(n \geq 1)$乗根のノルム系$(\zeta_{p^n})_n \in \varprojlim_n \mu_{p^n}$を固定する．

$$\lambda_m^r : ((1-\zeta_{p^n}^q)(1-\zeta_{p^n}^{-a}))_n \mapsto (2\pi i)^{-k} \cdot (\zeta_{a \equiv (p^m)} + (-1)^k \zeta_{-a \equiv (p^m)})(k). \tag{1}$$

ここで$a \in \mathbb{Z}$である．また$k = 1 - r$で，$M, m \in \mathbb{Z}$，$M \geq 1$

に対し，$\zeta_{\equiv a(M)}(k)$ は部分 Riemann ゼータ関数

$$\zeta_{\equiv a(M)}(s) = \sum_{\substack{j \geq 1 \\ j \equiv a \mod M}} j^{-s}$$

の $s = k$ での値であり，(1) の右辺は $\mathbb{Q}(\zeta_{p^m})(\subset \mathbb{Q}_p(\zeta_{p^m}))$ に入る．

岩澤理論とは，イデアル類群などの重要な代数的な対象とゼータ関数の特殊値やそれらを補間した p 進ゼータ関数の関係を研究する理論ということができると思われる．写像 λ_m^r の第2項にあらわれる Galois cohomology $H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^m}), \mathbb{Z}_p(r))$ は実はイデアル類群と関係している．更に上の (1) により，特殊な元 $((1-\zeta_{p^n}^q)(1-\zeta_{p^n}^{-a}))_n \in \varprojlim_n \mathbb{Q}_p(\zeta_{p^n})^\times$（円単数の系と呼ばれる）が (1) によりゼータ関数の特殊値に移されることがわかるから，λ_m^r を介して，イデアル類群とゼータ関数の特殊値の特殊値が関係する，ということが上の (1) から導かれる．岩澤理論で重要な結果が明示公式から導かれるというのはこのことを指している．

今回の結果は，前述のように，写像 λ_m^r の一般化に対し，2 章で紹介する「K 群の Coleman 巾級数」を用いて明示公式を与えることである．結果は3章に述べる．

写像に対する明示公式が，円分体の岩澤理論へ応用を持ったように，今回の結果においても系として，円分体の岩澤理論の代わりに，加藤和也氏による保型形式の岩澤理論 [Ka2] について，(1) の代わりに，加藤氏による「Beilinson elements のノルム系」が志村氏 [Sh] による「period integral によって cusp form のゼータ関数の特殊値を生み出す Eisenstein series 2つの積」に移される，という結果が得られる（3章参照）．筆者は論文[Fu2]において，この「Beilinson elements のノルム系」に「K 群の Coleman 巾級数」の一つである K_2 群の Coleman 巾級数を適用することで，保型形式の p 進ゼータ関数を得ている．この結果によって，p 進ゼータ関数と Galois cohomology の関係を K_2 群の Coleman 巾級数用いて述べることができるようになったと言える．

この研究について，発表の機会を頂いたことに対して心から感謝申し上げます．

2 K 群の Coleman 巾級数

剰余体が完全体である混標数完備離散付値体に対し，乗法群 ($= K_1$ 群) の Coleman 巾級数の理論がある (Coleman 氏 [Co])．筆者は論文 [Fu1] においてこの類似をたどり，ある種の体について，次数2の K 群についての「K_2 群の Coleman 巾級数」を定義した．本稿では一般の K 群について「Coleman 巾級数」（定理2.2）を定義する．

2.1. まずは記号を設定する．

d を1以上の整数とする．H を混標数 $(0,p)$ をもつ完備離散付値体で絶対不分岐，つまり p が素元であるものとする．更に剰余体 k が $[\mathsf{k} : \mathsf{k}^p] = p^{d-1}$ を満たすとする．以下では $q_1, \ldots, q_{d-1} \in O_{\mathsf{H}}^{\times}$ で，$q_1 \bmod p$, …, $q_{d-1} \bmod p$ が k^p 上 k

を生成するものを取り，固定する．また $n \geq 1$ について，H のある代数閉包 $\overline{\mathsf{H}}$ に q_i $(i = 1, \ldots, d-1)$ の p^n 乗根 q_i^{1/p^n} で $(q_i^{1/p^{n+1}})^p = q_i^{1/p^n}$．満たすもの達を取り固定する．そして

$$\mathsf{H}_n = \mathsf{H}(\zeta_{p^n}, q_1^{1/p^n}, \ldots, q_{d-1}^{1/p^n})$$

とおく．

$d \geq 2$ の場合の H の例としては $d = 2$ の時 $\mathsf{H} = (\varprojlim_n(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}[[q]][1/q]))[1/p]$ があり，これはここでは述べないが，保型形式の岩澤理論に本稿の結果を適用する時に重要な体である．このことは執筆中の論文 [Fu3] に述べるつもりである．

$S = O_{\mathsf{H}}[\varepsilon - 1]]$ とおく．ε は変数である．

上記の H に対し，次数 d の K 群の Coleman 巾級数の理論が次のように与えられる．

定理 2.2 アーベル群の同型が次の様に与えられる．

$$\hat{K}_d^M(S)^{\mathrm{N}=1} \xrightarrow{\cong} \varprojlim_n \hat{K}_d^M(O_{\mathsf{H}_n}).$$

2.3. 定理中の記号と同型の与え方を説明する．

2.3.1. 体 L と整数 $i \geq 0$ に対し，$K_i^M(L)$ を次数 d の Milnor$K$ 群 [Mi] とする．すなわち

$$K_i^M(L) = L^\times \otimes \cdots \otimes L^\times / \langle a_1 \otimes \cdots \otimes a_d\,;\ a_i + a_j = 1 \text{ for some } i \neq j \rangle.$$

$a_1 \otimes \cdots \otimes a_d$ の類を $\{a_1, \ldots, a_d\}$ と書く．

A を S または O_{H_n} とし，本稿では次のように定義する．

$K_d^M(A) = \langle\{a_1\otimes\cdots\otimes a_d\}\ ;\ a_i \in A^\times \text{ for all } i\}\rangle \subset K_d^M(\mathrm{Frac(A)})$

とする．ここにFrac(A)はAの分数体である．更に

$$\hat{K}_d^M(A) = \varprojlim_r K_d^M(A)/\mathcal{U}^{(r)}K_d^M(A)$$

と定める．ここにm_AをAの極大イデアルとして，$\mathcal{U}^{(r)}K_d^M(A) = \langle\{a_1\otimes\cdots\otimes a_d\}\ ;\ a_i \in A^\times \text{ for all } i,\ a_j \in 1+m_A^r \text{ for some } j\}$ である．

2.3.2. 定理の左辺にあらわれる

$$\mathrm{N} : \hat{K}_d^M(S) \longrightarrow \hat{K}_d^M(S) \qquad (2)$$

を定義する．定理の左辺はこの写像を用いて$\hat{K}_d^M(S)^{\mathrm{N}=1} = \{f \in \hat{K}_d^M(A)\ ;\ \mathrm{N}(f) = f\}$と定義される部分群である．

環準同型$\varphi : S \longrightarrow S$を次のように定義する．制限$\varphi|_{O_\mathsf{H}}$は2つの条件:$\varphi \bmod p : \mathsf{k} \to \mathsf{k}$が$p$乗写像であり，$i = 1,\ldots,d-1$に対し，$\varphi(q_i) = q_i^p$，で特徴付けられるものとし，更に$\varphi(\varepsilon) = \varepsilon^p$と定める．$\varphi$をこれらの条件で特徴付けられる環準同型とする．$\varphi$は準同型$\varphi : \mathrm{Frac(S)} \to \mathrm{Frac(S)}$を導き，これは$p^d$次の有限次拡大をもたらし，そしてMilnor K群の間にノルム写像$\mathrm{N} : K_d^M(\mathrm{Frac(S)}) \to \mathrm{K_d^M(Frac(S))}$をも導く．このMilnor K群の間のノルム写像Nがノルム写像(2)をもたらす．

2.3.3. 定理2.2の右辺はMilnor$K$群のノルム写像$K_d^M(\mathsf{H}_{n+1}) \to K_d^M(\mathsf{H}_n)$から導かれる写像

$$\hat{K}_d^M(O_{\mathsf{H}_{n+1}}) \longrightarrow \hat{K}_d^M(O_{\mathsf{H}_n})$$

によって逆極限をとっている．

2.3.4. 定理2.2の同型について説明する．

$$\theta_n : O_{\mathsf{H}} \longrightarrow O_{\mathsf{H}(q_1^{1/p^n},\ldots,\ q_{d-1}^{1/p^n})}$$

を$\theta_n(q_i) = q_i^{1/p^n}$ $(i = 1, \ldots, d-1)$ かつ剰余体へ導かれる写像$\mathsf{k} \to \mathsf{k}(q_1^{1/p^n}, \ldots, q_{d-1}^{1/p^n})$ が同型$x \mapsto x^{1/p^n}$となることで特徴付けられる環準同型とする．環準同型

$$h_n : S \longrightarrow O_{\mathsf{H}_n} \ ; \ h_n(\sum_{m=0}^{\infty} a_m(\varepsilon-1)^m) = \sum_{m=-r}^{\infty} \theta_n(a_m)(\zeta_{p^n}-1)^m$$

$(a_m \in O_{\mathsf{H}})$ に対し，群準同型

$$\Psi_n : \hat{K}_d^M(S) \longrightarrow \varprojlim_n \hat{K}_d^M(O_{\mathsf{H}_n})$$

で$\{f_1, \ldots, f_d\} \mapsto \{h_n(f_1), \ldots, h_n(f_d)\}$ を満たすものが各$n \geq 1$に対して唯一つ存在し，これが定理2.2の同型をもたらす．

2.4. 定理2.2で，$d=1$の場合が通常の乗法群に対するColeman巾級数 [Co] であり，$d=2$の場合がK_2群のColeman巾級数 [Fu1] である．

3 主定理

まず明示公式を与える対象の写像を定義し，それから主定理を述べる．

3.1. 各$i = 1, \ldots, d-1$に対し，

$$T_i = T_p(\overline{\mathsf{H}}^\times / q^{\mathbb{Z}})$$

と定義する．これは $e_i = (q_i^{1/p^n})_n$, $e'_i = (\zeta_{p^n})_n$ で生成される階数2の $\mathbb{Z}_p$ 上の自由加群である．そして

$$T = \mathrm{Sym}^{a_1}_{\mathbb{Z}_p}(T_1) \otimes \cdots \otimes \mathrm{Sym}^{a_d}_{\mathbb{Z}_p}(T_{d-1}) \quad (a_1, \ldots, a_{d-1} \in \mathbb{Z})$$

と定義する．更に

$$V = T \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Q}_p,$$

$$e = e_1^{a_1} \ldots e_{d-1}^{e_{d-1}} \in T$$

とする．

3.2. 明示公式を与える対象の写像 $\lambda^r_{d,m}$ を定義する．写像 $\lambda^r_{d,m}$ は次の合成写像として定義される：

$$\begin{aligned}
\lambda^r_{d,m}: \quad & \varprojlim_n \hat{K}^M_d(\mathsf{H}_n) \to \varprojlim_n H^d(\mathsf{H}_n, (\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})(d)) \\
& \xrightarrow{\cup e \cdot (\zeta_{p^n}^{r-d})_n} \varprojlim_n H^d(\mathsf{H}_n, (T/p^nT)(r)) \\
& \to H^d(\mathsf{H}_m, T(r)) \\
& \overset{\exp^*}{\to} D^{r-d+1}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-1}_{\mathsf{H}_m} / \nabla (D^{r-d+2}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-2}_{\mathsf{H}_m}).
\end{aligned}$$

最初の写像は Galois symbol 写像，3つ目の写像は corectriction である．

最後の写像 $\exp^*$ の説明を簡単にする．(詳しくは以下で挙げる参考文献などを参照して下さい.) まず正の整数 i に対し，$\Omega^i_{\mathsf{H}_m} = \Omega^i_{O_{\mathsf{H}_m}} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$, ここに i 次の絶対微分形式の加群を

$\Omega^i_{O_{\mathsf{H}_m}/\mathbb{Z}}$ とする時 $\Omega^i_{O_{\mathsf{H}_m}} = \varprojlim_n \Omega^i_{O_{\mathsf{H}_m}/\mathbb{Z}}/p^n\Omega^i_{O_{\mathsf{H}_m}/\mathbb{Z}}$ である．写像 $\exp^*$ は自然な写像

$$H^d(\mathsf{H}_m, T(r)) \longrightarrow H^d(\mathsf{H}_m, B^0_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p} \otimes_{\mathbb{Z}_p} T(r))$$

と同型 (cf.[Ka1], §2, Proposition 2.3.3 (2))

$$\begin{aligned} &H^d(\mathsf{H}_m, B^0_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p} \otimes_{\mathbb{Z}_p} T(r)) \\ &\quad\cong D^{r-d+1}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-1}_{\mathsf{H}_m}/\nabla(D^{r-d+2}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-2}_{\mathsf{H}_m}) \end{aligned} \tag{3}$$

によって与えられる．ここで

$$B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}(\subset)B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}}$$

を Fontaine 氏の p-adic periods の環達 ([Fo] 等) で，定義は省略するが次の性質を持つものとする．(正確には H の剰余体が完全体でない場合は都築氏 [Ts] により定義された.) $B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}$ は完備離散付値体で，剰余体は $\overline{\mathsf{H}}$ の p 進完備化である．$\mathbb{Q}_p$ を部分体として含む．ここで整数 i と正規化された付値 $v : B^\times_{\mathrm{dR}} \to \mathbb{Z}$ に対し，$B^i_{\mathrm{dR}} = \{x \in B_{\mathrm{dR}} \,;\, v(x) \geq i\}$ とおく．

$B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}}$ は $B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}$ 上の $d-1$ 変数の形式巾級数環のような環である．$d=1$ の場合 $B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} = B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}$ が成り立つ．H の有限時拡大体 $K(\subset \overline{\mathsf{H}})$ に対し，$B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}}$ は K を含むが，$B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}$ は含まない．この $B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}}$ decreasing filtration $(B^i_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}})_i$ と，connection $d : B^i_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \longrightarrow B^{i-1}_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \otimes \Omega^1_{\mathsf{H}}$ で $d(B_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p}) = 0$ を満たすものが存在する．この connection d が次の完全系列を導く：

$$0 \to B^i_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathbb{Q}_p} \to B^i_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \xrightarrow{\nabla} B^{i-1}_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \otimes \Omega^1_{\mathsf{H}} \xrightarrow{\nabla} B^{i-2}_{\mathrm{dR},\overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \otimes \Omega^2_{\mathsf{H}} \to \cdots \tag{4}$$

同型 (3) は (4) から得られる.

更に H の有限時拡大体 $K \subset \overline{\mathsf{H}}$ に対し,

$$D^i_{\mathrm{dR}}(K, V) = H^0(K, B^i_{\mathrm{dR}, \overline{\mathsf{H}}/\mathsf{H}} \otimes_{\mathbb{Q}_p} V)$$

とおく.

3.3. 定理を述べる準備をする. 各 T_i の元 $x \in T_i$ に対して, 標準的に対応する元 $x_{\mathrm{dR}} \in D_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}, V_i)$ を取ることができる. このことから $e \in T$ に対しても, 標準的に対応する元 $e_{\mathrm{dR}} \in D_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}, V)$ を $e_{\mathrm{dR}} = e^{a_1}_{1,\mathrm{dR}} \cdots e^{a_{d-1}}_{d-1,\mathrm{dR}}$ として取ることができる.

微分形式の加群を定義する：

$$\Omega^d_S = \varprojlim_n \Omega^d_{S/\mathbb{Z}} / p^n \Omega^d_{S/\mathbb{Z}}.$$

更に写像を次のように定義する.

$$d\log : K^M_d(S) \to \Omega^d_S \ ; \ \{a_1, \ldots, a_d\} \mapsto \frac{da_1}{a_1} \wedge \cdots \wedge \frac{da_{d-1}}{a_{d-1}}.$$

定理 3.4 写像

$$\begin{aligned} \lambda^r_{d,m} \quad & : \varprojlim_n \hat{K}^M_d(O_{\mathsf{H}_n}) \\ & \to D^{r-d+1}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-1}_{\mathsf{H}_m} / \nabla (D^{r-d+2}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-2}_{\mathsf{H}_m}) \end{aligned}$$

は

$$\lambda^r_{d,m} = (-1)^{(r-1)r} \cdot \partial^r_{d,m}$$

と K 群の *Coleman* 巾級数を用いて定義される次の合成写像 $\lambda^r_{d,m}$ を用いてあらわされる.

$$
\begin{aligned}
\partial^r_{d,m} \quad & : \varprojlim_n \hat{K}^M_d(O_{\mathsf{H}_n}) \xrightarrow{\cong} \hat{K}^M_d(S)^{\mathrm{N}=1} \\
& \xrightarrow{d\log} \Omega^d_S = S \cdot d\log(q_1) \wedge \cdots \wedge d\log(q_{d-1}) \wedge d\log(\varepsilon) \\
& \xrightarrow{\cong} S \cdot d\log(q_1) \wedge \cdots \wedge d\log(q_{d-1}) \\
& \to D^{r-d+1}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-1}_{\mathsf{H}_m} / \nabla(D^{r-d+2}_{\mathrm{dR}}(\mathsf{H}_m, V) \otimes \Omega^{d-2}_{\mathsf{H}_m}).
\end{aligned}
$$

最初の写像は定理2.2のK群の *Coleman* 巾級数の理論による同型である．上の合成写像(5)の中の写像$d\log$は$d\log$: $K^M_d(S) \to \Omega^d_S$から導かれる写像である．(5)の最後の写像は$f \cdot d\log(q_1) \wedge \cdots \wedge d\log(q_d)$ $(f \in S)$ を

$$
(d-1-r)!^{-1} p^{mr} \cdot \Psi_n \circ (\varepsilon \frac{d}{d\varepsilon})^{d-1-r}(f)
$$

に送る写像である．

定理は簡単のために定義域を$\varprojlim_n \hat{K}^M_d(O_{\mathsf{H}_n})$として述べているが，$\varprojlim_n \hat{K}^M_d(\mathsf{H}_n)$の元すべてに対して明示公式を得ることができる．

定理3.4の証明はここで与えることはできないが，証明の鍵は[KKT] の結果を剰余体が非完全体の場合に一般化することである．

最後に定理の応用と，期待される応用について述べる．

3.5. $d=2$の場合の定理2.2を用いて，1章で触れたように保型形式の岩澤理論で重要な以下の写像に明示公式を与える

ことができる.

$$\varprojlim_n K_2(Y(Mp^n, Np^n)) \longrightarrow M_k(X(Mp^m, Np^m)) \otimes \mathbb{Q}_p, \quad (5)$$

([Ka2]参照. ここにM, Nはある条件を満たす整数, k, rは$k \geq 2$, $1 \leq r \leq k-1$, を満たす整数, $Y(Y(Mp^n, Np^n))$はmodular curve, $M_k(X(Mp^m, Np^m))$は保型形式の空間である.) その結果, 加藤和也氏により定義されたBeilinson elementsのノルム系$\in \varprojlim_n K_2(Y(Mp^n, Np^n))$が(5)により志村氏[Sh]による「period integralによって重みkのcusp formのゼータ関数の特殊値を生み出すEisenstein series 2つの積」に移される, という結果が得られる. (5)に対してBeilinson elementsのノルム系を適用するには充分なある種の仮定の下で加藤氏が既に明示公式を得ているが[Ka2], 定理3.4を用いると仮定をせずに明示公式を得ることができる([Fu3]に述べたい) .

更に$d = 3$の場合に, 定理3.4をmodular curve × modular curveに適用することで, cusp formのsymmetric squareゼータ関数のEuler系の発見やこの場合の岩澤理論に役立つことを著者は期待している.

参考文献

[Co] Coleman, R., *Division values in local fields*, Invent. Math. **53** (1979) 91–116.

[Fo] Fontaine, J.M., *Sur certains types de répresentations p-adiques du groups de Galois d'un corps locaux: construction d'un anneau de Barsotti-Tate*, Ann. of Math **115** (1982) 547–608.

[Fu1] FUKAYA, T., *The theory of Coleman power series for K_2*, Journal of Alg. Geometry **12** (2003) 1–80.

[Fu2] FUKAYA, T., *Coleman power series for K_2 and p-adic zeta functions of modular forms*, preprint.

[Fu3] FUKAYA, T., *Coleman power series for K-groups and explicit reciprocity laws*, in preparation.

[Ka1] KATO, K., *Generalized explicit reciprocity laws*, Advanced Studies in Contemporary Mathematics **1** (1999) 57–126.

[Ka2] KATO, K., *p-adic Hodge theory and values of zeta functions of modular forms*, preprint from University of Tokyo (UTMS2000-67).

[KKT] KATO, K., and KURIHARA, M., and TSUJI, T., *Exponential maps of Perrin-Riou and syntomic complexes*, preprint.

[Mi] MILNOR, J., *Algebraic K-theory and quadratic forms*, Invent. Math. **9** (1970) 318–344.

[Sh] SHIMURA, G. *The special values of the zeta functions associated with cusp forms*, Comm. Pure Appl. Math. **29** (1976) 783–804.

[Ts] TSUZUKI, N., *Variation of p-adic de Rham structures*, preprint.

153-8914 東京都目黒区駒場 3-8-1

E-mail address: `takakof@ms.u-tokyo.ac.jp`

2003 年 4 月 1 日以降の住所：223-8521　横浜市港北区日吉 4-1-1 慶應義塾大学　数学研究室