

インテリジェントな対話型数式デジタル化技術による 数式エディタの開発

武庫川女子大学 福井 哲夫*

TETSUO FUKUI

MUKOGAWA WOMEN'S UNIVERSITY

1 はじめに

教育の情報化が推進される中、2011年4月に文部科学省より発行された2020年に向けた「教育の情報化ビジョン」[1]の提言に伴い、双方向授業・協働学習・個別学習を支援するデジタル教科書の時代がこようとしている。特に、電子的個別学習の場面では、生徒・学生も数式を扱う必要性がますます高まりつつある[2],[3]。しかし、理数系教育において問題となるのが数式のデジタル入出力である。数式は文と異なり、2次元的な表記構造をもっており、従来のデジタル端末は数式の表記を十分考慮されておらず、数式の取り扱いを困難にしている。

数式入力のための従来技術として1) LaTeXなどの線形文字列コンパイル方式[4],[5]、2) 数式エディタ[6]などのGUIテンプレート方式、3) InftyEditor[7]などで使われている手書き入力方式が代表的であるが、理数系を専門としない一般ユーザにとっては依然使い易いとは言いがたい。

そこで我々は、2011年8月に、数式のデジタル入力を平易にするための新しい数式入力方式を提案した[8]。その後、本方式の数式入力効率が従来方式の数式エディタに比べて約1.75倍良いことを報告した[9]。

その後、提案した数式入力方式のアルゴリズムの定式化とその効果（タスクが達成できるか）について議論した。

さらに、本技術を実装するにあたり、ユーザの満足度を高めるため、数式の訂正・編集機能の設計を行ってきた。本発表では、それらの技術を応用し、実用的な数式エディタを開発したので報告する。

第2章では、提案技術の概要について紹介し、第3章では、本提案技術を応用した実装システムである数式エディタ MathTouch の開発を述べる。第4章で、実装システムによる数式入力の効率評価を議論する。最後に、本研究の将来展望をまとめる。

2 提案技術の概要

入力された線形文字列から機械学習型辞書を使って、ノードが数式候補であるような決定木を算出し、ユーザとの相互作用によって所望する数式を構築する新方式を2011年8月に提案した[8]。その後、そのアルゴリズムの定式化と効果・効率についても報告した[9][10]。

*fukui@mukogawa-u.ac.jp

2.1 数式文字列表記法

まず初期入力のための数式文字列表記法を次のように定める。

数式文字列表記法

所望する数式を、ユーザが読む順番にその数式要素に対応するキー文字（列）によって区切りなく線形に並べる。

本表記法に従った線形文字列形式の例を表1に示す。例えば、変数 a や α などはいずれもキー”a”で表す。このように、数式要素に対するキー文字（列）はASCIIコードからなり、数式要素を連想しやすい頭文字やLaTeXなどに準じた文字列を採用してもよい。また、演算子の分数記号は”/”、積分記号は”int”などで表し、その前後には分数の分母・分子など、作用範囲の式を表す文字列が並ぶ。ユーザの負担を少なくするために、キーを並べる順番として、人がその数式を読む順番を採用した。特に他の表記法と大きく異なる点は、暗黙積やべき乗演算のように表記されない記号は、線形文字列に含めないところである。例えば、式 a^2 は”a2”と表記する。

表1: 数式文字列の例

所望数式	本方式の入力	LaTeX (従来) の入力
$\alpha = 2$	a=2	\Y alpha=2
$\frac{1}{a^2+1} \doteq 2$	1/a2+1=2	\Y frac{1}{a^2+1} \Y doteq 2
$\int_a^b c = 2$	intabc=2	\Y int_{a}^{b}c=2

2.2 数式入力方式

上記のように、本システムは入力すべき数式文字列が従来方式に比べてとても単純になっている。

その代わりに、所望する数式を構成している数式記号のスタイルや要素間の区切りや各演算子に対する作用範囲などが省略されており、入力された線形文字列形式の情報だけでは2次元の数式表記が一意的に定まらず、完全にフォーマットすることはできない。そこで、本システムはキー辞書データを用いて数式候補を提示し、仮名漢字変換のように、ユーザに不足情報を補うための簡単な指示（次の（指示1）～（指示5）のいずれか）を要求する。

（指示1） 候補列の中から次候補を要求、

（指示2） 対象要素の現候補を採択、

（指示3） （候補が演算子の場合）作用範囲変更、

（指示4） 作用範囲が複数ある場合の変更対象切替、

（指示5） 候補を棄却し、文字列のキーを区切り直す。

本数式入力方式によって、ユーザによる入力・操作ミスがなければ、この5つのユーザ指示による手続きから所望する数式を確実に構築できる [10]。そのような数式の構築過程を図1に示す。ユーザは数式構成要素ごとに判断すればよいので、複雑な式であっても迷うことはない。すべての構成要素が確定すれば2次元の表記の構築が完了する [8]。

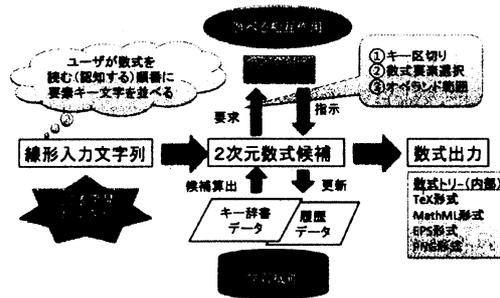


図 1: 数式構築過程

数式は、最小単位記号自身であるか、演算子とそれが作用する数式の階層構造（演算子構造）をもち、木構造で表現される。そのため、数式構築アルゴリズムは仮名漢字変換 [12] のアルゴリズムと大きく異なる [10]。

2.3 数式入力の実施例

ここでは図 1 に示した数式構築過程の様子を実例で解説する。

表 2 に示した擬似コードは、数式 $\frac{1}{a^2+1}$ を構築する過程を、ステップごとの実施画面とユーザの指示コードで表したものである。

まず、ステップ 1 で、数式文字列 "1/a2+1" を入力し、構築処理の開始指示 `Space` を打つ。ステップ 2 では、演算子キー "/" に対する候補と作用範囲がマークされている。次候補要求指示 `Space` を押して、所望する分数記号を表示させる。ステップ 3 で、対象要素採択指示 `Enter` を押し、次の構成要素キー "a" に対象を移す。ステップ 4 では、変数 a が候補として強調表示されている。そのまま対象要素採択指示 `Enter` を押し、次の構成要素に対象を移す。このとき、数式最小単位記号が並ぶ "a" と "2" の間には、省略演算子があると解釈され、ステップ 5 では、その省略演算子の第 1 候補である暗黙積演算子¹⁾が選択対象となる。このように、本システムでは数式最小単位記号が並ぶ間を「区切りポイント」と呼んで、特別な処理がなされる。省略演算子は表示されないため対象要素を強調するためのボックスは見えないが、作用範囲はマークされている。このとき範囲変更対象作用範囲は "2+1" となっている。そこで対象の暗黙積演算子に対して次候補要求指示 `Space` を打つと、冪乗演算子に切り替わる（ステップ 6）。しかし、指数部の作用範囲が所望する範囲と異なるので、範囲縮小指示（例えば `←` キー、拡大する場合は `→` キー）を押して、ステップ 7 の表示画面のように範囲を変更する。そこで、冪乗演算子（ステップ 7）および次の + 演算子（ステップ 8）に対して、対象要素採択指示 `Enter` を押せば、数式の構築が完了する（ステップ 9）。

3 数式エディタ MathTouch の開発

本数式デジタル化技術を応用して、Java アプリケーション版数式エディタ (MathTouch) を開発した。操作手順は 2.3 節で示したように、ユーザ経験を生かすため、仮名漢字変換とできるだけ類似の操作で行えるように配慮した。

¹⁾ 本システムでは記号の単なる横並びであっても、冪乗関係 \square^\square や添字関係 \square_\square に変換できるため、暗黙の積を一つの演算子として扱う。

表 2: 数式入力の実施例

ステップ	表示画面	指示コード
1:	$1/a2+1$	Space
2:	$1/\boxed{a2+1}$	Space
3:	$\frac{1}{a2+1}$	Enter
4:	$\frac{1}{\boxed{a^2+1}}$	Enter
5:	$\frac{1}{a^2+1}$	Space
6:	$\frac{1}{a^{2+1}}$	←
7:	$\frac{1}{a^2+1}$	Enter
8:	$\frac{1}{\boxed{a^2+1}}$	Enter
9:	$\frac{1}{a^2+1}$	

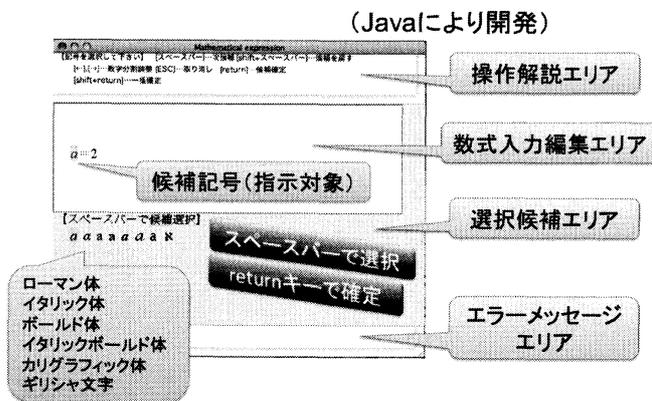


図 2: MathTouch 実行画面 (記号選択)

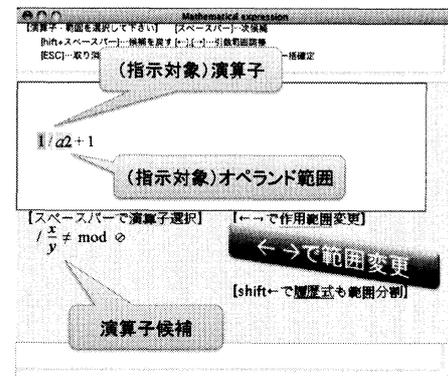


図 3: MathTouch 実行画面 (演算子選択)

実行画面を図 2 に示す。変換・確定指示の対象である数式要素（候補記号）が黄色で強調表示されている。図 3 は指示対象が演算子の場合で、作用範囲（この例では分数演算子に対する分子、分母）の式がグレーで網掛けされ、←→キーで範囲調整が可能である。

3.1 基本機能

扱える数式の範囲は、LaTeX で構築できる数式のほぼ 9 割をカバーしており、大学の教養数学程度の数式は入力可能である。

また、構築した数式は現時点で次の（形式 1）～（形式 4）の出力が可能である。

- (形式 1) LaTeX 形式
- (形式 2) MathML 形式
- (形式 3) PNG 形式
- (形式 4) EPS 形式

ウィンドウ (図 2) の選択メニューで希望の出力形式を指定すると、システムが数式オブジェクトを生成し、クリップボードに出力されるので、必要に応じて他のアプリケーションの挿入ポイントで貼り付け (ペースト) できるようになっている。

3.2 新機能 1 : 数式の行列配置

今回開発した数式エディタの新機能の一つが数式の行列配置機能である。これにより連立方程式の表記やベクトル・行列の成分表記が可能となる。また、さらに、行列配置した数式に罫線枠を付けることも可能となっている。その出力例を表 3 に示す。詳細な入力手順は MathTouch ユーザーズマニュアル [13] を参照していただきたい。

表 3: 行列配置の数式例

$$\begin{array}{l}
 a = 1, \quad b = 2, \\
 c = 3, \quad d = 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{cases}
 y = 3x - 2 \\
 y = x + 1
 \end{cases}
 \quad
 A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

$f(x)$	x	x^2
$f'(x)$	1	$2x$
$\int f(x)dx$	$\frac{x^2}{2}$	$\frac{x^3}{3}$

3.3 新機能 2 : 数式の追加・訂正

もう一つの新機能は、確定した数式の挿入ポイントに式を追加したり、訂正が可能な点である [11]。

例えば、 \boxed{a} のように、確定した数式の挿入ポイントに対し、カーソルが表示され、カーソル左の枠は削除または再変換対象を表す。カーソルは矢印キーにより移動ができ、次の (1)~(4) の編集機能が可能である。

- (1) 式の挿入・削除
- (2) 演算子構造の挿入・削除
- (3) 数式要素や演算子構造の再変換
- (4) 修正内容を数式辞書の機械学習に反映

特に、機能 (2) と (3) は仮名漢字変換には見られない数式特有の機能で、例えば、確定した 2 式の積をその 2 式の分数に訂正したり、 $\frac{1}{a^2+1} \rightarrow \frac{1}{a^2} + 1$ のように、確定した分数の分母の範囲を修正することなどが可能である。詳細については、MathTouch ユーザーズマニュアル [13] を参照していただきたい。

4 数式入力の効率評価

4.1 従来技術の問題点

数式入力のための従来技術として次が代表的である。

従来技術 1) 組版指示文字列コンパイル方式 (例: LaTeX[4], MathML[5] など),

従来技術 2) GUI テンプレート方式 (例: 数式エディタ [6] など),

従来技術 3) 手書き入力方式 (例: Windows7 の数式入力パネルなど)

1) は組版指示文字列を入力し, 整形プログラムによって数式を構築するタイプで, 文法が複雑である。2) は数式構造を表すテンプレートを GUI によって選択しながら構築するもので, 長い式の編集では煩わしい場合がある。3) の場合, 入力是最も自然であるが, 誤認識や入力ミスによる編集操作は文書編集に比べ煩わしく感じる。また, 入力効率は紙に直接記入する場合と変わらない。

いずれの方式も理数系を専門としない一般ユーザにとっては依然使い易いとは言いがたい。この理由は, システムが完全に数式構築できる情報をユーザの操作開始時に要求する仕組みにある。

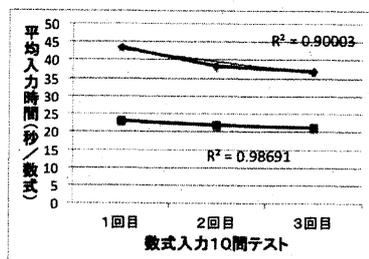
4.2 GUI テンプレート方式との効率比較

前節で述べた特徴の違いを裏付けるために, 数式入力のタスクテストによって実際に比較実験を行った。

被験者 (武庫川女子大学・情報メディア学科 3 年生) 10 人に同一タスク問題を, 本方式実装システム (MathTouch) と Microsoft (登録商標) Word for Mac2011 ver.14.1.1 に付属する数式エディタ [6] とで実施してもらい, 数式入力時間 (タスク達成時間) を測定して比較を行った。タスク問題は次のような分数係数の 2 次多項式である。

$$-\frac{5}{7}x^2 - \frac{5}{8}x + 3, \quad -7\alpha^2 + \frac{9}{7}\alpha - \frac{5}{4}, \quad -\frac{9}{7}\beta^2 - \frac{7}{4}\beta - 4$$

10 問テストを 3 回実施した後の結果を図 4 に示す。縦軸が一つの数式を入力するのに要する平均入力時間 (秒) であり, 上側の曲線が数式エディタの結果で, 下側の曲線が本システムの結果を表す。t 検定の結果, 有意差 ($t(9) = 4.83, p < .01$) があり, このタスクでは, 図 4 のように, 本システムの方が約 1.75 倍速いことが判った。



比較項目	タスク達成時間 (秒/数式) (3 回目の平均入力時間)
数式エディタ	34.4 ± 6.2
本システム	19.6 ± 2.4

図 4: タスク達成時間の比較 (3 回の習熟曲線)

5 応用 (ワークドリル)

4.2 節でタスクテストの数式入力時間を計測するために作成した Java プログラム (図 5) は

(1) 出題 → (2) 数式入力 → (3) 正誤判定

を繰り返し、ちょうどワークドリルの形式となっている。この(2)の部分に開発した数式エディタをモジュールとして組み込んで使用した。しかし、ここで問題となるのが(3)の正誤判定である。なぜなら、一般に入力された数式は表記のためであり数学的意味解釈は行わないからである。MathTouchシステムにおける数式の内部表現は、多くの数式処理システムで採用されている木構造に近い。数式の意味入力においても可能性を秘めている。しかし、このような数式データは正準表現(一意的に定まる表現)ではないため正誤判定を行うためには何らかの正準化が必要である。MathTouchにおける正準化はまだ十分ではなく課題が多いが、タスクテストのような2次多項式程度であれば正しく判定が可能である。もし、今後高度な数式の正誤判定ができるようになれば、さまざまな数式問題によるワークドリルが可能となり、数学分野のデジタル学習に大きく寄与できるはずで、今後の課題である。

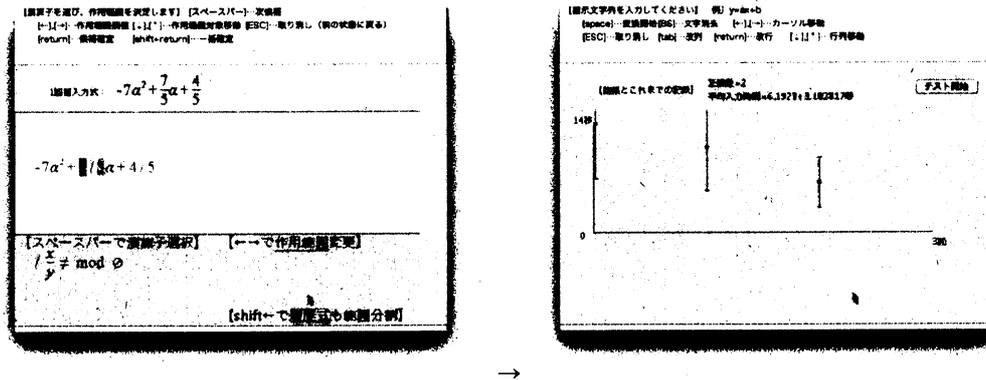


図 5: ワークドリルの実施イメージ

6 まとめ

以上、本提案技術を応用し、Java版数式エディタ MathTouch を開発した。これにより、様々な動作環境で利用が可能となる。

6.1 進歩点(独創性・優位性)

本提案方式の独創性は、数式に対する文字入力をユーザが読む順番(認知行動)に対応させた点にある。したがって、従来技術に比べ、

- I. 数式構築のための入力文字列が単純、
 - II. 候補を選択すればよいので数式構築操作が容易、
 - III. 数式辞書の機械学習機能により入力効率が向上
- といった優位性がある。

6.2 想定される用途と実用化に向けた課題

本技術は、数式エディタなど、あらゆる数学関連ソフトウェアにおける数式入力インタフェースとして組み込まれることを想定している。特に、数式入力時の負担が従来技術に比べ軽いことから、生徒や学生など一般ユーザへの利用開拓が期待できる。

現在、このようなデジタル教科書と連係してデジタルノート作成や数式の練習問題が可能なデジタル学習ソフトウェアの開発を計画しており、多くの研究者からの技術協力を希望している。

今後の課題は、ユーザビリティのさらなる向上を図り、実際の生徒によるパフォーマンステストを実施し、本システムの有効性を確かめていきたい。

参 考 文 献

- [1] 文部科学省: 教育の情報化ビジョン,
http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/23/04/1305484.htm , 2011.
- [2] 中村泰之:STACK と Moodle による数学 e ラーニング, 数理解析研究所講究録 1735 「数式処理と教育」, 2011,9-15.
- [3] 白井詩沙香, 福井哲夫:数式処理を用いた教育を想定したタイピング能力の調査, 数理解析研究所講究録 1735 「数式処理と教育」, 2011,73-84.
- [4] Donald Ervin Knuth: The TeXbook ,Addison-Wesley, 1984.
- [5] <http://www.w3.org/TR/2001/REC-MathML2-20010221/>
- [6] Microsoft(R) co.:マイクロソフト数式エディター 3.0, <http://office.microsoft.com/>.
- [7] M.Fujimoto, T.Kanahori and M.Suzuki: Infty Editor – A Mathematics Typesetting Tool with a Handwriting Interface and a Graphical Front-End to OpenXM Servers, Computer Algebra - Algorithms, Implementations and Applications, RIMS Kokyuroku Vol.1335 , 2003, 217-226.
- [8] 福井哲夫:数式のインテリジェントな線形入力方式, 数理解析研究所講究録 「数学ソフトウェアと教育」 ,1780,2012,160-171.
- [9] 福井哲夫:数式のインテリジェントな線形入力方式と評価, 数式処理,vol.18 No.2, 日本数式処理学会,2012,47-50.
- [10] 福井哲夫:線形文字列変換による対話型数式入力方式の効果, 数理解析研究所講究録 「数式処理」 ,1785,2012,32-44.
- [11] 福井哲夫:線形文字列変換による機械学習型数式入力インタフェースと編集機能の設計, 情報処理学会 第 74 回全国大会論文集,2F-1,2012,4.1-4.2.
- [12] 坂倉省吾:JIS X 4064 仮名漢字変換システムの基本機能, 財団法人日本規格協会,2002.
- [13] 福井哲夫:MathTouch(ver.0.53) ユーザーズマニュアル,2012.