

細長い容器内の二層流体のファラデー波の励起と共鳴

京都大学 情報学研究科 複雑系科学専攻 船越 満明 (Mitsuaki Funakoshi)

田村 桂太 (Keita Tamura)

Department of Applied Analysis and Complex Dynamical Systems,
Kyoto University

ファラデー波とは、自由表面あるいは界面をもつ流体を入れた容器を、ある波のモードの固有振動数の 2 倍に近い振動数で鉛直方向に加振するとき、パラメータ共鳴により生じる波のことである。本研究では、この二層流体中のファラデー波の問題を、上層流体が自由表面を持つように拡張した。この場合は、定在波の各波数に対して 2 つの振動数をもつ波が可能であり、振動数の大きい方を表面波モード、小さい方を内部波モードと呼ぶことにする。

上層、下層の水深がそれぞれ h_1, h_2 であり、密度がそれぞれ $\rho_1 [= \rho_2(1 - \Delta)]$, ρ_2 である、自由表面をもつ二層流体を入れた細長い容器 (長さ L 、幅 W 、 $L \gg W$) を考える。この容器を鉛直方向に振動数 $2\omega_f$ で加振する場合、 $2\omega_f$ が容器の長さ方向の壁に平行な等変位線をもつ波数 $k_0 (= n\pi/W$, ここで n は正整数) の定在波 (表面波モードあるいは内部波モード) の固有振動数 ω_0 の 2 倍に近い場合には、パラメータ共鳴によってファラデー波が励起される。この波の複素振幅 u が容器の長さ方向 (x 方向) にゆるやかに変化し、また時間 t とともにゆっくりと変化すると仮定すると、 $L \rightarrow \infty$ の場合には、非線形シュレディンガー方程式に類似した次の方程式が導出される。

$$i \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \lambda u \right) + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta u |u|^2 + cu + \delta u^* = 0 \quad (1)$$

ここで、 u^* は u の複素共役、 c は $\omega_f - \omega_0$ に比例する定数、 δ は加振振幅に比例する定数、 λ は波の線形減衰を表わす定数である。定数 β, γ の値は、 $k_0 h_1, k_0 h_2, \Delta$ の値によって決まり、 γ はつねに正、 β は正負いずれの値もとる。

本研究では、系のパラメータの値に対する β の符号の依存性と (1) の解の特徴について調べるとともに、波数 k_0 の内部波モードと波数 $3k_0$ の表面波モードのファラデー波の 1:3 共鳴についても考察した。