

$Re_\tau = 1020$ の平行平板間乱流の DNS データベース を用いた圧力変動の解析

阿部 浩幸, 松尾 裕一 (JAXA), 河村 洋 (東理大理工)

Hiroyuki ABE, Yuichi MATSUO (JAXA), Hiroshi KAWAMURA
(Tokyo Univ. Science)

1 はじめに

壁乱流における圧力変動の挙動を把握することは、乱流騒音・振動の予測やより高い精度の乱流モデルの構築に非常に重要であるが、圧力変動は、速度変動や渦度変動のようではなく、領域全体で値が決定されるグローバルな物理量であることから、その性質を調べることは非常に難しい。そのため、過去何十年にわたり、数多くの実験的・理論的研究が行われてきた(例えば, Willmarth[1]; Eckelmann[2]; Bull[3]; Tsuji et al.[4]).

一方、近年の数値計算技術、計算機能力の向上とともに、直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation; DNS) による圧力の 3 次元的な挙動の解析が可能となった [5, 6, 7]。例えば, Kim[5] は、壁面摩擦速度 u_τ とチャンネル半幅 δ に基づくレイノルズ数 $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 180$ の DNS を実行し、平行平板乱流における圧力変動の特徴を、ポアソン方程式のソース項の挙動を調べるとともに、圧力変動を線形項 (Rapid 項), 非線形項 (Slow 項) に分離して調べている。彼は、壁面近傍では、Rapid 項と Slow 項が全圧力変動に対して同程度の寄与をし、それ以外の領域では、Slow 項が Rapid 項よりも大きな寄与をするという、従来の実験で指摘されてきた Rapid 項が Slow 項よりも大きな寄与をするという傾向と全く逆の結果を報告した。Choi & Moin[6] は、 $Re_\tau = 180$ の平行平板間乱流の DNS を実行し、壁面圧力変動の時空間の挙動を、特にスケーリング則について、既存の実験結果と比較することにより議論している。彼らは、壁面圧力変動の周波数スペクトルは、内層の物理量で無次元化した場合は高周波数域がスケーリングされ、外層の物理量で無次元化した場合は低周波数域がスケーリングされると報告している。Johansson ら [7] は、 $Re_\tau = 180$ の平行平板間乱流の DNS データベースを用い、壁面近傍の乱流構造の条件付き抽出を行った。彼らは、強い局所的な高圧領域は、せん断層の構造に関係していることを指摘している。しかし、今までの圧力変動の DNS による解析は $Re_\tau < 400$ で行われており、 $Re_\tau = 180$ の DNS には低レイノルズ数効果が存在するため、これらの結果をもって、高レイノルズ数の圧力変動の挙動を予測することは非常に難しい。

そこで、本研究では、Abe ら [8] の比較的高いレイノルズ数 $Re_\tau = 1020$ の平行平板間乱流の DNS データベースを用い、圧力変動を、Slow 項, Rapid 項, Stokes 項へ分離して、解析を行った。本報では、圧力変動各項の RMS 値, 2 点相関係数, 瞬時場などの結果を報告する。

2 計算手法及び計算パラメータ

本研究では, Abeら [8] の平行平板間乱流の DNS データベースを用いて解析を行った. レイノルズ数は, $Re_\tau = 1020$, 計算領域は, $L_x \times L_y \times L_z = 12.8\delta \times 2\delta \times 6.4\delta$ ($L_x^+ \times L_y^+ \times L_z^+ = 13056 \times 2048 \times 6528$), 所格子数は, $N_x \times N_y \times N_z = 2048 \times 448 \times 1536$, 空間解像度は, $\Delta x^+ = 6.38$, $\Delta y^+ = 0.15 \sim 7.32$, $\Delta z^+ = 4.25$ である. 計算精度の妥当性や基本的な乱流統計量, 乱流構造に対する結果は, Abeら [8, 9, 10], 計算手法の詳細は Abeら [9] に記した.

圧力変動の分離に関しては, Mansourら [11] と同様に, 全圧力変動 (p_t) を, 以下のように, Slow 項 (p_s), Rapid 項 (p_r), Stokes 項 (p_{st}) に分離して, 解析している.

$$\nabla^2 p_s^+ = -\frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^*} \cdot \frac{\partial u_j^+}{\partial x_i^*} + \overline{\frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^*} \cdot \frac{\partial u_j^+}{\partial x_i^*}}, \quad \frac{\partial p_s^+}{\partial y^*} \Big|_w = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 p_r^+ = -2 \frac{\partial v'^+}{\partial x^*} \cdot \frac{d\bar{u}^+}{dy^*}, \quad \frac{\partial p_r^+}{\partial y^*} \Big|_w = 0 \quad (2)$$

$$\nabla^2 p_{st}^+ = 0, \quad \frac{\partial p_{st}^+}{\partial y^*} \Big|_w = \frac{1}{Re_\tau} \cdot \frac{\partial^2 v'^+}{\partial y^{*2}} \Big|_w \quad (3)$$

式(1)~(3)において, Slow 項(式(1)), Rapid 項(式(2))は, それぞれ, 非線形効果, 線形効果を, Stokes 項(式(3))は, 壁面の粘性効果を表している. なお, 全圧力変動は, Slow 項, Rapid 項, Stokes 項の3項と線形の関係にあるので, これら3項の和が全圧力変動となる. また, 本報の統計量は, $\Delta t^+ \approx 3$ の時間間隔の連続した 50 個の瞬時場からなる $Re_\tau = 1020$ の平行平板間乱流の DNS データベース [8] を用い, 全圧力変動, Slow 項, Rapid 項, Stokes 項の4つの圧力変動に対し, 圧力ポアソン方程式を直接計算することにより求めている.

3 結果及び考察

$Re_\tau = 1020$ における圧力変動の RMS 値の分布を壁面せん断応力 τ_w で無次元化し, 図1に示す. 壁面近傍 ($y^+ < 10$) では, Slow 項と Rapid 項が概ね同等の値を示している. この結果は, 低レイノルズ数の場合 [5] と同様に高レイノルズ数の場合でも, 壁面近傍では, 線形効果, 非線形効果が全圧力変動に対し概ね同程度の寄与をしていることを示唆している. また, 粘性

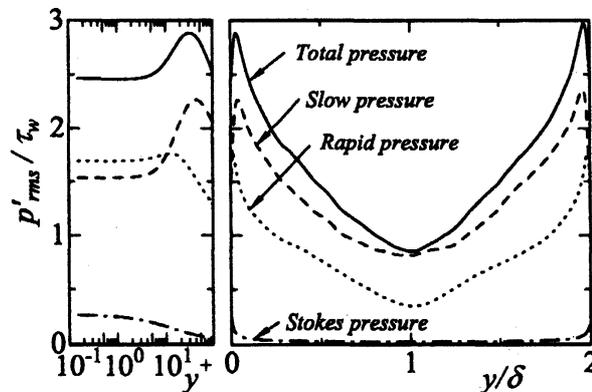


Fig 1: RMS of the pressure fluctuations at $Re_\tau = 1020$ normalized by τ_w .

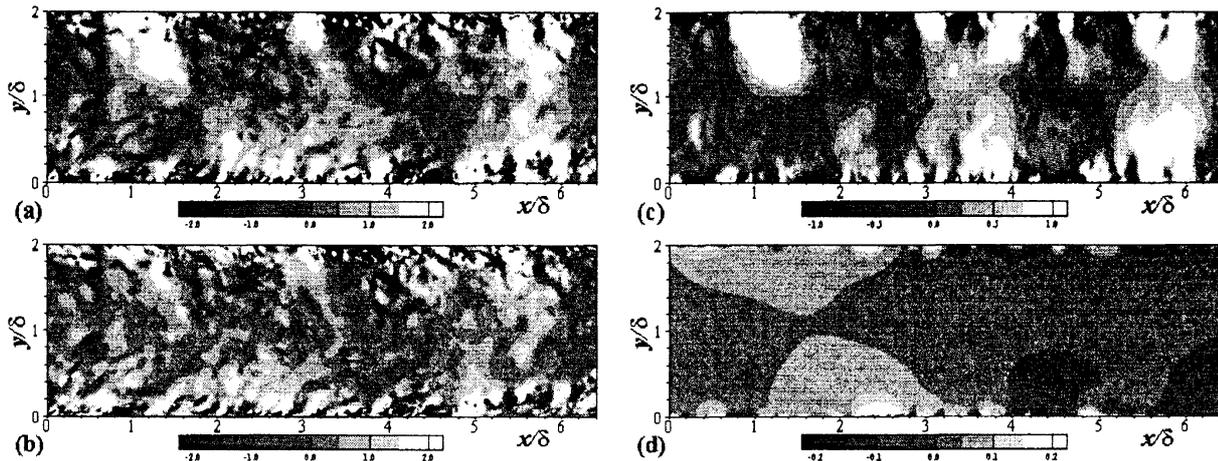


Fig 2: Contours of the instantaneous pressure fluctuations in the $x - y$ plane at $Re_\tau = 1020$ normalized by τ_w : (a) Total; (b) Slow; (c) Rapid; (d) Stokes.

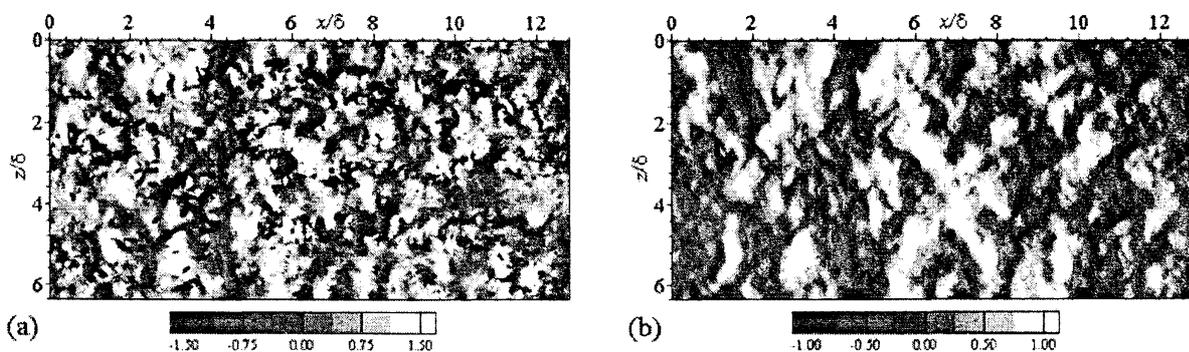


Fig 3: Instantaneous pressure fluctuations for $Re_\tau = 1020$ at $y/\delta = 0.5$ normalized by τ_w : (a) Total; (b) Rapid.

底層内 ($y^+ \leq 5$) では、全圧力変動、Slow 項、Rapid 項が y^+ によらず一定値をとる傾向が見受けられる。ここで、Kim[5] の $Re_\tau = 400$ の壁面近傍の結果と比較すると、全圧力変動、Slow 項、Rapid 項の RMS 値自体は、 $Re_\tau = 1020$ の方が大きな値を示すが、全圧力変動に対する Slow 項、Rapid 項の比率は、 $Re_\tau = 1020$ の場合でも、 $Re_\tau = 400$ の結果 [5] と同様に約 70% 程度であり、この傾向は更に高いレイノルズ数でも持続するかもしれない。一方、 $y^+ > 10$ では、Slow 項が Rapid 項よりも大きな値を示し、チャンネル中央では、Slow 項と Rapid 項の大きさは、全圧力変動の大きさに対し、それぞれ約 95%、45% である。これは、 $y^+ > 10$ で平均速度勾配が著しく減少し、この領域では、非線形効果が線形効果に比べて卓越していることに起因している。他方、Stokes 項は、Slow 項、Rapid 項に比べて非常に小さな値を示し、壁面のごく近傍では、全圧力変動の約 10% 程度の値を示すが、壁面から離れるにつれて値は減少し、 $y^+ > 100$ で、概ねゼロに漸近している。この結果は、壁面の粘性効果の全圧力変動への寄与は、無視できるほど小さく、壁面が圧力変動へもたらす影響は、実質的にブロック効果であることを示唆している。

$Re_\tau = 1020$ における $x - y$ 断面の瞬時の圧力変動の分布を図 2 に示す。図 2(a) の全圧力変動の瞬時場には、小さなスケールの局所的な挙動、大きなスケールの領域全体へ広がる挙動が同時に現れている。一方、図 2(b), (c) を見ると、小さなスケールの挙動は Slow 項、大きなスケールの挙動は Rapid 項に比較的良く分離されている。なお、Stokes 項は、予期したように、

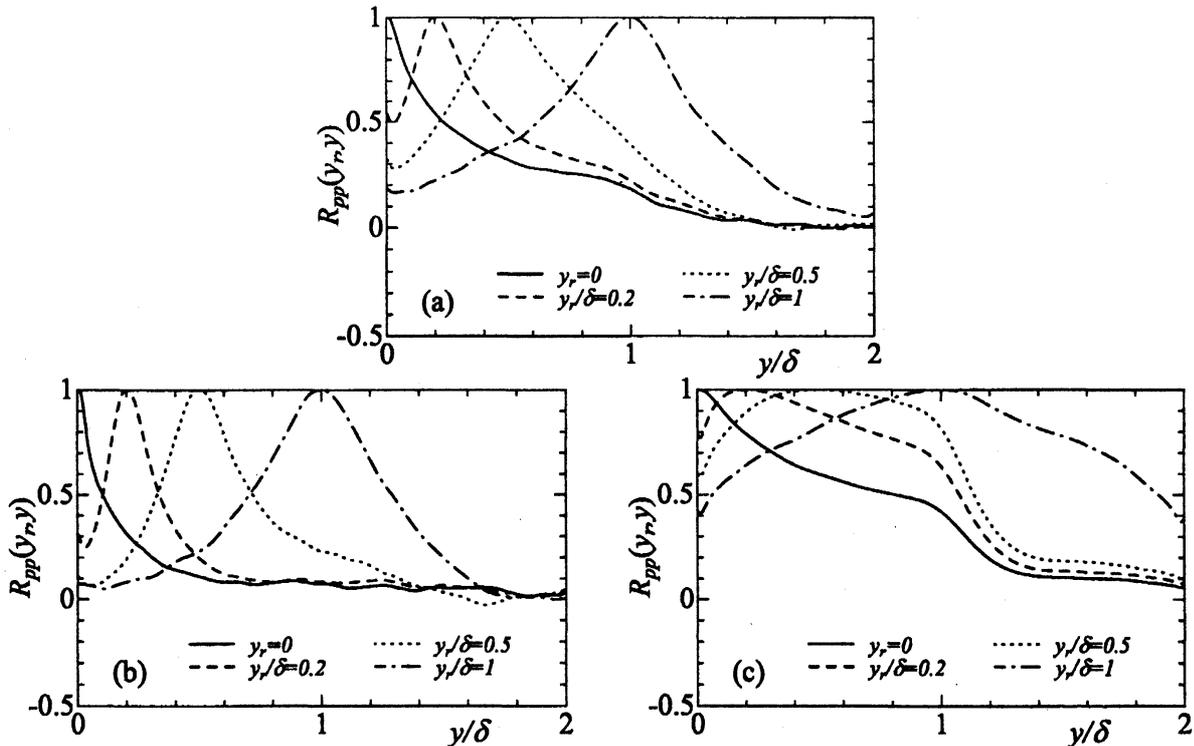


Fig 4: Wall-normal two-point correlations of the pressure fluctuations at $Re_\tau = 1020$: (a) Total; (b) Slow; (c) Rapid.

壁面のごく近傍のみに非常に小さなスケールの高圧・低圧領域を示している(図2(d)). ここで, 図2(c)のRapid項の瞬時場を見ると, 壁面近傍にまで及ぶ大規模構造が外層に存在しており, 壁面圧力変動における大きなスケールの構造の起源が, 線形効果に起因して生じた圧力変動の大規模構造にあることが分かる. また, この圧力変動の大規模構造は, 流れ方向の速度変動 u' の大規模構造のように流れ方向へ伸びて形成されている[10]のではなく, スパン方向へ伸びて形成されていることが興味深い(図3). なお, Slow項とRapid項の瞬時場を比較すると, Slow項は, 壁面近傍でせん断層の構造を示すのに対し, Rapid項は, 壁面に対し垂直な構造が支配的である.

壁垂直方向の2点相関係数は下記のように定義される.

$$R_{pp}(y_r, y) = \frac{\overline{p'(y_r)p'(y)}}{p'(y_r)_{rms}p'(y)_{rms}} \quad (4)$$

$Re_\tau = 1020$ における各 y_r 位置($y_r = 0, y_r/\delta = 0.2, 0.5, 1$)の壁垂直方向の圧力変動の2点相関係数の分布を, 図4に示す. なお, Stokes項については, RMS値, 瞬時場の結果において, 壁面のごく近傍を除き, 無視できるほど小さな値を示したので, ここでは示していない. 各レファレンス位置の全圧力変動の相関は, レイノルズ数が $Re_\tau = 1020$ に達し, 内・外層が分離されても, 低レイノルズ数の結果[12]と同様に, 広範に相関が及んでいる(図4(a)). ここで, Slow項, Rapid項の相関を見ると, この広い範囲に及ぶ相関を引き起こした原因がRapid項にあることが分かる(図4(b), (c)). これは, 図2, 3の瞬時場に見たように, Rapid項が圧力変動の大規模構造を構成する主要な要素であることが原因と考えられる.

他方, 乱流モデルにおいては, 全圧力変動のSlow項, Rapid項への分離は, 圧力歪み相関項のモデル化の際に, しばしば用いられている(例えば, Launderら[13]; Hanjalić & Launder[14]).

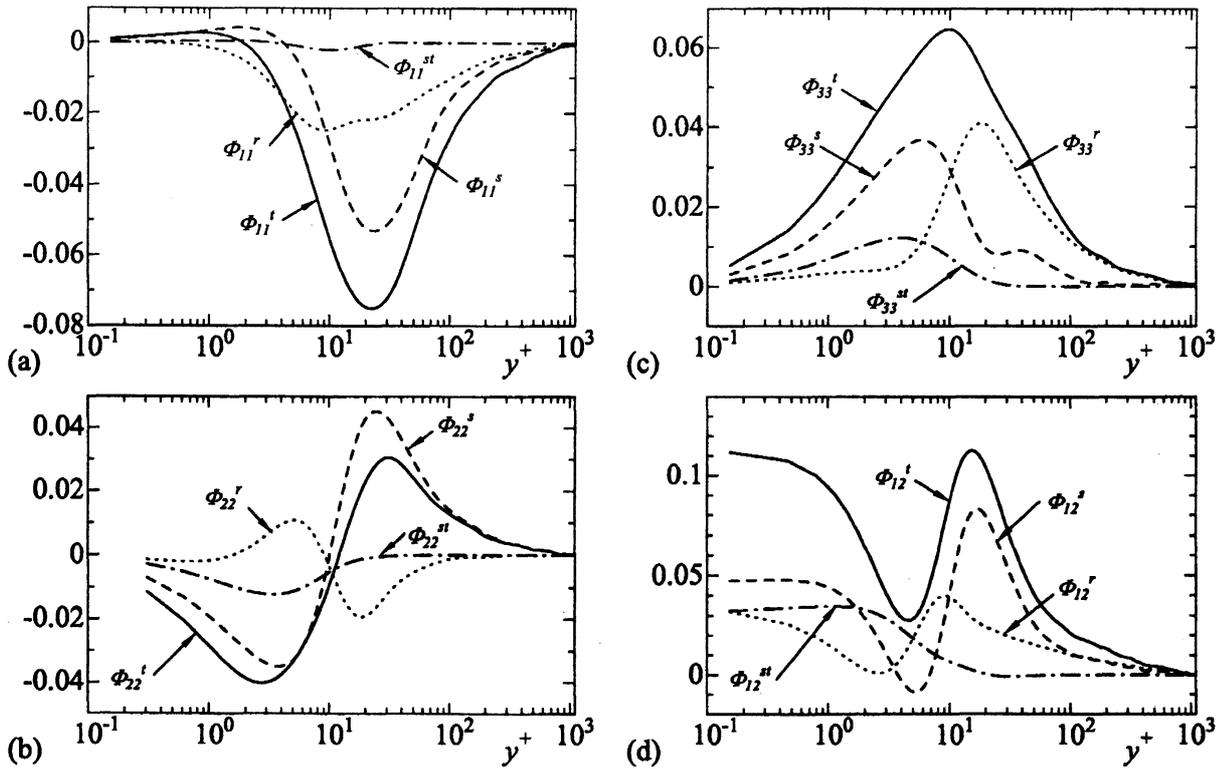


Fig 5: Distributions of pressure strain terms at $Re_\tau = 1020$ normalized by u_τ^4/ν : (a) ϕ_{11}^+ ; (b) ϕ_{22}^+ ; (c) ϕ_{33}^+ ; (d) ϕ_{12}^+ .

ここで、圧力歪み相関項は、下記のように定義される。

$$\phi_{ij}^+ = p'^+ \left(\frac{\partial u_i'^+}{\partial x_j^+} + \frac{\partial u_j'^+}{\partial x_i^+} \right) \quad (5)$$

式(5)において、対角項 ϕ_{11} , ϕ_{22} , ϕ_{33} は、乱れの再分配を担い、非対角項 ϕ_{12} は、レイノルズせん断応力の消滅を担っている。なお、Slow 項 (ϕ_{ij}^s), Rapid 項 (ϕ_{ij}^r), Stokes 項 (ϕ_{ij}^{st}) の3成分の和は、全圧力歪み相関項 (ϕ_{ij}^t) となる。また、 ϕ_{ij}^t , ϕ_{ij}^s , ϕ_{ij}^r , ϕ_{ij}^{st} のトレースはゼロとなることから、それぞれの項において、乱れの再分配機構が形成されることになる。図5に、 $Re_\tau = 1020$ における圧力歪み相関項の分布を示す。壁面近傍では、各成分ともに、 $y^+ = 10$ を境に、Slow 項 (ϕ_{ij}^s), Rapid 項 (ϕ_{ij}^r) の全圧力歪み相関項 (ϕ_{ij}^t) への寄与が変化している。また、全圧力歪み相関項 (ϕ_{ij}^t) が最大値を示すバッファ層では、 ϕ_{11}^t , ϕ_{22}^t , ϕ_{12}^t に対しては、Slow 項が最も大きな寄与をし、一方、 ϕ_{33}^t に対しては、Rapid 項が最も大きな寄与をしている。壁面から離れチャンネル中心に向かうと、 ϕ_{11}^t , ϕ_{22}^t に対しては Slow 項、 ϕ_{33}^t に対しては Rapid 項が主要な寄与を示している。特に、 ϕ_{22}^t , ϕ_{33}^t は、 $y^+ > 100$ では、 $\phi_{22}^t = \phi_{22}^s$, $\phi_{33}^t = \phi_{33}^r$ の関係を示している。この結果は、Slow 項、Rapid 項、Stokes 項の圧力歪み相関項においては、全圧力変動の圧力歪み相関項に見る乱れエネルギーの再分配機構が成立しないことを示唆している。また、同時に、圧力歪み相関項を Slow 項、Rapid 項、Stokes 項へ分離してモデリングを行う際には、それぞれの項における乱れの再分配機構を考慮することが高精度なモデルを構築する一つのアプローチであることを示唆している。一方、 ϕ_{12}^t に対しては、 $y^+ > 100$ では、Slow 項、Rapid 項が同等の寄与をしている。なお、Stokes 項は、低レイノルズ数の結果 [11] と同様に、 ϕ_{11}^{st} は、チャンネル全域で無視できるほど小さな値を示し、それ以外の項は、壁

面近傍 ($y^+ < 20$) のみで有意な値を示している。

4 まとめ

$Re_\tau = 1020$ における平行平板間乱流の DNS データベースを用いて、このレイノルズ数の圧力変動の特徴を調べ、下記の結論を得た。

- 1) 圧力変動の RMS 値は、壁面近傍 ($y^+ < 10$) では、Slow 項と Rapid 項が概ね同等の値を示し、 $y^+ > 10$ では、Slow 項が Rapid 項よりも大きな値を示した。
- 2) 圧力変動の瞬時場においては、小さなスケールの挙動は Slow 項、大きなスケールの挙動は Rapid 項に比較的良く分離されることを示した。また、Rapid 項の瞬時場には、壁面近傍にまで及ぶ大規模構造が外層に現れ、壁面圧力変動における大きなスケールの構造の起源が、線形効果に起因して生じた圧力変動の大規模構造にあることを示した。
- 3) Slow 項、Rapid 項、Stokes 項の圧力歪み相関項においては、全圧力変動の圧力歪み相関項に見る乱れの再分配機構が存在しないことを示した。この結果は、圧力歪み相関項を Slow 項、Rapid 項、Stokes 項へ分離してモデリングを行う際には、それぞれの項における乱れの再分配機構を考慮することが高精度なモデルを構築する一つのアプローチであることを示唆している。

本研究の計算は、宇宙航空研究開発機構の数値シミュレータ III を用いて行った。

参考文献

- [1] Willmarth, W. W., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **7** (1975), pp. 13-88.
- [2] Eckelmann, H., In: *Near-Wall Turbulence*, Kline, S. J. and Afgan, N. H., eds., Hemisphere, New York, (1989), pp. 328-347.
- [3] Bull, M. K., *J. Sound and Vibration*, **190** (1996) 57, pp. 299-315.
- [4] Tsuji, T., Fransson, J. H. M., Alfredsson, P. H. & Johansson, A. V., *Proc. of the 4th Turbulence and Shear Flow Phenomena*, **1** (2005), pp. 27-32.
- [5] Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **205** (1989), pp. 421-451.
- [6] Choi, H. & Moin, P., *Phys. Fluids, A* **2** (1990), pp. 1450-1460.
- [7] Johansson, A. V., Alfredsson, P. H. & Kim, J., *J. Fluid. Mech.*, **224** (1991), pp. 579-599.
- [8] Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **25** (2004), pp. 404-419.
- [9] Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y., *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, **123** (2001), pp. 382-393.
- [10] Abe, H., Kawamura, H. & Choi, H., *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, **126** (2004), pp. 835-843.
- [11] Mansour, N. N., Kim, J. & Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **194** (1967), pp. 15-44.
- [12] Kim, J. & Hussain, F., *Phys. Fluids, A* **5** (1993), pp. 695-706.
- [13] Launder, B. E., Reece, G. J. & Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, **68** (1975), pp. 537-566.
- [14] Hanjalić, K. & Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, **74** (1976), pp. 593-610.