

教員養成学部の「数学」教科専門科目カリキュラムの 現状把握と理想的モデル案に向けた調査検討の構想

滋賀大学教育学部 丹羽雅彦 (Masahiko Niwa)
Faculty of Education, Shiga University
鳴門教育大学 松岡 隆 (Takashi Matsuoka)
Naruto University of Education

1. はじめに

日本数学会「教員養成大学・学部数学教員懇談会」を母体とするプロジェクト「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」を 2008 年度 5 月から開始し、その第 1 グループ「教員養成学部における教科専門科目の内容の現状調査と理想的カリキュラムモデルの構想」は、丹羽雅彦（滋賀大学教育学部）、松岡隆（鳴門教育大学）、川崎謙一郎（奈良教育大学）の 3 名が担当している。

どのような視点で数学教科専門科目の現状を把握するのか、どのような方針で“理想的なモデル”を構想するのかについて、両者をからみ合わせながら検討の方向性を探ってきた。現在は、私たちの当面の到達目標および残される課題を整理する段階である。以下は、その中間報告である。

2. 数学教員の養成の現状

中学校・高等学校の数学教員の養成は、課程認定を行っている学部の違いによって、大別して次の 3 つのタイプに分かれると考えられる。

- ① 教員養成学部の数学教育専修など。
- ② 理学部数学科およびそれに近い学部・学科など。
- ③ 工学部、情報科学部などの学部。

教員養成学部等①においては、教科専門科目の必修単位は 28 単位くらいで、教科専門の教員数は 5 名以上いて（法人化以後、欠員を抱えている学部も多いが）、大学ごとに重点のおき方は異なるが、専門領域に一応バランスのとれた科目の配置がなされている。下記 3 の(1)と(2)のいずれの立場にたつにせよ、教員

養成学部では、小中高の数学教育との繋がりに配慮された教育がなされているのが普通である。専門の数学の単位が不足していることで、証明などをじっくり行う指導が不十分であるが、通常、卒業論文のためのゼミ等があり、数学の本を1冊以上読んでいく中で論理的演繹の訓練がなされている。

理学部等②においては、専門の数学の単位が60単位以上あり、数学的な能力の育成については、最も充実している。しかし、こうして育成された専門的な数学の能力を数学教育の能力に繋げたり、生かしたりする視点の科目が設定されていることは稀である。また、全教員に占める数学科出身者の割合は高等学校教員にあっても意外に少数である。

工学部等③においては、その学科で学ぶ基礎的な専門科目のうち数学に関連した科目を教員免許の数学の科目に読み替えていることが多い。そのため、学科にもよるが、数学の教科専門科目としてはバランスに欠けたものになっていることが多い。高等学校等の数学教員に占める割合は②より多いにも拘わらず、専門数学および数学教育に関するカリキュラムは不十分である場合が多い。

3. 教員養成課程の教科専門科目のあり方の2つの考え方

「数学」教科専門科目のあり方について、大きく分けて2つの考え方があると思う。

- (1) 学問的な教養として「数学」を学ぶ。従って、数学科と目標や内容に違いがない。
- (2) 教員としての能力を育成する一部として学ぶ。すなわち教科の内容学であるという位置づけ。

小学校の教科専門科目は、ほとんど教員養成学部において、必修単位が2単位で、(2)の考えで実施されている。中学校・高等学校の教科専門科目としての「数学」は上記の2つ考えが並存していると思われる。

第2次大戦後の学制改革で、教員養成の「開放制」と師範学校から「学芸学部」への移行により、学問的な教養を重視した教員の養成が求められるようになった。60年代には、「教育学部」への移行が図られ、80年代には全国の各教育学部に大学院「教育学研究科」が設置され、徐々に教員養成としての専門性を重視する流れが始まった。50～80年代の大勢は、師範学校からの脱皮を図った教育学部における学問的な教科専門教育の充実の流れが主流であった。90年代以降、「教員養成審議会答申」「教員養成大学学部の在り方懇談会」などにより、教員養成のあり方が問われ、各教員養成大学・学部において、教員養成教

育の改革が進展してきた。しかしながら、教育学部の教科専門科目のあり方については、未だ共通の認識が成立しているとは言い難いと思う。

教員養成学部の教科専門教育については、それぞれの教員養成大学・学部および個々の授業担当者による改善の取り組みや努力が広範になされてきているにもかかわらず、それらの試みを交流することや統一した流れにすることは余りなされてはいないのが現状である。今回のプロジェクトは、教科専門教育の担い手である私たちが、数学者としての立場から共同して方向性を発信していこうという点で重要な意義があると思われる。

4. 数学専門科目の目的：育成すべき能力

数学専門科目により育成すべき能力は、

(a) 算数・数学を学校教育において教えることの意義を理解し、数学の本質を正しく認識して自信をもって数学を指導できる能力。

(b) 抽象的思考に慣れ、論理的に正しい思考を展開し表現できる能力。

であり、そのために具体的には、次のような能力の育成をめざすことが求められる。

- ① 学校教育における算数・数学科の内容の背景にある数学の理論の本質を理解し、教科内容において重点をおくポイントおよび必要性の低さを的確に見抜く能力。
- ② 学校数学の内容における重要なポイントに対して、独自の工夫を加え内容を明確で分かりやすく説明できる能力。
- ③ 子どもの発言やつぶやき、またつまずきに含まれる発想の芽や本質的な点を見逃さず拾い上げ発展させる授業を展開できる能力。
- ④ 知的好奇心を呼び起こす教材や数学的活動を創意工夫して作りだし、子どもの興味・関心をひき出す授業を展開できる。
- ⑤ 数学の面白さや美しさを伝えて、子どもの興味・関心を育てる能力。
- ⑥ 子供が数学を創造するような知的探求の場とする授業を実践できる能力。
- ⑦ 教科内容がどのように変更されようと、主体的な教材研究を行的確な対応ができる能力。

これらの目的を達成できる教員を育成するためには、養成段階である大学教育において充実した数学専門の教育が絶対に必要であるというのが、教員養成大学・学部数学教員懇談会に会している日本数学会会員の共通の認識であったし、今もそうであると考える。

5. 数学専門科目の再構築のための視点

子どもの発達に応じた学校数学を担う中学校・高等学校の数学教員（および小学校教員）を養成する学部として、専門数学の教育の再構築を考えたい。

(1) 学校教育の数学教育の目的および育成すべき能力の視点から

次のような数学教育の目的を頭に置きたい。

- ① 数学教育の文化的目的では、1つの思想体系としての数学をアピールすること。人間の知性がつくりあげた自由で論理的で美しい文化を享受し、継承・発展させること。
- ② 数学教育の陶冶的目的では、合理性・自律性を重んじる人間の育成。論理的な思考力、創造的な思考力の育成。
- ③ 数学教育の実用的目的では、日常生活に役立つ知識・技能の育成。数理的小および幾何学的な認識力を生かした問題解決能力と創造力の育成。情報の数学的な処理能力の育成。

これらの育成を担う学生を養成するために、内容を精選しながらも高度化する視点を持ちたい。

(2) 研究者養成学部・学科とは異なる視点

数学科等で行われている専門教育のうえに教員養成で求められる内容を付け加えることは、授業時間数から考えても不可能だから、内容を精選する必要がある。そのために、次の諸点を指摘しておきたい。

- ① 研究者養成の学科での授業のような定義、補題、定理、系が繰り返されるような理論重視の教授法は適切ではないと考える。数学理論の体系性を背景にもちながら、小中高の数学教育や他の教科などの繋がりに配慮した種々の例により、図形化や計算などを体験させるような教育が望まれる。
- ② 研究者養成の学科で求められる厳密な証明（論理的演繹）の訓練は必要ないのではないか。命題論理と述語論理の基礎的な訓練をいくつか科目のいくつかの場面で行い、多くの場面では、定理の意味、特別の場合の説明や計算、ヴィジュアルな幾何学的な説明、発見的推論などで置き換えても構わないのではないかと考える。
- ③ 逆に、数学を応用する学部等で行われているような、理論的な定理等を前提として認めて、計算の習熟のみを目指す教育（題材の選択も含めて）も不適切であると考え。“どのように”だけでなく“なぜ”そうなるのかに答えるのが数学教育にとって最も重要な目的であるから、定理の意味や根拠を多面的な視点から与えることが望まれる。

- ④ 学問的な体系性にそって理論を何回かにわたって展開するよりは、1回1回の授業では1つのテーマをもったトピック的な話題で展開しながら、科目全体として体系性をもつような授業構成が望ましい。

ここで提起した諸視点は、授業の教育内容に即して個別の提案と検証を行う研究が今後必要となる。

(3) 教員養成学部において特に重視すべき視点

① 歴史性を重視する。

数学上の概念、定理、理論などの成立過程を理解することは特に重要である。教員養成学部では、学問の継承と創造を目的とする学科と異なり、人間にとって数学という学問の存在意義を学ぶことが重要だからである。

② 多様な理解を重視する。

授業構成では、証明の理解のみでなく、計算ができる、図示ができる、イメージがもてるなどの多様な能力の育成を目指すべきである。定理や証明の与え方には、演繹的な推論だけでない工夫が必要である。

③ 理論間、話題間の繋がりを重視する。

学んでいる科目間の繋がり、小中高で学んだ算数・数学との繋がり、他教科・他分野との繋がりなどに留意する必要がある。

④ 問題解決型、課題探求型の授業を考慮する。

探求するプロセスで数学的内容の意義を発見していくことができ、数学学習において獲得すべき種々の技能が確認できるからである。

⑤ 卒論等の準備として設定されるゼミの重要性。

授業ではできないような、証明を丁寧に読み理解するという経験ができる。さらに、既知の内容であっても、「数学の探究」を体験できる。また、他のゼミ生に分かりやすく説明することで数学的内容の理解も深まり、教育的な能力も高められる。など、いずれも通常の授業ではできない能力の育成が可能になる。

これらの視点についても、教育内容に即した提案と検証を行う研究が必要である。

本グループの川崎[1]は、この報告書で「リンク (つながり)」の重要性の視点からの研究を報告している。松岡[2]は、学校教育の算数・数学の目的との関連で数学専門科目のあり方を原理的に検討している。丹羽[3][4]は、教員養成学部の数学専門科目における証明の扱いについて具体的に検討 (未完) している。

6. 数学教科専門科目の現状調査および理想的なモデル案の構想を進める方法

調査の対象は、国立大学法人教員養成大学・学部限定した。まず、この範囲で研究を進め、一定の成果を挙げたうえで広げていくことがよいと判断した。

(1) 調査1：各大学の教科専門科目の開講科目名、担当者、必修単位数の調査

2008年11月に実施した。17学部から回答をえた。科目名、担当者についてはこの報告では述べない。開講科目数、必修単位数を整理すると次の通りである。

教員養成学部：大学別「中等数学」の教科に関する科目の必修単位数

大学・学部	必修単位の計	代数学	幾何学	解析学	「確率論」「統計学」	コンピュータ	分野を指定しない選必修単位数	分野以外の数学必修科目	
教育大学	1	30	6	6	6	2	2	10	
	2	28	2	2	2	2	2	18	
	3	28	6	6	10	2	4		12
	4	30	4	4	4	4	4	10	
教育学部	5	24	6	6	6	2	4		8
	6	20	2	2	2	2	2	10	
	7	20	2	2	2	2	2	10	
	8	28	4	4	4	4	2	10	
	9	34	6	6	6	6	4	6	
	10	28	10	4	6	2	2	4	
	11	30	2	2	2	2	2	20	
	12	24	2	2	2	2	4	12	
	13	28	6	4	6	4	2	6	2
他名称	14	22	2	2	2	2	2	12	
	15	28	4	2	2	2	2	16	
	16	28	4	4	4	2	2	12	4
	17	26	2	2	2	2	2	16	

教員養成学部：大学別「中等数学」の教科に関する科目の講義科目数

大学・学部	講義科目数の計	代数学	幾何学	解析学	「確率論」 「統計学」	コンピュ ータ	分野以外 の数学科 目	
教 育 大 学	1	18	4	4	4	2	2	2
	2	12	3	3	3	2	1	
	3	40	9	9	13	1	2	6
	4	23	4	4	4	5	4	2
教 育 学 部	5	28	6	6	6	2	4	4
	6	15	3	3	4	3	2	
	7	20	5	5	5	3	2	
	8	27	6	7	7	4	3	
	9	18	4	4	4	4	2	
	10	24	7	3	7	4	3	
	11	19	6	6	5	1	1	
	12	22	5	6	6	3	2	
	13	29	7	6	7	6	1	2
他 名 称	14	21	6	5	7	2	1	
	15	26	6	4	7	5	4	
	16	22	5	5	5	1	1	5
	17	23	6	5	6	4	1	1

[注 1] 大学・学部名は以下の通り、

- 1 鳴門教育大学 2 兵庫教育大学 3 大阪教育大学 4 奈良教育大学
- 5 熊本大学教育学部 6 愛媛大学教育学部 7 高知大学教育学部
- 8 広島大学教育学部 9 島根大学教育学部 10 滋賀大学教育学部
- 11 群馬大学教育学部 12 宇都宮大学教育学部 13 弘前大学教育学部
- 14 大分大学教育福祉科学部 15 福井大学教育地域科学部
- 16 金沢大学人間社会学域学校教育学類 17 山梨大学教育人間科学部

[注 2] (卒論等のための)ゼミ科目等は上記の数値から外している。

数学専門科目の必修単位数の平均は、約 27 単位である。免許法上の最低単位数は 20 単位であり、プラスしている学部が多いが、旧免許法の 40 単位から見ると 7 割以下となっている。

数学専門科目の総単位数は、各学部でバラバラである。その理由は、新免許法への移行の際の対応の違いと併設するゼロ免課程との関連もあると考えられ

る。

(2) 調査 2 : 教員養成学部の「中等数学」教科に関する科目の内容の調査

当初、各教員養成学部のシラバスを調べればよいのではと考えたが、次の理由で、この方法では調査は非常に困難であることが分かった。

- ① 数学専門科目の数が総計 1300 科目余りあり、その中に 10 数個ある各項目を調べ上げることはほとんど不可能である。
- ② 総合大学の場合など、どの数学科目が免許における教科に関する科目であるかどうかをシラバスからは判断することが非常に困難である。
- ③ シラバスの記載方法が大学により多様で、科目の内容を同じ基準で捉える事ができない。

そこで、次のような調査方法を行うことが適切であると考えた。

- (1) まず、各分野（代数学、幾何学、解析学、確率・統計、コンピュータ）ごとの“仮の理想的モデル案”を作成する。ただし、上記分野中の確率・統計は本グループに協力していただける方を見つけることができなかったことにより、コンピュータは大学ごとの多様性が大きすぎることにより、今回は調査対象から見送って、代数学、幾何学、解析学の 3 分野のみで調査を実施することとした。
- (2) 仮のモデル案はできているが、これらを調査しやすいように細分する作業を計画している。2 単位 15 コマの授業を基本単位とするのではなく、5~8 コマの小分野を設けてその中の授業内容の項目を作り、それらに基づいて調査を行う。
- (3) 日本数学会の教員養成大学・学部数学教員懇談会に所属する各大学担当者に協力をいただき、2009 年 4~5 月にかけて調査を実施する予定である。各項目について、数学教育専修等（名称は種々であるが）の必修科目または大多数の学生が受講する授業で扱っているかそれとも一部少数受講する授業で扱っているか、または全く扱われていないかを調べてもらう。また、後二者の場合には、扱うことが望ましいかどうかも聞きたい。
- (4) 上記の調査を整理し、その結果をもとに仮のモデル案を見直して、数学専門科目はこれだけ必要であると私たちが現在考えるところの理想的モデル案を作成したいと考えている。
- (5) さらに、このモデル案についても秋以降にいろいろな意見を聞きたい。

(3) 調査 3 : 教員養成学部における数学専門科目の有効な教育方法に関する調査

以上の調査およびモデル案の作成が順調に進んだ場合は、秋から、種々の有

効で優れた教育方法を探ることや卒業論文のためのゼミのあり方などを検討する方向へと移りたいと考えている。これらの内容については、まだ検討段階である。

参考文献

- [1] 川崎謙一郎「理数科教員養成の中の数学教員養成のカリキュラムの構成の一例－数学教師に必要な数学能力形成に関する学士課程カリキュラム編成の例－」，本報告書
- [2] 松岡隆「第4章 数学科の教科内容構成の原理と枠組み」，西園芳信・増井三夫編「教育実践から捉える教員養成の教科内容学研究」風間書房，2009年出版予定
- [3] 丹羽雅彦「教員養成課程の教科「数学」専門科目における「証明」の扱いに関する考察Ⅰ」，滋賀大学教育学部紀要 第56号(2006)pp.63-75
- [4] 丹羽雅彦「同上Ⅱ」，同上 第57号(2007)pp.23-40