結合コンパクト差分法を用いた

球面浅水系におけるジェット流からの重力波放射の数値実験

名古屋大学大学院・工学研究科 名古屋大学大学院・工学研究科 K本 憲彦 (Norihiko Sugimoto) Graduate School of Engineering, Nagoya University 名古屋大学・情報連携基盤センター 石井 克哉 (Katsuya Ishii) Information Technology Center, Nagoya University

板要

球面浅水系におけるジェット流からの自発的な重力波放射を,結合コンパクト差分法を用いた高精 度高解像度な非線形数値実験により調べた。初期にパランスした不安定なジェットの基本場に強 制を加えることで,継続的なジェットの非定常運動及びそこからの自発的的な重力波放射を実現し た.まず Fr 依存性では,定性的に同じ渦的流れ場から放射される重力波に変化が見られ,低 Fr で帯状,高 Fr で波数構造を持った.またジェットの緯度依存性では,緯度が増加するにつれ,渦的 流れの波数が減少し,重力波フラックスは減少した。その減少は低 Ro ほど顕著である。さらに, 低緯度ジェットから放射された重力波の高波数成分は,遠方まで伝播せず,重力波フラックスは高 緯度で減少した。また,f 平面近似のもとで,渦からの音波放射理論を援用し,球面浅水系におけ る重力波ソースを導出し,主要な重力波ソースを特定した。これらの結果は,定性的にf平面浅水 系の知見により解釈可能で,これまでの結果の有効性が示唆された。

1. はじめに

大気重力波は、重力により密度成層した大気中を伝播する、浮力を復元力とする波である.重力波は 遠方まで伝播するため、下層で励起された重力波が中層大気まで伝播すると、大きなエネルギーや運 動量を持つことになる.近年、この重力波の運動量輸送の働きによって、中層大気の大循環が駆動され る (Holton et al., 1995) ことが明らかになってきた.一方で、その励起源や励起機構も今日的な研究対 象である (Fritts and Alexander, 2003). 観測的研究では、極夜ジェット (Yoshiki and Sato, 2000) や、 亜熱帯ジェット (Kitamura and Hirota, 1989)、 台風 (Pfister et al., 1993) 等の強い回転成分流からの 重力波放射の可能性が報告されている.しかしながら、その放射過程は未だ十分に解明されていない.

これら回転成分流からの重力波の放射機構として、自発的な重力波放射過程が考えられる.これまで、 初期に非バランス状態を仮定し、そこからの重力波放射を議論する古典的な地衡流翻節過程 (Rossby, 1938) が、重力波の放射機構として研究されてきた.しかしながら、現実大気の継続的な重力波放射過 程は、むしろほぼパランスした流れの非定常運動に伴い、自発的に放射されることが多いと考えられ る (Ford et al., 2000).また近年の大気大循環モデル等の数値モデルを用いた研究では、低気圧の基礎 モデルである傾圧不安定 (O'Sullivan and Dunkerton, 1995; Zhang, 2004; Plougonven and Snyder, 2006 等) からの自発的な重力波放射も報告されている.しかしながら、これらのモデルは複雑な物理 過程を多く含み、自発的な重力波放射過程の総合的理解が得られる段階には未だ到っていない. 我々はこれまで、バランスした渦モードとバランスしない重力波モードを含むもっとも簡略化した 系である f 平面浅水系を用いた数値実験により、ジェットの安定性 (Sugimoto et al., 2007a) と強制 を加えた不安定なジェット流の非定常運動に伴う継続的な重力波放射を調べてきた (Sugimoto et al., 2005; 2007b; 2007c, 2007d). f 平面浅水系の特徴は回転の効果を無視すると、空力音響学における圧 縮性流体の方程式と等価な点にある. それゆえ、f 平面浅水系における重力波は空力音響学における 音波と対応づけられる. 本研究では、この系を拡張した、球面浅水系において、ジェットの非定常運動 に伴う自発的な重力波放射を調べる. 特に、球面の効果が重力波放射にもたらす影響に着目し、f 平面 近似で得られた結果の適用可能性を検討することが目的である.

2. 基礎方程式系と実験設定

本研究で用いる基礎方程式系は、強制散逸のある球面平面浅水方程式系である.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - \left(f + \frac{u \tan \theta}{a}\right) v = -\frac{g}{a \cos \theta} \frac{\partial h}{\partial \lambda} - \underbrace{\alpha(u - \overline{u})}_{forcing},\tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla v - \left(f + \frac{u \tan \theta}{a}\right) u = -\frac{g}{a} \frac{\partial h}{\partial \theta} - \underbrace{\alpha(v-0)}_{forcing},\tag{2}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla h + \frac{g}{a\cos\theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v\cos\theta}{\partial \theta} \right) = 0, \qquad (3)$$

ここで、 $h = \eta + H$ は水深で、 η は水面変位、Hは平均水深である. uは水平方向の流速ベクトルで、uと vはそれぞれ経度方向(λ)と緯度方向(θ)の速度成分である. また、aは地球半径、gは重力加速度 であり、 $f = 2\omega \sin \theta$ は、 ω を地球の回転角速度としたときの、コリオリパラメータである. 緩和時間 α のかかる項は、ジェットを維持する強制の効果で、ジェットの近傍にのみ加えた. ∇ の演算子は、球 面上の水平勾配で、

$$\nabla(u,v) \equiv \left(\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u}{\partial\lambda}, \frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial\theta}\right),\tag{4}$$

である.相対渦度ζと水平発散δはそれぞれ、

$$\zeta \equiv \nabla \times \boldsymbol{u} = \frac{1}{a \cos \theta} \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial (u \cos \theta)}{\partial \theta} \right), \tag{5}$$

$$\delta \equiv \nabla \cdot \boldsymbol{u} = \frac{1}{a \cos \theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right), \tag{6}$$

と表される.

基本場は次の式で与えられる順圧不安定な帯状ジェット (Hartmann, 1983) である.

$$\overline{u}(\theta) = \left(-\frac{af}{\tan\theta} \pm \sqrt{\left(\frac{af}{\tan\theta}\right)^2 + \frac{8fBU_0}{\tan\theta}\left(\frac{C}{1+C}\right) + \frac{4fBU_0\cos\theta}{\tan\theta}\operatorname{atan}C}\right)/2,\tag{7}$$

$$\overline{\eta}(\theta) = -\frac{fBU_0}{g} \operatorname{atan} C, \tag{8}$$



図 1: Ro = 10, Fr = 0.7 における帯状な基本場の緯度構造の拡大図: (左) $\overline{u}(\theta)$, (中) $\overline{\eta}(\theta)$, (右) $d\overline{\eta}(\theta)/d\theta$.

$$C = e^{2(\theta - \theta_0)/B}.$$

ここで, U₀, B はそれぞれ, ジェットの強さ, 幅を与えるパラメータと解釈することができる. この ジェットのパラメータによって, 無次元化パラメータ Ro(ロスビー数) と Fr(フルード数) を以下で定 義した.

$$Ro \equiv \frac{U_0}{fB}, \qquad Fr \equiv \frac{U_0}{\sqrt{gH_0}}.$$
(9)

本研究では $U_0 \ge B$ を固定したため、Ro は fを決め、Fr は $1/\sqrt{gH_0}$ を決めるパラメータになる.図1 に Ro = 10、Fr = 0.7における基本場の緯度構造の一例を示す.ポテンシャル渦度の緯度変化 dq(θ)/d θ ($\overline{q} = (\overline{\zeta} + f)/H_0$) がジェット領域で符号を変えるため、このジェットの基本場は順圧不安定の必要条 件を満たしている (Ripa, 1983).

非線形数値計算は、球面浅水方程式をスペクトル的解像度を持つ結合コンパクト差分法 (Nihei and Ishii, 2003) によって解いた. 分解能を 512 × 256 grids (λ 方向 × θ 方向) に設定し、極域でのグリッド 間隔の減少に対してローパスフィルターを課し、4次精度のルンゲクッタ法で時間積分した.

3. 重力波ソース及び重力波フラックス

本研究では、f 平面近似で得られたこれまでの結果の適用可能性を検討する. f 平面近似した球面 浅水系におけるライトヒル方程式は以下になる.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - c_0^2 \nabla^2 \end{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial t} \\ = \frac{1}{a^2 \cos \theta} \left[\frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \left(\frac{\partial (hu^2)}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \lambda \partial \theta} \left(\frac{\partial (2huv)}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \cos \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial (hv^2)}{\partial t} \right) \right\} \right]$$



図 2: (左) エンストロフィーの各波数成分 (1 – 8) の時間変化, (右) 発散 δ の t- θ 断面図. コンターは ±10^(-7,-6,-5,-4,-3), ±5 × 10^(-7,-6,-5,-4,-3) で, 正の値とゼロ値は実線, 負の値は破線である.

$$+\frac{1}{a^{2}\cos\theta}\left[\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial^{2}}{\partial\lambda^{2}}(-fhuv) + \frac{\partial^{2}}{\partial\lambda\partial\theta}(fhv^{2} - fhu^{2}) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left\{\cos\theta\frac{\partial}{\partial\theta}(fhuv)\right\}\right] \\ +\frac{1}{a^{2}\cos\theta}\left[\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial^{2}}{\partial\lambda^{2}}\left(\frac{g}{2}\frac{\partial}{\partial t}(h - H_{0})^{2}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left\{\cos\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{g}{2}\frac{\partial}{\partial t}(h - H_{0})^{2}\right)\right\}\right] \\ +F + D \tag{10}$$

ここで、 $c_0 = \sqrt{gH_0}$ は最も速い重力波の位相速度を表す.また、F、D はそれぞれ強制散逸と分散に伴う項である. 渦音理論を援用 (Lighthill, 1952; Ford, 1994) することで、式 (10) の左辺を重力波の伝播、右辺を重力波のソースとみなすことができる.

さらに、重力波を定量的に評価するため、球面浅水系における擬エネルギー A_e 及びそのフラックス F_eを以下を満たすように導入する.

$$\frac{\partial A_e}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F_e} = 0, \tag{11}$$

$$A_{e} = \frac{1}{2}H_{0}(u'^{2} + v'^{2}) + \overline{u}u'h' + \frac{1}{2}gh'^{2}, \qquad (12)$$

$$\boldsymbol{F_e} = \boldsymbol{u_0}\boldsymbol{A_e} + H_0(\boldsymbol{u_0}\cdot\boldsymbol{u'})\boldsymbol{u'} - \frac{1}{2}H_0(\boldsymbol{u'}\cdot\boldsymbol{u'})\boldsymbol{u_0} + \frac{1}{2}gh'^2\boldsymbol{u_0} + gH_0h'\boldsymbol{u'}.$$
 (13)

 $CCC, u = u_0 + u', u_0 = (\overline{u}, 0), u' = (u', v') C, h = H_0 + h' C D S.$

4. 結果

4.1 自発的な重力波放射の例

まず, Ro = 10, Fr = 0.7, $\alpha = 12$ における時間発展の結果を示す. 図 2 はエネルギーの各 λ 方向波 数成分の時間変化と λ 方向に平均した発散 δ $ot - \theta$ 断面図である. 左図では, 順圧不安定なジェットの 線形発達の様子が $t \sim 110$ あたりで見られる. その後, 各波数成分の非線形相互作用と, 強制による帯 状ジェットを維持する効果によって, 各成分のエネルギーはほぼ同じ値の近くで非周期的に変化して



図 3: 流れ場の時間発展の例. (左) 渦度 ζ , (中) 発散 δ , (右) ジオポテンシャルハイト Φ である. 渦度及 び発散では負の領域に, ジオポテンシャルハイトでは平均水深以下の領域にハッチがかけてある. コ ンターは (左)5 × 10⁻⁵ 間隔, (中)±10^(-7,-6,-5,-4,-3), ±5 × 10^(-7,-6,-5,-4,-3), (右)31.6 間隔 (平均水 深を基準として) で, 正の値とゼロ値は実線, 負の値は破線である.



図 4: 流れ場と重力波ソース (上段) 及び重力波ソースの各項 (下段) のスナップショット. 縦軸は緯度, 横軸は経度で, 北半球の半面を拡大して示す. (左上) 渦度, (中上) 発散と重力波ソース (式 (10) の右 辺), (右上) ジオポテンシャルハイト, (左下) 渦によるソース (右辺第1項), (中下) 地球回転に関わる ソース (右辺第二項), (右下) 水深の変化によるソース (右辺第3項) である. 重力波ソースはトーンで 示され, 上段における, コンターの値及び意味は (左上) が5×10⁻⁵ 間隔であることを除いて, 図3と 同様である.

いる ($t \ge 130$). また右図では、このジェットの不安定発達と、その後の継続的な非定常運動に伴って、 ジェット領域 ($\theta = 45$)の近傍から、継続的な重力波放射が起こっていることがわかる. この重力波放 射過程は、ほぼバランスした流れから自発的に放射され、過去に研究されている、初期に非パランス状 態を仮定する地衡流調節過程とは異なるものである.

流れ場の時間発展についてのスナップショットを3つの時間ステップ (t = 130, 137, 143) について, 図3に示す. 渦度場において見られるジェットの非定常運動に伴い, 発散場でジェット領域からの重力 波放射が見ることができる. 遠方に伝播する重力波の経度方向の波数は, ジェット領域の波数に比べて 小さいことがわかる. また強い渦度の領域は, 傾度風平衡により, ジオポテンシャルハイト ($\Phi \equiv gh$) 変化の大きい領域と一致している.

図4は、f平面近似によって渦音理論の援用から導出した重力波ソース((10)の右辺)のスナップ ショットである.f平面の結果(Sugimoto et al. 2007b)と同様に、強い渦的流れ領域(水深変化の大き い領域)に重力波ソースが局在していることがわかる.また、重力波ソースの主要項は渦的流れである が、地球回転に関わるソース項も同程度の大きさを持っている.これは、このパラメータで地球回転の 効果が重要であったf平面の結果(Sugimoto et al. 2007d)と整合的である.

4.2 パラメータ依存性

図5に Fr = 0.3, 0.5, 0.7 の流れ場を示す. 左図の渦的流れはどの Fr でも定性的に同じある一方で、



図 5: 流れ場の Fr 依存性. (上段)Fr = 0.3, (中段)Fr = 0.5, (下段)Fr = 0.7 で, (左) 渦度, (中)発散, (右) ジオポテンシャルである. 縦軸は緯度, 横軸は経度である. コンター及びハッチの値及び意味は 図 4 と同様である.



図 6: 流れ場のジェットの緯度依存性.上からそれぞれジェットの緯度が 75,60,45,30,15 で,(左)渦度,(中)発散,(右)ジオポテンシャルある.縦軸は緯度,横軸は経度である.ジェットの中心緯度は,コ ンター及びハッチの値及び意味は図 4 と同様である.



図 7: 重力波フラックスのジェットの緯度依存性. (左)Ro = 10, Fr = 0.7, (右)Ro = 3, Fr = 0.7 である. 縦軸に重力波フラックスの大きさ, 横軸にジェットの中心緯度を示す. 各線の意味は'eq' が赤道, 's1'~'s8' が緯度 $-10^\circ \sim -80^\circ$ (南半球) である.

中図の発散の分布より、遠方 ($\theta = -60^{\circ}$) で観測される重力波の様子は異なっている. 高 Fr の場合は、 水平方向に波数構造を持つ重力波が伝播している一方、低 Fr になるほど水平方向に変化しない帯状 な構造を持つことがわかる. これは f 平面浅水系での結果 (Sugimoto et al. 2007b) と整合的で、重力 波の分散関係式により、低 Fr では高波数成分が非伝播性になることに起因している.

図6に流れ場のジェットの緯度依存性を示す. 左図に示すように、高緯度にジェット中心が存在する 時,経度方向一周あたりの経路が低緯度ジェットに比べて短いため、渦的流れの波数が減少している. この渦的流れの波数変化に伴って、放射される重力波の波数構造にも変化が見られ、高緯度ジェットで 低波数,低緯度ジェットで高波数になる. しかしながら中図より、低緯度ジェットではジェット付近の 重力波は高波数であるのに対して、高緯度に伝播した重力波は低波数となっていることがわかる. こ れは重力波の分散関係より、高波数な重力波が高緯度領域で非伝播性になるためであると考えられる.

図7にジェットの中心緯度の違いによる重力波フラックスを $Ro = 10 \ge Ro = 3 \circ 2 \circ 0 \circ 3$ つて示す (Fr = 0.7). いずれの場合も、重力波フラックスは、高緯度ジェット程小さくなっている. これは図6で見られた、経度方向の周回距離の減少に伴って、渦的流れの波数が減少するためであると考えられる. 渦的流れの波数の減少は、経度方向に積算した重力波ソースの積算量の減少につながっている. 一方で、Ro = 10 では、各緯度の重力波フラックスが重なるが、Ro = 3 では低緯度ジェットで重力波フラックスは重なっていない. また、ジェットの緯度の増加に伴う、重力波フラックスの減少の度合は Ro = 3 o 場合の方が大きい. Ro = 3 において、低緯度ジェットから放射された重力波の高波数成分は、重力波の分散関係により高緯度まで伝播できない. また、Ro = 3 の高緯度ジェットの場合には、地球回転の効果が高緯度になるほど大きくなるため、過去の研究 (Sugimoto et al., 2007d)で示されいているように、重力波放射が妨げられていると考えられる.

5. おわりに

本研究では、球面浅水系において、ジェットの非定常運動に伴う自発的な重力波放射を、結合コンパクト差分を用いた非線形数値実験によって調べた.近年、初期にパランスした渦的流れの、不安定

発達過程での自発的な重力波放射は、理論 (Vanneste and Yavheh, 2004), 観測, 室内実験 (Williams, 2005), 数値実験等でいくつか報告されている.本研究では、基本場として初期に水面変位とバランス する順圧不安定なジェット流を設定し、ジェットを維持する強制を加えることで、継続的なジェットの 非定常運動を実現した.その結果、ほぼバランスした渦的流れの非定常運動に伴って、重力波が自発的 に放射される過程を、継続的に再現することに成功した.

この中で, Fr 依存性を調べた実験では, ジェット領域では定性的に同じ渦的流れ場が観測される一 方で, 遠方では性質の異なる重力波が観測された.高 Fr では遠方で, 波数構造を持つ重力波が観測さ れるのに対して,低 Fr では帯状な重力波しか観測されない.これは f 平面浅水系での過去の結果と 整合的で, 重力波の分散関係より,低 Fr では波数構造のある重力波が非伝播性になるためだと考えら れる.

またジェットの緯度依存性を調べた実験では、経度方向の周回距離の違いによって、渦的流れに変化 が見られた. すなわち、高緯度ジェットに比べて、低緯度ジェットの方が渦的流れの波数が多い. この ことを反映し、重力波フラックスはジェットの緯度が高緯度になるほど減少した. また、地球回転の効 果が重要な低 Ro の場合、低緯度ジェットから放射された重力波の高波数成分は高緯度まで伝播しな い. 高緯度域では地球回転の効果が増大することにより、慣性振動数が大きくなり、重力波が伝播でき ないためである. また渦的流れの非定常運動の振動数が慣性振動と同程度である低 Ro では、高 Ro の 場合に比べ、重力波フラックスの緯度の増加に伴う減少は、より顕著であった. 高緯度で地球回転の効 果が重力波放射を抑制するためである.

さらに本研究では、f 平面近似のもとで、渦からの音波放射理論を授用し、球面浅水系における重力 波ソースを評価した.その結果、重力波ソースへの主要な寄与は渦的流れによるものであることが示 された.一方で、これまでの f 平面での結果と整合的に、低 Ro では、地球回転に関わる重力波ソース も比較的大きくなることが得られた.

球面浅水系では、各領域に対して地球回転の効果が変化するため、もはやfの効果は一定ではない. しかしながら、本研究で得られた結果は、定性的にこれまでのf平面浅水系の知見による解釈が可能 であり、f面近似の有効性を示している。今後は、パラメータ数値実験により低 Roでの重力波フラッ クスの極大の有無や Fr のべき則の存在を調べることで、f面近似の適用限界及び球面の効果につい てのさらなる検討を行う予定である。

謝辞

本研究は 21 世紀 COE プログラム「計算科学フロンティア」(名古屋大学)の援助を得て行いました. 教値実験には名古屋大学情報連携基盤センターの HPC2500 を用いて行いました.作図には地球流体 電脳ライブラリ、解析には ISPACK(Ishioka, 2005)を用いました.ここに記して謝意を表します.

参考文献

Ford, R. 1994. Gravity wave radiation from vortex trains in rotating shallow water. J. Fluid Mech., **281**, 81–118.

 $\mathbf{24}$

Ford, R., McIntyre, W. E. and Norton, W. A. 2000. Balance and the slow quasimanifold: some explicit results. J. Atmos. Sci., 57, 1236-1254.

Fritts, D. C. and Alexander, M. J. 2003. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Reviews of Geophysics*, **41**(1), 1003.

Hartmann, D. L. 1983. Barotropic instability of the polar night jet stream. J. Atmos. Sci., 40, 817-835.

Holton, J, R., Haynes, P. H., McIntyre, M. E., Douglass, A. R., Road, R. B., and Pfister, L. 1995. Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, **33**, 403–439.

Ishioka, K. 2005. ispack-0.71, http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/, GFD Dennou Club.

Kitamura, Y. and Hirota, I. 1989. Small-scale disturbances in the lower stratosphere revealed by daily rawin sonde observations. J. Meteor. Soc. Japan, 67, 817-831.

Lighthill, M. J. 1952. On the Sound generated aerodynamically, I. Proc. Roy. Soc. London, 211A, 564–587.

O'Sullivan, D. and Dunkerton, T. J. 1995. Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. J. Atmos. Sci., 52, 3695-3716.

Pfister, L. W., Chan, K. R., Bui, T. P., Bowen, S., Legg, M., Gary, B., Kelly, K., Proffitt, M., and Starr, W. 1993. Gravity waves generated by a tropical cyclone during the step tropical field program: a case study. J. Geophys. Res., 98, 8611–8638.

Plougonven, R. and Snyder, C. 2006. Inertia-gravity waves spontaneously generated by jets and fronts. Part I: Different baroclinic life cycles. J. Atmos. Sci., accepted.

Ripa, P. 1983. General stability conditions for zonal flows in a one-layer model on the β -plane or the sphere. J. Fluid Mech., 126, 463–489.

Rossby, C. G. 1938. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. J. Mar. Res., 1, 239-263.

Sugimoto, N., Ishioka, K., and Yoden, S. 2005. Froude Number Dependence of Gravity Wave Radiation From Unsteady Rotational Flow in f-plane Shallow Water System. *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 54, 299-305.

Sugimoto, N., Ishioka, K., and Yoden, S. 2007a. Balance regimes for the stability of a jet in an *f*-plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (in press).

Sugimoto, N., Ishioka, K., and Yoden, S. 2007b. Gravity wave radiation from unsteady rotational flow in an f-plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (to appear).

Sugimoto, N., Ishioka, K., and Ishii, K. 2007c. Source models of gravity waves in an f-plane shallow water system, *Proceedings of International Symposium on Frontiers of Computational Science 2005*, (in press).

Sugimoto, N., Ishioka, K., and Ishii, K. 2007d. Parameter Sweep Experiments on Spontaneous Gravity Wave Radiation From Unsteady Rotational Flow in an *F*-plane Shallow Water System. *J. Atmos. Sci.*, (submitted).

Vanneste, J. and Yavneh, I. 2004. Exponentially small inertia-gravity waves and the breakdown of quasigeostrophic balance. J. Atmos. Sci., 61, 211-223.

Williams P. D., Haine, T. W. N., and READ, P. L. 2005. On the generation mechanisms of short-scale unbalanced modes in rotating two-layer flows with vertical shear. J. Fluid Mech., 528, 1-22.

Yoshiki, M. and Sato, K. 2000. A statistical study of gravity waves in the polar regions based on operational radiosonde data. J. Geophys. Res., 105, 17995-18011.

Zhang, F. 2004. Generation of mesoscale gravity waves in upper tropospheric jet-front systems. J. Atmos. Sci., 61, 440-457.