

数理解析研究所講究録 1508

RIMS 共同研究

# Capelli 恒等式の新局面

京都大学数理解析研究所

2006年7月



*RIMS Kôkyûroku 1508*

*The Capelli identities from new aspects*

*July, 2006*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*



## はじめに

Capelli 恒等式は 100 年以上前に発見された不変微分作用素の等式で、古典的不変式論の末期に登場した強力な道具である。20 世紀に於いても H.Weyl が *The Classical Groups* で再発掘したため有名となった。しかし、その扱いは形式的なものであったので *mysterious Capelli identity* とすら呼ばれ、それを敢えて避ける工夫すら見られた。これに対し表現論的な意味づけと dual pair 理論からの重要性を指摘したのが R. Howe の *Remarks on classical invariant theory* (プレプリントは 1976, 出版は 1989) である。さらにそれを multiplicity-free action の視点から拡張し、さまざまな Capelli 型恒等式の研究を拓いたのが Howe と筆者 (=研究代表者) の仕事であったが、その 1990 年頃は他の外国の研究者も独立にこの恒等式に注目し、現在までにいろいろな発展を遂げた。筆者の周りでは、量子群への拡張も得られ、その辺りまでを当時の『数学』の論説に概説をしたが、その後、古典的な場合に於いてもさらにいくつもの研究がなされ、Capelli 恒等式に対する認識も深まってきた。

この状況の下、ここ数年、特筆すべき結果が二つ出て本質的に新たな局面を迎えた。即ち伊藤稔による、一般の dual pair に対する Capelli 恒等式、及び和地輝仁による split 実現された直交 Lie 環の普遍包絡環の行列式型中心の発見、である。

本研究会は、これを踏まえ、研究代表者とその共著者、及び上記の新しい結果を出した研究者を中心に、現在ある Capelli 恒等式の研究状況を検討し、さらなる発展の契機とすべく計画された。当初の予定どおり、実質的に討論のできるメンバーを中心にした、比較的クローズドな形の研究会にした。したがってはじめからプログラムを公表せず、初日にスケジュールを決めた。2005 年 9 月 5 日から 9 日の 5 日間で 13 の講演を組み、講演後にはその講演内容についての討論を行なった。この結果、期待以上に研究成果がでて、主催者としては極めて満足である。具体的には本講究録に収録されたものがあるが、研究会の産み出したエネルギーはそれにはとどまらずその影響は後まで残したと思われる。講究録では、実際の講演にはこだわらず、今後の発展に寄与すると思われるものも収録することにした。

研究会を実り多いものとしてくれた参加者全員に改めて感謝したい。

梅田 亨 (京都大学・理学部)

2006 年 3 月



Capelli 恒等式の新局面  
The Capelli identities from new aspects  
RIMS 共同研究報告集

2005年9月5日～9月9日  
研究代表者 梅田 亨 (Tôru Umeda)

目 次

1. CAPELLI 恒等式をめぐる幾つかの問題 -----	1
京大・理	梅田 亨(Tôru Umeda)
2. 二項型の多項式列に付随するシューア型関数 -----	12
鹿児島大・理	伊藤 稔(Minoru Itoh)
3. $U(\mathfrak{o}_n)$ の中心元の構成 -----	39
北海道工大・総合教育研究部	和地 輝仁(Akihito Wachi)
4. 対称対の Capelli 恒等式 -----	50
北海道工大・総合教育研究部	和地 輝仁(Akihito Wachi)
5. Calculation of Harish-Chandra homomorphism for certain non-central elements in the enveloping algebras of classical Lie algebras -----	69
拓殖大・工	織田 寛(Hiroshi Oda)
6. Poincaré-Birkhoff-Witt coefficients in $\mathfrak{sl}_2$ -----	97
名大・多元数理科学	落合 啓之(Hiroyuki Ochiai)
7. $D_n$ 型包絡環のパフィアン型中心元と Minor Summation Formula -----	106
鳥取大・工	橋本 隆司(Takashi Hashimoto)
8. $F_4$ 型 Weyl 群不変式の初等的構成法 -----	119
青山学院大・理工	谷口 健二(Kenji Taniguchi)
9. 附録：ON THE PROOF OF THE CAPELLI IDENTITIES -----	125
京大・理	梅田 亨(Tôru Umeda)

