

数理解析研究所講究録 1767

保型形式と関連する跡公式, ゼータ関数の研究

京都大学数理解析研究所

2011年10月

*RIMS Kôkyûroku 1767*

*Automorphic forms, trace formulas and zeta functions*

*January 17~21, 2011*

*edited by Yasuro Gon*

*October, 2011*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## はじめに

この講究録は、2011年1月17日（月）から1月21日（金）の日程で開催された RIMS 研究集会「保型形式と関連する跡公式，ゼータ関数の研究」の報告集です。研究集会でご講演頂いた講演者の方々，ならびにご参加頂いた方々に心より感謝申し上げます。

研究代表者 : 権 寧魯 (九州大学)  
副代表者 : 森山 知則 (大阪大学)

This volume is the proceedings of the RIMS workshop: “Automorphic forms, trace formulas and zeta functions”, January 17–21 2011. There were 20 research talks on recent development of automorphic forms and related topics. We thank the speakers for their excellent lectures and the articles they have contributed.

The organizers : Yasuro Gon (Kyushu Univ.)  
Tomonori Moriyama (Osaka Univ.)

# 保型形式と関連する跡公式，ゼータ関数の研究

## RIMS 研究集会

京都大学数理解析研究所共同研究事業の一つとして、下記のように研究集会を催しますので、ご案内申し上げます。

研究代表者 権 寧魯 (九州大学 数理学研究院)  
副代表者 森山 知則 (大阪大学 理学研究科)

### 記

日時： 2011年1月17日(月) 13:25～  
1月21日(金) 12:00

場所： 京都大学数理解析研究所 4階420号室  
京都市左京区北白川追分町  
(市バス 京大農学部前 または 北白川 下車)

### プログラム

#### 1月17日(月)

- 13:25 - 13:30 Opening  
13:30 - 14:30 Steven Spallone (University of Oklahoma)  
Stable trace formulas and discrete series multiplicities  
14:45 - 15:45 加藤信一 (京都大学), 高野啓児 (明石高専)  
 $p$ -進体上の対称空間の離散系列表現  
16:00 - 17:00 古澤昌秋 (大阪市立大学)  
ある相対跡公式の基本補題のヘッケ環への拡張について

#### 1月18日(火)

- 9:45 - 10:45 竹森 翔 (京都大学)  
Degree 2 の  $p$  進 Siegel-Eisenstein 級数  
11:00 - 12:00 並川健一 (大阪大学)  
Adjoint  $L$  関数の特殊値と保型形式の合同について  
13:30 - 14:30 Gombodorj Bayarmagnai (東京大学)  
Differential equations satisfied by principal series  
Whittaker functions on  $SU(2, 2)$   
14:45 - 15:45 宮崎 直 (東京農工大学)  
 $Sp(2, \mathbb{C})$  上の主系列 Whittaker 関数の明示公式  
16:00 - 17:00 織田孝幸 (東京大学), 古関春隆 (三重大学),  
早田孝博 (山形大学)  
 $SU(3, 1)$  の大きな離散系列表現の再生核の明示公式

1月19日(水)

- 9:45 - 10:45 David Yuen (Lake Forest College)  
Paramodular Forms
- 11:00 - 12:00 岡崎武生 (奈良女子大学)  
Theta correspondence for  $GSp(4)$  and  $GSO(4, 2)$
- 13:30 - 14:30 林田秀一 (大阪大学)  
Lifting of pairs of elliptic modular forms to Siegel modular forms of half-integral weight of degree two
- 14:45 - 15:45 池田 保 (京都大学), 平賀 郁 (京都大学)  
 $SL_2$  の被覆群の跡公式とその応用
- 16:00 - 16:30 伊原康隆 (京都大学)  
斎藤-新谷 lifting とフェルマ予想 (歴史のひとつ)
- 16:40 - Organizers  
「来年度の RIMS 集会について」
- 18:00 - 懇親会

1月20日(木)

- 9:45 - 10:45 奈良忠央 (東北大学)  
楕円曲線  $y^2 = x^3 + n$  のモデル・ヴェイユ群について
- 11:00 - 12:00 Dan Yasaki (University of North Carolina at Greensboro)  
On modular forms and elliptic curves over the field of fifth roots of unity
- 13:30 - 14:30 Yiannis Petridis (University College London)  
Dissolving cusp forms into resonances: Higher order Fermi's Golden Rules
- 14:45 - 15:45 水野義紀 (徳島大学)  
二元二次形式の類数の二乗に付随するディリクレ級数について
- 16:00 - 17:00 都築正男 (上智大学)  
Spectral means of central values of automorphic  $L$ -functions for  $GL(2)$

1月21日(金)

- 9:45 - 10:45 Bernhard Heim (German University of Technology in Oman)  
Igusa's modular form of weight 10  
(joint work with Atsushi Murase (Kyoto Sangyo University))
- 10:55 - 11:55 若槻 聡 (金沢大学)  
カスプ形式の空間の次元についての法2の合同式
- 11:55 - 12:00 Closing

# Automorphic forms, trace formulas and zeta functions

RIMS Conference

Organizers: Yasuro Gon (Kyushu University)  
Tomonori Moriyama (Osaka University)

Date : January 17, 2011 – January 21, 2011  
Venue : Room 420  
Research Institute for Mathematical Sciences  
Kyoto University, Kyoto, JAPAN.

## Jan.17 (Mon)

- 13:25 - 13:30      Opening
- 13:30 - 14:30      Steven Spallone (University of Oklahoma)  
Stable trace formulas and discrete series multiplicities
- 14:45 - 15:45      Shin-ichi Kato (Kyoto University),  
Keiji Takano (Akashi College of Technology)  
Discrete series for symmetric spaces over  $p$ -adic fields
- 16:00 - 17:00      Masaaki Furusawa (Osaka City University)  
On the extension of the fundamental lemma for a certain relative  
trace formula to the full Hecke algebra

## Jan.18 (Tue)

- 9:45 - 10:45      Sho Takemori (Kyoto University)  
 $p$ -adic Siegel-Eisenstein series of degree 2
- 11:00 - 12:00      Kenichi Namikawa (Osaka University)  
On special values of adjoint  $L$ -functions and the congruence  
of modular forms
- 13:30 - 14:30      Gombodorj Bayarmagnai (University of Tokyo)  
Differential equations satisfied by principal series  
Whittaker functions on  $SU(2, 2)$
- 14:45 - 15:45      Tadashi Miyazaki (Tokyo University of Agriculture and Technology)  
Explicit formulas of principal series Whittaker functions  
on  $Sp(2, \mathbb{C})$
- 16:00 - 17:00      Takahiro Hayata (Yamagata University),  
Harutaka Koseki (Mie University),  
Takayuki Oda (University of Tokyo)  
Toward explicit formula of the reproducing kernel of the large  
discrete series of  $SU(3, 1)$

**Jan.19 (Wed)**

- 9:45 - 10:45 David Yuen (Lake Forest College)  
Paramodular Forms
- 11:00 - 12:00 Takeo Okazaki (Nara Women's University)  
Theta correspondence for  $GSp(4)$  and  $GSO(4, 2)$
- 13:30 - 14:30 Shuichi Hayashida (Osaka University)  
Lifting of pairs of elliptic modular forms to Siegel modular forms of half-integral weight of degree two
- 14:45 - 15:45 Kaoru Hiraga (Kyoto University),  
Tamotsu Ikeda (Kyoto University)  
On the trace formula for the covering groups of  $SL_2$  and its application
- 16:00 - 16:30 Yasutaka Ihara (Kyoto University)  
Saito-Shintani lifting and "Fermat Last Theorem"  
(historical comment)
- 18:00 - Banquet

**Jan.20 (Thu)**

- 9:45 - 10:45 Tadahisa Nara (Tohoku University)  
On the Mordell-Weil group of the elliptic curve  $y^2 = x^3 + n$
- 11:00 - 12:00 Dan Yasaki (University of North Carolina at Greensboro)  
On modular forms and elliptic curves over the field of fifth roots of unity
- 13:30 - 14:30 Yiannis Petridis (University College London)  
Dissolving cusp forms into resonances: Higher order Fermi's Golden Rules
- 14:45 - 15:45 Yoshinori Mizuno (Tokushima University)  
Dirichlet series associated with square of the class numbers
- 16:00 - 17:00 Masao Tsuzuki (Sophia University)  
Spectral means of central values of automorphic  $L$ -functions for  $GL(2)$

**Jan.21 (Fri)**

- 9:45 - 10:45 Bernhard Heim (German University of Technology in Oman)  
Igusa's modular form of weight 10  
(joint work with Atsushi Murase (Kyoto Sangyo University))
- 10:55 - 11:55 Satoshi Wakatsuki (Kanazawa University)  
Congruences modulo 2 for dimensions of spaces of cusp forms
- 11:55 - 12:00 Closing

保型形式と関連する跡公式, ゼータ関数の研究  
 Automorphic forms, trace formulas and zeta functions  
 RIMS 研究集会報告集

2011年1月17日~1月21日  
 研究代表者 権 寧魯 (Yasuro Gon)  
 副代表者 森山 知則 (Tomonori Moriyama)

目 次

1. ON THE TRACE FORMULA APPROACH TO DISCRETE SERIES MULTIPLICITIES -----	1
U. Oklahoma	Steven Spallone
2. Discrete series for symmetric spaces over $p$ -adic fields -----	14
京大・理学 (Kyoto U.)	加藤 信一 (Shin-ichi Kato)
明石工業高専 (Akashi Nat. Coll. Tech.)	高野 啓児 (Keiji Takano)
3. ある相対跡公式の基本補題のヘッケ環への拡張について (KIMBALL MARTIN, JOSEPH A. SHALIKA との共同研究) -----	25
大阪市大・理学 (Osaka City U.)	古澤 昌秋 (Masaaki Furusawa)
4. $p$ -ADIC SIEGEL-EISENSTEIN SERIES OF DEGREE TWO -----	29
京大・理学 (Kyoto U.)	竹森 翔 (Sho Takemori)
5. On congruence prime criterion for cusp forms on $GL_2$ over number fields -----	44
阪大・理学 (Osaka U.)	並川 健一 (Kenichi Namikawa)
6. Differential equations satisfied by principal series Whittaker functions on $SU(2,2)$ ----	54
東大・数理科学 (U. Tokyo)	G. Bayarmagnai
7. $Sp(2, \mathbb{C})$ 上の主系列 Whittaker 関数の明示公式 -----	61
立教大・理 (Rikkyo U.)	宮崎 直 (Tadashi Miyazaki)
8. The matrix coefficients of the large discrete series of $SU(3,1)$ -----	75
山形大・工 (Yamagata U.)	早田 孝博 (Takahiro Hayata)
三重大・教育 (Mie U.)	古関 春隆 (Harutaka Koseki)
東大・数理科学 (U. Tokyo)	織田 孝幸 (Takayuki Oda)

9.	COMPUTING SIEGEL MODULAR FORMS AND PARAMODULARITY -----	90
	Lake Forest Coll.	David S. Yuen
1 0.	$\theta$ -correspondence for PGSp(4) and PGU(2,2) -----	96
	奈良女子大・理 (Nara Women's U.)	岡崎 武生 (Takeo Okazaki)
1 1.	LIFTING OF PAIRS OF ELLIPTIC MODULAR FORMS TO SIEGEL MODULAR FORMS OF HALF-INTEGRAL WEIGHT OF DEGREE TWO -----	103
	阪大・インターナショナルカレッジ/ 理学 (Osaka U.)	林田 秀一 (Shuichi Hayashida)
1 2.	$SL_2$ の被覆群の跡公式とその応用 -----	115
	京大・理学 (Kyoto U.)	池田 保 (Tamotsu Ikeda)
	"	平賀 郁 (Kaoru Hiraga)
1 3.	楕円曲線 $y^2 = x^3 + n$ のモデル・ヴェイユ群について -----	125
	東北大・理学 (Tohoku U.)	奈良 忠央 (Tadahisa Nara)
1 4.	ON MODULAR FORMS AND ELLIPTIC CURVES OVER $\mathbb{Q}(\zeta_5)$ -----	133
	U. North Carolina Greensboro	Dan Yasaki
1 5.	INSTABILITY OF CUSPIDAL EIGENVALUES FOR HYPERBOLIC SURFACES --	146
	U. Coll. London	Yiannis N. Petridis
	U. Copenhagen	Morten S. Risager
1 6.	Dirichlet series associated with square of the class numbers -----	161
	徳島大・工 (U. Tokushima)	水野 義紀 (Yoshinori Mizuno)
1 7.	SPECTRAL MEANS OF CENTRAL VALUES OF AUTOMORPHIC L-FUNCTIONS FOR GL(2) -----	171
	上智大・理工 (Sophia U.)	都築 正男 (Masao Tsuzuki)
1 8.	On the Igusa modular form of weight 10 -----	179
	German U. Tech. Oman	Bernhard Heim
	京産大・理 (Kyoto Sangyo U.)	村瀬 篤 (Atsushi Murase)
1 9.	カusp形式の空間の次元についての法 2 の合同式 -----	188
	金沢大・理工研究域 (Kanazawa U.)	若槻 聡 (Satoshi Wakatsuki)