

得点圏打率・盗塁・併殺を考慮した最適打順決定モデルについて - FA 打者トレード戦略の検討 -

芝浦工業大学・数理科学科 穴太 克則
芝浦工業大学・数理科学科 高野 健大

概要: ある球団が、トレードにより、またはフリーエージェント (FA) の打者を獲得したい。FA 打者を獲得し打線の入れ替えをすることで期待得点はどう変わるのだろうか。ある球団にはホームランバッターより出塁率が優れている選手がフィットしているかもしれない。ある球団にはホームランバッターが 1 人だけでも加入すると期待得点の大幅上昇になることもあり得るかもしれない。つまり打線にフィットするかどうか? の分析が必要になる。

本研究は得点圏打率・盗塁・併殺を考慮した最適打順決定モデルをベースに、「ある打者を獲得することによりチームとしての 1 試合あたりの期待得点がどれほど変化するのか? また、誰を獲得すべきか?」という打者トレード戦略を考察する。

1 改良型最適打順決定モデル

[3] [4] [5] に基づき改良型の最適打順決定モデルを紹介する。

1.1 状態

野球における各状態を以下のように定義 (番号付け) すると、野球の状態は 25 を吸収状態とする吸収マルコフ連鎖になる。

	◇	◇	◇	◇	◇	◇	◇	◇
no out	1	2	3	4	5	6	7	8
one out	9	10	11	12	13	14	15	16
two out	17	18	19	20	21	22	23	24
three out	25							

図 1: 野球の状態

1.2 進塁の規則

進塁に対する規則を以下のように設定する。

1. 犠打, 犠飛はすべて計算されない。
2. エラーはアウトとして計算される。
3. アウトによってランナーは進塁しない。
4. 単打は一塁ランナーを三塁へ進塁させ, 二塁ランナーと三塁ランナーをホームへ生還させる。
5. 二塁打と三塁打は全てのランナーをホームへ生還させる。
6. 盗塁の試みは 1 回とする。
7. 三盗, 本盗は計算しない。

1.3 併殺の規則

以下の8状態で内野ゴロの時は併殺打(ダブルプレー)となり得点はされず、次のように状態が移るとする。

- ・ ノーアウト・一塁 → ツーアウト・ランナーなし (状態 2→17)
- ・ ノーアウト・一, 二塁 → ツーアウト・一塁 (状態 5→18)
- ・ ノーアウト・一, 三塁 → ツーアウト・三塁 (状態 6→20)
- ・ ノーアウト・満塁 → ツーアウト・二, 三塁 (状態 8→23)
- ・ ワンアウト・一塁 → スリーアウト (状態 10→25)
- ・ ワンアウト・一, 二塁 → スリーアウト (状態 10→25)
- ・ ワンアウト・一, 三塁 → スリーアウト (状態 10→25)
- ・ ワンアウト・満塁 → スリーアウト (状態 10→25)

1.4 打撃と盗塁に関する確率

打撃と盗塁に関する確率は以下のように得られる。

[非得点圏, 得点圏共通]

$$p_0 = P_r(\text{内野ゴロ以外の凡打}) = \frac{\text{内野ゴロ以外の凡打数}}{\text{打席数}}, p_H = P_r(\text{内野ゴロ}) = \frac{\text{内野ゴロ数}}{\text{打席数}}$$

[非得点圏]

$$p_{B_1}^\alpha = P_r(\text{非得点圏で四死球で盗塁失敗}) = \frac{\text{四死球数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}} \cdot \frac{\text{盗塁失敗数}}{\text{盗塁試行数}}$$

$$p_{B_2}^\alpha = P_r(\text{非得点圏で四死球で盗塁しない}) = \frac{\text{四死球数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁不試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}}$$

$$p_{B_3}^\alpha = P_r(\text{非得点圏で四死球で盗塁成功}) = \frac{\text{四死球数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}} \cdot \frac{\text{盗塁成功数}}{\text{盗塁試行数}}$$

$$p_1^\alpha = P_r(\text{非得点圏で単打して盗塁失敗}) = \frac{\text{単打数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}} \cdot \frac{\text{盗塁失敗数}}{\text{盗塁試行数}}$$

$$p_2^\alpha = P_r(\text{非得点圏で単打して盗塁しない}) = \frac{\text{単打数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁不試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}}$$

$$p_3^\alpha = P_r(\text{非得点圏で単打して盗塁成功}) = \frac{\text{単打数}}{\text{打席数}} \cdot \frac{\text{盗塁試行数}}{\text{四死球数} + \text{単打数}} \cdot \frac{\text{盗塁成功数}}{\text{盗塁試行数}}$$

$$p_4^\alpha = P_r(\text{非得点圏で二塁打}) = \frac{\text{二塁打数}}{\text{打席数}}, p_5^\alpha = P_r(\text{非得点圏で三塁打}) = \frac{\text{三塁打数}}{\text{打席数}}$$

$$p_6^\alpha = P_r(\text{非得点圏で本塁打}) = \frac{\text{本塁打数}}{\text{打席数}}, p_B^\alpha = p_{B_1}^\alpha + p_{B_2}^\alpha + p_{B_3}^\alpha$$

[得点圏]

非得点圏の確率で α を β と記号を変える.

[注意点]

盗塁については得点圏, 非得点圏でのデータがないため, 以下のような割合で算出する.

$$\text{非得点圏での盗塁成功数} = \frac{\text{非得点圏での打席数}}{\text{得点圏での打席数} + \text{非得点圏での打席数}} \cdot \text{盗塁成功数}$$

$$\text{非得点圏での盗塁失敗数} = \frac{\text{非得点圏での打席数}}{\text{得点圏での打席数} + \text{非得点圏での打席数}} \cdot \text{盗塁失敗数}$$

$$\text{得点圏での盗塁成功数} = \frac{\text{得点圏での打席数}}{\text{得点圏での打席数} + \text{非得点圏での打席数}} \cdot \text{盗塁成功数}$$

$$\text{得点圏での盗塁失敗数} = \frac{\text{非得点圏での打席数}}{\text{得点圏での打席数} + \text{非得点圏での打席数}} \cdot \text{盗塁失敗数}$$

1.5 推移確率行列

ある打者の攻撃に関する推移確率行列 $P = (P_{ij}) = p(j|i)$, $i, j = 1, 2, \dots, 25$ は規則に従えば, 次のようになる.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} A_0 & B_0 & H_0 & O_0 \\ O_1 & A_1 & B_1 & H_1 \\ O_2 & O_2 & A_2 & F_2 \\ O_3 & O_3 & O_3 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

例えば, A_1 は, ある打者の攻撃で1アウトから1アウトとなる推移確率行列を表す.

1.6 1イニングあたりの得点数の定式化

1×25 のベクトル u_0 を

$$u_0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

とし, イニングの始まりの状態を表すとする. また, n 人の打者終了後の状態を表すベクトルを u_n とすると,

$$u_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

は, n 人の打者終了後に状態 2(ノーアウト1塁)であることを表す. P_{n+1} を $n+1$ 人目の打者の攻撃に関する推移確率行列とすると, $u_{n+1}(=u_n P_{n+1})$ は, $n+1$ 人の打者終了後の状態を表す. 次に,

$$U_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 20 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & \\ \vdots & & O & \\ 0 & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

をインニングの始まりにおける得点数(行)と状態(列)を表す行列とする。\$U_n\$を \$n\$ 人目の打者終了後の得点数(行)と状態(列)を表す行列とすると以下の漸化式を満たす。

$$U_{n+1}(j \text{ 行}) = U_n(j \text{ 行})P_0 + U_n(j-1 \text{ 行})P_1 + U_n(j-2 \text{ 行})P_2 + U_n(j-3 \text{ 行})P_3 + U_n(j-4 \text{ 行})P_4. \quad (1.1)$$

\$P_0, P_1, P_2, P_3, P_4\$ は、ある打者の攻撃により、それぞれ、0得点、1得点、2得点、3得点、4得点となる推移確率行列であり、\$P = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4\$ となる \$P\$ の分解である。

1.6.1 漸化式の導出

(1.1) 式は次のようにして求められる。

1 番目の打者の状態

1 番目の打者終了後では 0 得点(本塁打以外)か 1 得点(本塁打)であるから、1 番目の打者終了後の状態を表すベクトルは以下の 2 つにわけられる。

- 得点数 0 のとき

$$u_0 P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} P_0 = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 25 \\ A & & \end{bmatrix}.$$

- 得点数 1 のとき

$$u_0 P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} P_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 25 \\ B & & \end{bmatrix}.$$

よって、1 番打者終了後の得点数と状態を表す行列 \$U_1\$ は、

$$U_1 = \begin{matrix} & & & 1 & \cdots & 25 \\ & 0 & & u_0 P_0 & & \\ & 1 & & u_0 P_1 & & \\ & 2 & & & & \\ & \vdots & & & & \\ & 20 & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} \\ \\ O \\ \\ \\ \end{bmatrix} \text{ となる.}$$

2 番目の打者の状態

2 番目の打者終了後の状態を表すベクトルは以下の 3 つにわけられる。

- 得点数 0 のとき (1 番目 0 得点 → 2 番目 0 得点)

$$[A]P_0 = u_0 P_0 \cdot P_0.$$

- 得点数 1 のとき (1 番目 0 得点 → 2 番目 1 得点または、1 番目 1 得点 → 2 番目 0 得点)

$$[A]P_1 = u_0 P_0 \cdot P_1 \text{ または、 } [B]P_0 = u_0 P_1 \cdot P_0.$$

- 得点数 2 のとき (1 番目 0 得点 → 2 番目 2 得点または、1 番目 1 得点 → 2 番目 1 得点)

$$[A]P_2 = u_0 P_0 \cdot P_2 \text{ または、 } [B]P_1 = u_0 P_1 \cdot P_1.$$

以上より、例えば U_2 の 1 行目 ($U_2(0$ 行)) は、1 人目の得点数が 0 で 2 人目の得点数が 0 のときのみであるから、

$$U_2(0 \text{ 行}) = U_1(0 \text{ 行})P0 = u_0P0P0 = [C].$$

U_2 の 2 行目 ($U_2(1$ 行))、すなわち 2 人目の打者終了後に得点数が 1 になるのは、1 人目の得点数が 0 で 2 人目の得点数が 1 の時、1 人目の得点数が 1 で 2 人目の得点数が 0 のときのみだから、

$$\begin{aligned} U_2(1 \text{ 行}) &= U_1(0 \text{ 行})P1 + U_1(1 \text{ 行})P0 \\ &= u_0P0P1 + u_0P1P0 \\ &= [D]. \end{aligned}$$

U_2 の 3 行目 ($U_2(2$ 行))、すなわち 2 人目の打者終了後に得点数が 2 になるのは、1 人目の得点数が 0 で 2 人目の得点数が 2 の時、1 人目の得点数が 1 で 2 人目の得点数が 1 のときのみだから、

$$\begin{aligned} U_2(2 \text{ 行}) &= U_1(0 \text{ 行})P2 + U_1(1 \text{ 行})P1 \\ &= u_0P0P2 + u_0P1P1 \\ &= [E] \end{aligned}$$

よって、2 番打者終了後の得点数と状態を表す行列 U_2 は、

$$U_2 = \begin{matrix} & 1 & \cdots & 25 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ 20 \end{matrix} & \left[\begin{array}{c} C \\ D \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] & \text{となる.} \end{matrix}$$

以下同様に考えると、 $(n+1)$ 人目の打者終了後に、得点数が j になるのは次の 5 通りである。

1. n 人目の打者終了後に、得点数 = j かつ $(n+1)$ 人目が 0 得点 $\rightarrow U_n(j \text{ 行}) \cdot P0$.
 2. n 人目の打者終了後に、得点数 = $j-1$ かつ $(n+1)$ 人目が 1 得点 $\rightarrow U_n(j-1 \text{ 行}) \cdot P1$.
 3. n 人目の打者終了後に、得点数 = $j-2$ かつ $(n+1)$ 人目が 2 得点 $\rightarrow U_n(j-2 \text{ 行}) \cdot P2$.
 4. n 人目の打者終了後に、得点数 = $j-3$ かつ $(n+1)$ 人目が 3 得点 $\rightarrow U_n(j-3 \text{ 行}) \cdot P3$.
 5. n 人目の打者終了後に、得点数 = $j-4$ かつ $(n+1)$ 人目が 4 得点 $\rightarrow U_n(j-4 \text{ 行}) \cdot P4$.
- 1~5 の事象は同時に起こり得ないから、以下を得る。

$$\begin{aligned} U_{n+1}(j \text{ 行}) &= U_n(j \text{ 行})P0 + U_n(j-1 \text{ 行})P1 + U_n(j-2 \text{ 行})P2 \\ &\quad + U_n(j-3 \text{ 行})P3 + U_n(j-4 \text{ 行})P4 \end{aligned}$$

1.7 最適打順算出アルゴリズム

6 つのステップに分ける。

(STEP1) i 番バッター ($i = 1, \dots, 9$) の攻撃に関する推移確率行列を P^i とし、以下とする。

$$P^i = P0^i + P1^i + P2^i + P3^i + P4^i.$$

打順	max	通常	min
1	坂本	長野	坂本
2	ロベス	片岡	片岡
3	長野	坂本	村田
4	阿部	阿部	菅野
5	アンダーソン	村田	橋本
6	橋本	ロベス	ロベス
7	片岡	アンダーソン	阿部
8	菅野	橋本	長野
9	村田	菅野	アンダーソン
期待得点	6.201209	4.702959	4.137794
1点あたり	2億5785万	3億3999万	3億8643万

表 1: '14 読売ジャイアンツ

打順	max	通常	min
1	福留	上本	梅野
2	上本	大和	今成
3	マートン	鳥谷	大和
4	ゴメス	ゴメス	能見
5	鳥谷	マートン	福留
6	大和	福留	上本
7	今成	今成	ゴメス
8	梅野	梅野	マートン
9	能見	能見	鳥谷
期待得点	5.732456	3.101217	2.403807
1点あたり	1億7765万	3億2838万	4億2366万

表 2: '14 阪神タイガース

打順	max	通常	min
1	菊池	堂林	エルドレッド
2	丸	菊池	キラ
3	ロサリオ	丸	前田
4	エルドレッド	エルドレッド	梵
5	梵	キラ	菊池
6	石原	ロサリオ	堂林
7	キラ	梵	石原
8	堂林	石原	丸
9	前田	前田	ロサリオ
期待得点	6.678586	4.302051	3.161649
1点あたり	7100万	1億1022万	1億4998万

表 3: '14 広島カープ

打順	max	通常	min
1	荒木	大島	和田
2	ルナ	荒木	エルナンデス
3	和田	ルナ	山井
4	森野	平田	大島
5	大島	森野	荒木
6	平田	和田	平田
7	エルナンデス	エルナンデス	谷繁
8	谷繁	谷繁	森野
9	山井	山井	ルナ
期待得点	6.470387	3.867535	2.729347
1点あたり	1億5055万	2億5187万	3億5691万

表 4: '14 中日ドラゴンズ

打順	max	通常	min
1	グリエル	石川	ブランコ
2	梶谷	山崎	梶谷
3	筒香	グリエル	久保
4	ブランコ	ブランコ	山崎
5	石川	筒香	黒羽根
6	バルディリス	梶谷	石川
7	山崎	バルディリス	バルディリス
8	黒羽根	黒羽根	グリエル
9	久保	久保	筒香
期待得点	6.200043	2.936345	2.224947
1点あたり	8266万	1億7453万	2億3034万

表 5: '14 DeNA ベイスターズ

打順	max	通常	min
1	バレンティン	山田	畠山
2	川端	上田	川端
3	山田	川端	森岡
4	雄平	バレンティン	石川
5	畠山	雄平	上田
6	中村	畠山	中村
7	森岡	森岡	雄平
8	上田	中村	バレンティン
9	石川	石川	山田
期待得点	7.20562	4.104985	2.525471
1点あたり	6085万	1億682万	1億7363万

表 6: '14 ヤクルトスワローズ

打順	max	通常	min
1	長谷川	中村	松田
2	柳田	今宮	今宮
3	内川	内川	本多
4	中村	李大浩	細川
5	松田	長谷川	中村
6	李大浩	松田	李大浩
7	今宮	柳田	長谷川
8	細川	細川	内川
9	本多	本多	柳田
期待得点	6.604461	5.17391	3.963682
1点あたり	2億2030万	2億8121万	3億6708万

表 7: '14 ソフトバンクホークス

打順	max	通常	min
1	伊藤	平野	駿太
2	糸井	安達	伊藤
3	T-岡田	糸井	安達
4	ペーニャ	ペーニャ	ヘルマン
5	駿太	T-岡田	平野
6	ヘルマン	ヘルマン	坂口
7	安達	坂口	T-岡田
8	平野	駿太	ペーニャ
9	坂口	伊藤	糸井
期待得点	6.290648	5.541584	4.052772
1点あたり	1億3671万	1億5519万	2億1220万

表 8: '14 オリックスバファローズ

打順	max	通常	min
1	西川	西川	大引
2	小谷野	中島	近藤
3	陽	陽	中島
4	中田	中田	大野
5	大引	ミランダ	ミランダ
6	ミランダ	大引	小谷野
7	中島	小谷野	西川
8	近藤	大野	中田
9	大野	近藤	陽
期待得点	5.667615	4.214594	3.441684
1点あたり	1億0695万	1億4383万	1億7613万

表 9: '14 日本ハムファイターズ

打順	max	通常	min
1	鈴木	岡田	サブロー
2	角中	鈴木	今江
3	井口	井口	加藤
4	サブロー	サブロー	田村
5	クルーズ	角中	角中
6	今江	今江	岡田
7	岡田	クルーズ	井口
8	田村	田村	クルーズ
9	加藤	加藤	鈴木
期待得点	4.975452	3.831499	2.88697
1点あたり	1億4758万	1億9164万	2億5434万

表 10: '14 千葉ロッテマリーンズ

打順	max	通常	min
1	メヒア	秋山	木村
2	浅村	渡辺	炭谷
3	栗山	栗山	金子
4	中村	中村	渡辺
5	秋山	メヒア	浅村
6	金子	浅村	秋山
7	木村	木村	栗山
8	炭谷	炭谷	メヒア
9	渡辺	金子	中村
期待得点	6.124926	5.115527	3.242253
1点あたり	1億4530万	1億7390万	2億7450万

表 11: '14 西武ライオンズ

打順	max	通常	min
1	松井	松井	岡島
2	嶋	藤田	西田
3	ジョーンズ	岡島	藤田
4	銀次	ジョーンズ	島内
5	岡島	銀次	嶋
6	西田	梶田	ジョーンズ
7	島内	西田	梶田
8	藤田	嶋	松井
9	梶田	島内	銀次
期待得点	5.499331	4.606439	3.354663
1点あたり	1億6856万	2億0124万	2億7633万

表 12: '14 楽天イーグルス

1.8.1 コストと期待得点ランク付け

プロ野球 12 球団の 1 点あたりのコストと期待得点をランク付けした。

順	球団	コスト (万)
1	巨人	25785
2	阪神	17765
3	中日	15055
4	DeNA	8266
5	広島	7100
6	ヤクルト	6085

表 13: セリーグ・コスト

順	球団	期待得点
1	ヤクルト	7.20562
2	広島	6.678586
3	中日	6.470387
4	DeNA	6.200043
5	巨人	6.201209
6	阪神	5.732456

表 14: セリーグ・期待得点

順	球団	コスト (万)
1	ソフトバンク	22030
2	楽天	16856
3	ロッテ	14758
4	西武	14530
5	オリックス	13671
6	日本ハム	10695

表 15: パリーグ・コスト

順	球団	期待得点
1	ソフトバンク	6.604461
2	オリックス	6.290648
3	西武	6.124926
4	日本ハム	5.667615
5	楽天	5.499331
6	ロッテ	4.975452

表 16: パリーグ期待得点

2 FA 打者獲得戦略

$\mathbb{E}[OBO_{FA_1}]$ = FA 打者 1 が加入したときの最適打順による期待得点, $\mathbb{E}[OBO_{FA_2}]$ = FA 打者 2 が加入したときの最適打順による期待得点とする. 改良型最適打順決定モデルを用い, FA 打者 1 か FA 打者 2 のどちらを獲得すれば良いかを期待得点の大小から判断する.

2.1 よりチームに貢献する FA 打者は誰かを判定するアルゴリズム

1. 球団に残る 8 人の打者の選出. 各打者の推移確率行列を作るためのデータをセット. 必要に応じて, (a) 過去 3 ヶ年のデータを使う. (b) 若手選手などには成長度合いを加味してデータを主観的にセットする, などを行う.
2. FA 打者 1, FA 打者 2 の推移確率行列を作るためのデータをセット. 必要に応じて, (a) 過去 3 ヶ年のデータを使う. (b) 若手選手などには成長度合いを加味してデータを主観的にセットする, などを行う.
3. FA 打者 1, FA 打者 2 をそれぞれ入れた 9 人の最適打順と期待得点を算出する.
4. $\mathbb{E}[OBO_{FA_1}]$, $\mathbb{E}[OBO_{FA_2}]$ の大小で FA 打者選択をする.

2.2 2014 年度日本プロ野球における例

2014 年度シーズン終了時における主な FA 選手, 自由契約選手, MLB 選手のデータを用いる. MLB 選手については得点圏でのデータが見つけれなかったためダミーデータを用いる. ここでは, 中日ドラゴ

ンズと獲得したい選手を組み替えて計算を行った。また、FA 打者のポジションを考慮しているため、入れ替える中日ドラゴンズの選手は獲得したい選手によって変えている。

中日	6.470387	97415	15055	...
ブランコ	6.537107	114325	17488	4
中島	6.373644	118075	18525	5
グリエル	6.368944	104325	16380	2
松田	6.335974	116325	18359	5
嶋	6.245257	96415	18331	2
栗山	6.104026	92415	15140	1
川崎	6.031487	100575	16674	7
イチロー	5.695293	137415	24127	5

表 17: FA 打者獲得 (中日)

References

- [1] 穴太克則, マルコフ連鎖に基づく野球選手トレードに対するポートフォリオ戦略解析, (2012), 18-19 日 東海大学, 科研費シンポジウム「統計的推測とその応用: 正則と非正則」予稿集, 11-20.
- [2] 穴太克則, How to choose Free Agent batters? - Introduction to Baseball financial engineering -, 2012 年 1 月 21 日 芝浦工業大学 SIT 総合研究所 佃イノベーションスクエア, 日本 OR 学会「確率最適化モデルとその応用」研究部会
- [3] 瀬古進, 武井貴裕, 穴太克則, 野球の最適打順を考えてみよう, (2002), オペレーションズ・リサーチ, 第 47 巻, 第 3 号, 142-147.
- [4] 武井貴裕, 穴太克則, 得点圏打率を考慮した最適打順決定モデル: 計算結果の検討, (2001), 日本 OR 学会 春季研究発表会, 法政大学.
- [5] 瀬古進, 武井貴裕, 穴太克則, マルコフ連鎖に基づく併殺と盗塁の効果を加味した最適打順決定のモデリング, (2000), 南山経営研究, 第 14 巻, 第 3 号, 425-461.
- [6] K. Ano, Modified Optimal Batting Order based on Markov Chain, (2000), The 8th Bellman Continuum on Computation, Optimization and Control, 2000, Taiwan.
- [7] K. Ano, Modified Offensive Earned-Run Average with steal effect for baseball, (2001), Applied Mathematics and Computations. Vol.120, pp.279-288.
- [8] 穴太克則, 併殺を考慮したマルコフ連鎖に基づく投手評価指標とその 1997 年度日本プロ野球シーズンでの考察, 1999 年 10 月, Nanzan Management Review, Vol.14, No.1 & 2 合併号, pp.215-226.
- [9] 穴太克則, 併殺を考慮したマルコフ連鎖に基づく投手評価指標とその 1997 年度日本プロ野球シーズンでの考察, 1999 年, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol. 1114, pp.114-125.
- [10] 穴太克則, マルコフ連鎖に基づく打者評価モデル, 1998 年, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1068, pp. 45-53.