

ローカルマイノリティゲームモデルにおける 情報コストによるネットワークの進化

大阪府立大学大学院 工学研究科 前田 拓海, 北條 仁志

Takumi Maeda, Hitoshi Hohjo
Graduate School of Engineering,
Osaka Prefecture University

1 はじめに

我々は普段の生活の中で、少数派が利益を得る状況に多く遭遇する。例えば道路の交通について考えてみると、交通量は分散した方がそれぞれの車は渋滞に巻き込まれずに目的地に到着することができる。しかし、もしそれらの車が全て同じ道路を走れば、大渋滞に巻き込まれて車に乗っている全員が損をすることになるだろう。また、商品開発の分野について考えてみると、まだ世の中に出ていない画期的な商品を開発した企業は大きな利益を得ることができる。しかし、もし同じような商品を開発する企業が増えれば増えるほど競争は激化し、同じ商品を以前と同じ値段で売ることが難しくなるだろう。さらに、株式市場では、多くの人が株を買って株価が上がっている状況で自分は株を売れば得をすることになる。逆に、多くの人が株を売って株価が下がっている状況では、自分は株を安く買うことができる。

このような少数派が利益を得るとい性質について、Arthur[1] はエル・ファロール・バー問題と呼ばれる現実の問題を提案し、分析した。Challet ら [3] はこのモデルをさらに一般化し、少数派ゲームとして定式化した。それらのモデルでは、プレイヤー間で情報の交換を行うことが出来ず、各プレイヤーはシステム全体の情報のみを与えられて利用していた。しかし、現実世界の多くの状況では、人々は親しい友人や隣人と交流し、彼らから受け取る情報も加味して決定をすることが考えられる。そこで、Slanina[8, 9] はプレイヤー間の情報交換を可能にし、プレイヤーの局所的な動きをとらえるローカル少数派ゲームとしてモデル化した。

本稿では、情報の入手にコストが発生する Lavicka ら [6] のローカル少数派ゲームのモデルをもとに、ネットワークの再配線を可能にしたモデルを提案する。まず 2 章で、エル・ファロール・バー問題や、本研究の基本となる少数派ゲームとそれを拡張させたローカル少数派ゲームについて概説する。次に 3 章で、本研究で提案するモデルについて述べ、4 章で数値実験の結果を示し、考察を行う。最後に 5 章でまとめ

と今後の課題を述べる。

2 これまでの研究

2.1 エル・ファロール・バー問題

Arthur[1] は、少数派が利益を得るという性質について次のような現実の問題を考えた。

アメリカのニューメキシコ州サンタフェ市に「エル・ファロール」というバーがある。このバーは、アイルランド音楽が演奏される木曜日の夜に特に混雑する。客の立場で考えると、あまりに多くの客が集まってしまうと、バーが混雑しすぎて不快な思いをすることとなる。逆に客が少なすぎると、ムードに欠け損をすることとなる。つまり、バーに集まる客の人数は多すぎず少なすぎないことが望ましいのである。このバーによく通う客のうち 60% が前述の多すぎず少なすぎない人数とする。つまり、もし 60% より少ない客がバーに行けば、彼らは全員家にいるよりも良い時間を過ごすことになるとし、もし 60% より多い客がバーに行けば、彼らは全員家にいるよりも悪い時間を過ごすことになるとする。それぞれの客は、過去にバーに何人集まったかの情報を知ることができるが、これからバーに何人集まるか知ることはできないので、過去のバーの混雑状況から今週のバーの状況を予測してバーに行くかどうかを決めなければならない。結果として 60% ぎりぎりの客がバーに集まったときに集団全体での利益が最大化されることになる。このような条件で、社会全体の振る舞いはどのようなになるのかを考察している。

この問題の一つの重要な側面は、それぞれの人がバーに行くかどうかを決めるためにどんな方法を使っても、もし全員が同じ戦略を使えば、全員が損をするというところである。つまり、もし全員が同じ方法でバーは混まないだろうと予測した場合、全員がバーに行くのでバーは混む。同じように、その方法でバーは混むだろうと予測した場合、誰も行かないのでバーは空いている。

このように、戦略に従って他人とは独立して繰り返し行動をとることが、エル・ファロール問題の特徴であり、次節で述べる少数派ゲームの特徴でもある。

2.2 少数派ゲーム

少数派ゲームは、前述のエル・ファロール・バー問題の状況をさらに一般化したものである。ここでは、Challet ら [3] が提唱した一般的な少数派ゲームのルールについて説明する。

少数派ゲームでは、 N を奇数として、 N 人のプレイヤーが、各タイムステップにおいてそれぞれ独立して 2 つの選択肢 0 と 1 からどちらかの選択肢を選ぶ。そして 2 つの選択肢のうち、少数派となった選択肢を選んだプレイヤーに得点が与えられ、多数派の選択肢を選んだプレイヤーは減点される。各プレイヤーがどちらの選択肢を選ぶかは、自らが保持する戦略に基づいて決定される。

表 1 記憶長 $M=3$ の戦略の例

履歴	次に選ぶ選択肢
(0, 0, 0)	1
(0, 0, 1)	1
(0, 1, 0)	0
(0, 1, 1)	1
(1, 0, 0)	0
(1, 0, 1)	1
(1, 1, 0)	0
(1, 1, 1)	1

戦略は表 1 のようなものであり、過去 M 回のゲームの少数派になった方の選択肢の履歴と、その履歴に応じて次にどちらの選択肢を選ぶのかが書かれている。このとき、1 つの戦略は、記憶長 M に対して 2^M 個の履歴と次に選ぶ選択肢の組み合わせから構成される。例えば $M=3$ のとき、戦略は表 1 のように 8 通りの状況から構成され、少数派になった方の選択肢が 3 回前は 0、2 回前は 1、1 回前は 1 のとき、この戦略を持つプレイヤーは 1 を選択する。各プレイヤーはゲームを開始する前に、戦略集合からランダムに s 個の戦略を与えられる。戦略集合には全ての戦略、つまり 2^{2^M} 個の戦略がある。与えられた戦略は、それ以降ゲームの途中で変更することはできず、最初は何れも評価点は 0 だが、正しく少数派を予測した戦略の評価点は 1

点加点され、間違った予測をした戦略は1点減点されていく。この加点と減点は、実際にその戦略が選択の際に採用されたかどうかには関わらずに行われる。各プレイヤーは、自分が持つ戦略の中から最も評価点が高いものを選んで、その予測に従って選択肢を選ぶ。

各プレイヤーは自分の得点を持ち、最初は0からスタートする。各タイムステップごとに上記の方法で選択肢を決定し、少数派となれば1点を獲得し、多数派となれば1点減点される。このルールに従ってあらかじめ決められた回数だけゲームを繰り返すのが少数派ゲームの流れとなる。

2.3 ローカル少数派ゲーム

前章で説明した基本的な少数派ゲームでは、各プレイヤーはプレイヤー全員の選択から少数派になった選択肢の履歴が与えられ知ることができた。しかし現実世界において、プレイヤーの数の規模が大きくなるにつれ社会全体の把握は難しくなり、履歴の取得が困難になるだろう。そこで、この考え方を少数派ゲームのモデルに導入し、各プレイヤーが局所的な社会での情報交換で選択を決定するように設計されたものが、1章にも述べた Slanina[8, 9] のローカル少数派ゲームである。

ローカル少数派ゲームにおけるプレイヤーの関係のモデル化について説明する。まず最初に、 N 人の各プレイヤーはそれぞれ情報を交換できる相手を持っていて、その相手と近傍という局所的な社会を形成している。プレイヤーと近傍の関係は、プレイヤーの人数を N 人とする、 N 個のノード（頂点）の集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ と、ノード i および j を接続している辺 (i, j) の集合 \mathcal{E} によって構成される無向グラフ $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ としてモデル化することができる。ここでそれぞれの辺 (i, j) は、プレイヤー i はプレイヤー j と近傍を形成していて、逆にプレイヤー j はプレイヤー i と近傍を形成しているという意味である。

各プレイヤーは、自身が形成する近傍に所属する他のプレイヤーの情報をもとに使う戦略の決定や選択を行う。ローカル少数派ゲームは、プレイヤーの関係や戦略の設定などについて様々な研究が行われている [4, 5]。

3 モデルの提案

N を奇数とし、ゲームに参加するプレイヤーの人数を N 人とする。ゲームの最初に各プレイヤー i に初期値が0の富 W_i を与える。初期グラフ $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ において

頂点集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ をプレイヤーとし、無向の辺の集合 \mathcal{E} はどのプレイヤー同士が情報を共有できるかを指定する。プレイヤー i が情報を共有できるプレイヤーを隣人と呼び、隣人の集合 Γ_i は

$$\Gamma_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\} \quad (1)$$

として表せる。また、各プレイヤーにそれぞれ2つの異なる戦略を与える。戦略のインデックスをそれぞれ $+1, -1$ で表し、初期値が0の評価点 $U_{i,+1}, U_{i,-1}$ を持っている。それぞれの戦略は、長さ S の過去少数派となった選択肢の履歴 $\mu \in \{0, 1\}^M$ と、次に選ぶ選択 $a \in \{0, 1\}$ の組み合わせから構成される。

ゲームが始まると、まずプレイヤー i は自分の富 W_i の値と隣人の富の値を比較し、(2) 式に従って自分の状態 l_i を決定する。

$$l_i = \theta(\max_{j \in \Gamma_i} W_j - W_i) \quad (2)$$

ここで、 $x > 0$ のとき $\theta(x) = 1$ であり、その他の場合 $\theta(x) = 0$ である。プレイヤー i は $l_i = 0$ の場合に自身の状態を「リーダー」、 $l_i = 1$ の場合に「フォロワー」として、以下に述べるように選択 a_i を決定する。

- フォロワーの場合

プレイヤーがフォロワーの場合、隣人の中で最も成功しているプレイヤーの選択に従う。

$$a_i = a_{L(i)} \quad (3)$$

ここで、 $L(i) = \operatorname{argmax}_{j \in \Gamma_i} W_j$ をプレイヤー i の「ローカルリーダー」と呼び、複数存在する場合はその中の1人がランダムに選ばれる。

- リーダーの場合

プレイヤーがリーダーの場合、自ら選択を決定する。

$$a_i = a_{i,s(i)}^\mu \quad (4)$$

ここで、 $s(i)$ はプレイヤー i の持つ最高の評価点の戦略で、 $s(i) = \operatorname{argmax}_{l \in \{+1, -1\}} U_{i,l}$ である。そのような戦略が複数存在する場合は、その中の1つがランダムに選ばれる。

全プレイヤーの選択が終わると、少数派となった選択肢を決定し、各戦略の評価点の計算を行う。選択の際に採用されたかどうかに関わらず、正しい少数派の予測をし

ていた全ての戦略の評価点が1点加点される。また、少数派となった選択肢の履歴 μ を更新する。

さらに、各プレイヤーの利益と富の計算を行う。情報の入手に発生するコストは、Lavicka ら [6] の方法を採用した。プレイヤー i が時刻 t に獲得する利益を $Y_i(t)$ とし、隣人の集合 Γ_i のうちプレイヤー i に従うエージェントの集合を $\Omega_i = \{j \in \Gamma_i : L(j) = i\}$ とすると、

$$Y_i(t) = f_i(t) + \epsilon \sum_{j \in \Omega_i} Y_j(t) \quad (5)$$

となる。ここで、プレイヤー i の選択が少数派のとき $f_i(t) = 1$ となり、多数派のとき $f_i(t) = 0$ となる。 ϵ は情報の入手に発生するコストの割合を表す。また、プレイヤーが得る富は以下の条件に従って計算する。

- フォロワーの場合

フォロワーは自分が得た利益のうち一定の割合 ϵ を自分のローカルリーダーに支払う。すなわち、

$$W_i(t+1) - W_i(t) = (1 - \epsilon)Y_i(t) \quad (6)$$

となる。

- リーダーの場合

リーダーは自分が得た利益をそのまま受け取れる。すなわち、

$$W_i(t+1) - W_i(t) = Y_i(t) \quad (7)$$

となる。

最後に、ネットワークの再配線を行う。本研究では、Mello ら [7] の方法を採用した。この方法では、プレイヤーのペアの全ての組み合わせの中から、 $\kappa_d N(N-1)$ 組のペアをランダムに選び、以下の操作を行う。

- プレイヤー同士が辺で接続されている場合

接続している辺を削除する。

- プレイヤー同士が辺で接続されていない場合

確率 $p_{ij} = \frac{\kappa_c}{\kappa_d(N-1)} e^{-\beta|w_i - w_j|}$ でプレイヤー同士を辺で接続する。ここで、 w_i はプレイヤー i がそれまでの選択で少数派の予測を的中させた割合である。ま

た、逆温度パラメータ β は少数派の予測精度の近接性の重みを決定し、 κ_c は全体の接続確率を、 κ_d は既存の接続を切断する確率を表す。

これらの手順を時刻 $t = 1$ から $t = T$ まで繰り返すのが、本研究のモデルの流れとなっている。

4 数値実験の結果と考察

初期グラフと記憶長 M 、そして情報コストの割合 ϵ を変えながら提案モデルで数値実験を行った結果を以下に示す。他のパラメータは、 $N = 1001, \kappa_c = 0.005, \kappa_d = 0.001, \beta = 0.1$ に設定した。初期グラフは全プレイヤーを環状に配置した閉路グラフと、BA グラフ [2] を採用し、それぞれ繰り返し回数 $T = 100000$ 回のゲームを 1 試行した結果を記録した。BA グラフのパラメータは、 $m_0 = m = 2$ とした。

まず、(8) 式で表されるシステム全体のパフォーマンス $E(t)$ を記録した。

$$E(t) = \frac{1}{N} \frac{1}{t} \sum_{\tau=1}^t \left(N_1(\tau) - \frac{N}{2} \right)^2 \quad (8)$$

この値は、小さいほど少数派の人数が多く、システム全体の効率が良いことを示す。図 1, 2 にそれぞれ閉路グラフ、BA グラフでの $E(t)$ の値を 1000 タイムステップごとに示す。図 1, 2 より、 $E(t)$ が収束する値は記憶長によって変わるが、情報コストの割合 ϵ にはそれほど影響しないことが分かる。このことから、本研究モデルでのプレイヤーの振る舞いは記憶長が大きく影響していると考えられる。

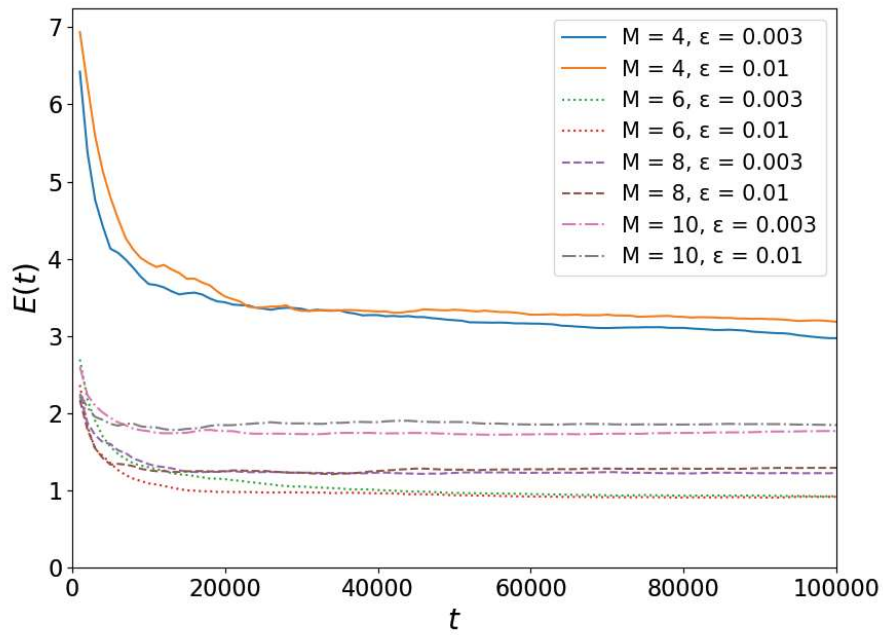


図1 閉路グラフでの時刻 t と $E(t)$ の関係

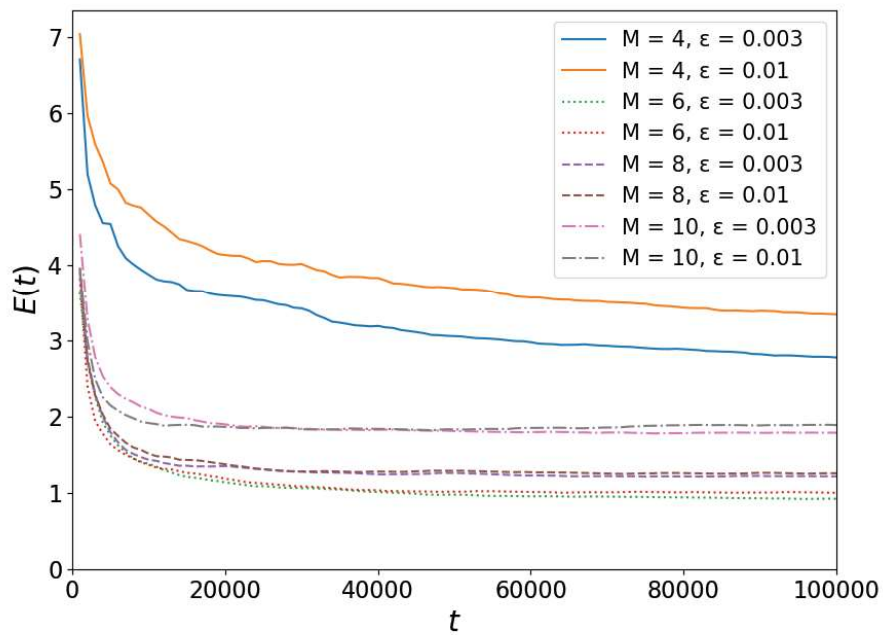


図2 BA グラフでの時刻 t と $E(t)$ の関係

次に、(9) 式で表されるグラフの平均次数 $\langle k \rangle$ を記録した。

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (9)$$

図 3, 4 にそれぞれ閉路グラフ、BA グラフでの $\langle k \rangle$ の値を 1000 タイムステップごとに示す。図 3, 4 から、おおよそどのパラメータでも $\langle k \rangle = 5$ 付近に収束することが分かる。このことから、どちらの初期グラフでも最終的なグラフの形は似た形になると考えられる。

また、ドメインという概念を定義し、ドメインの大きさの分布を記録した。ドメインとはそれぞれのリーダーが形成するプレイヤーの集団であり、1つのドメインには1人のリーダーが含まれているため、同じドメインに所属しているプレイヤーは全員同じ選択をする。 $t = 100000$ でのドメインの大きさの分布 $P(d)$ をそれぞれ閉路グラフ、BA グラフにおいて図 5, 6 に示す。 $P(d)$ の値はカーネル密度推定を用いて記録し、カーネル関数には標準的なガウス関数 $K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ を用いた。

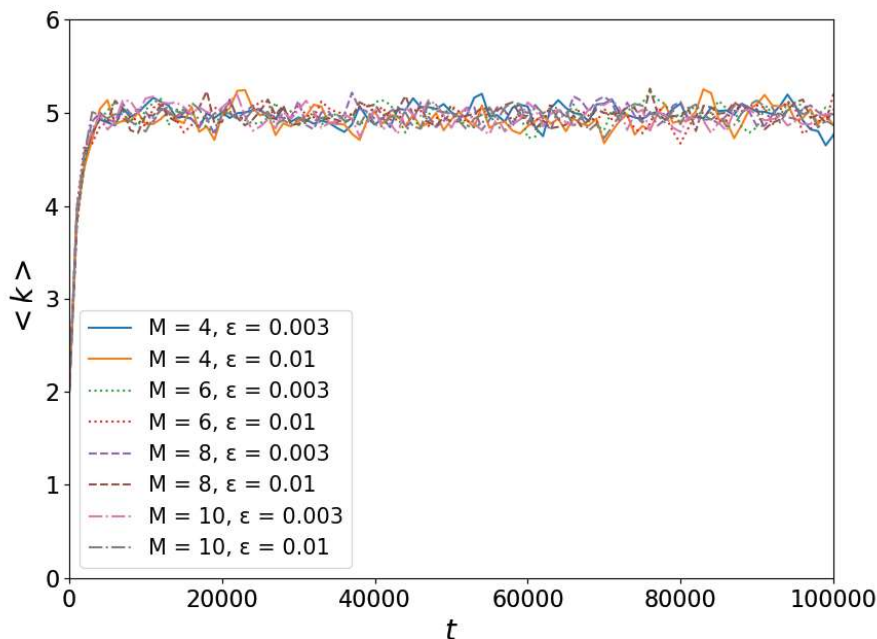


図 3 閉路グラフでの時刻 t と平均次数の関係

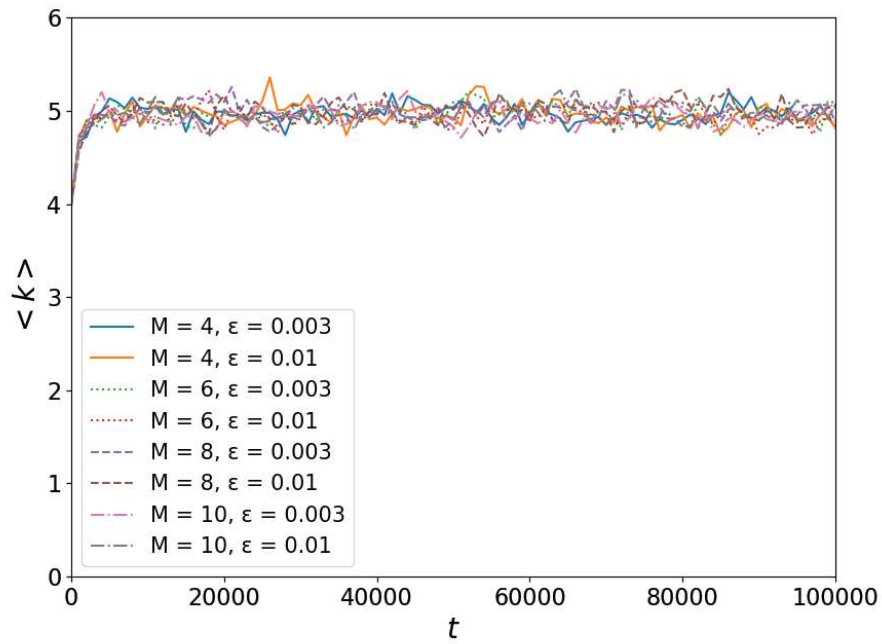


図4 BA グラフでの時刻 t と平均次数の関係

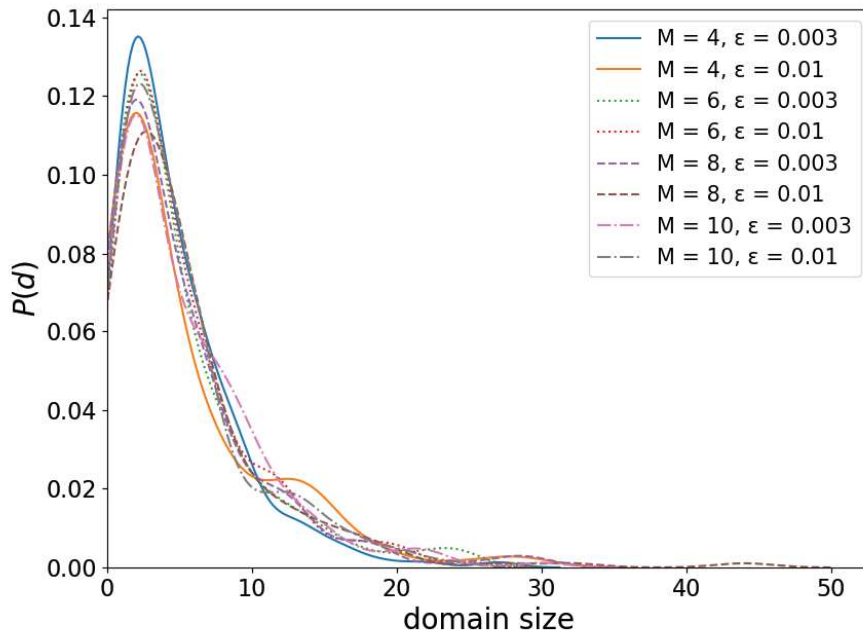


図5 閉路グラフでのドメインの大きさの分布

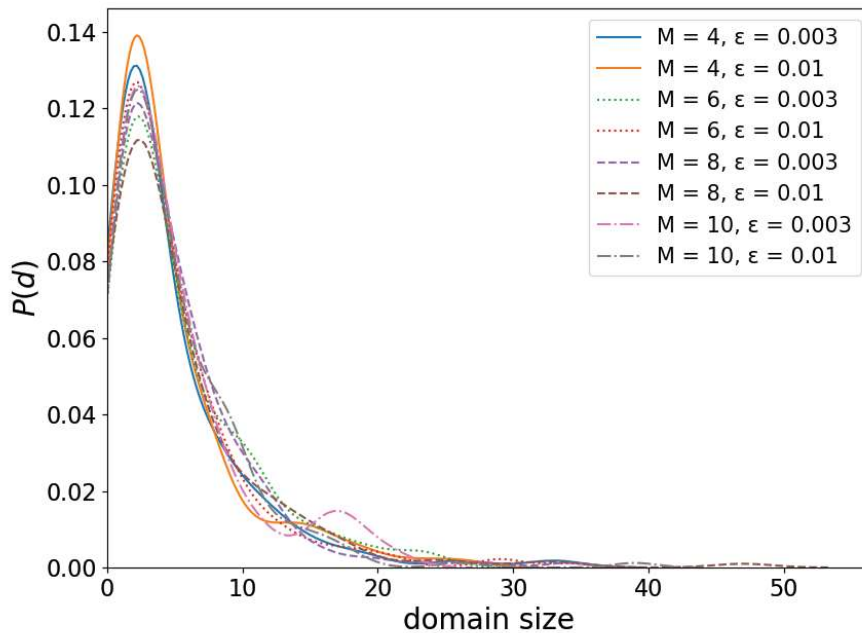


図6 BA グラフでのドメインの大きさの分布

図5, 6 から、おおよそどのパラメータでも分布は似ていることが分かる。再配線のパラメータを変えるとドメインの分布が変わるのではないかと考えられる。

最後に、同様の方法で $t = 100000$ でのプレイヤーの富の分布 $P(W)$ をカーネル密度推定を用いて記録した。それぞれ閉路グラフ、BA グラフにおいて得られた結果を図7, 8 に示す。図7, 8 から、情報コストの割合だけでなく記憶長を変えても分布の傾向は異なることが分かる。このことから、各プレイヤーのパフォーマンスも記憶長に大きな影響を受けていると考えられる。また、同じパラメータで比較すると、初期グラフを変えても分布は似た傾向であることが分かる。どちらの初期グラフでも最終的にプレイヤーの貧富の差は似たような傾向になっていくと考えられる。

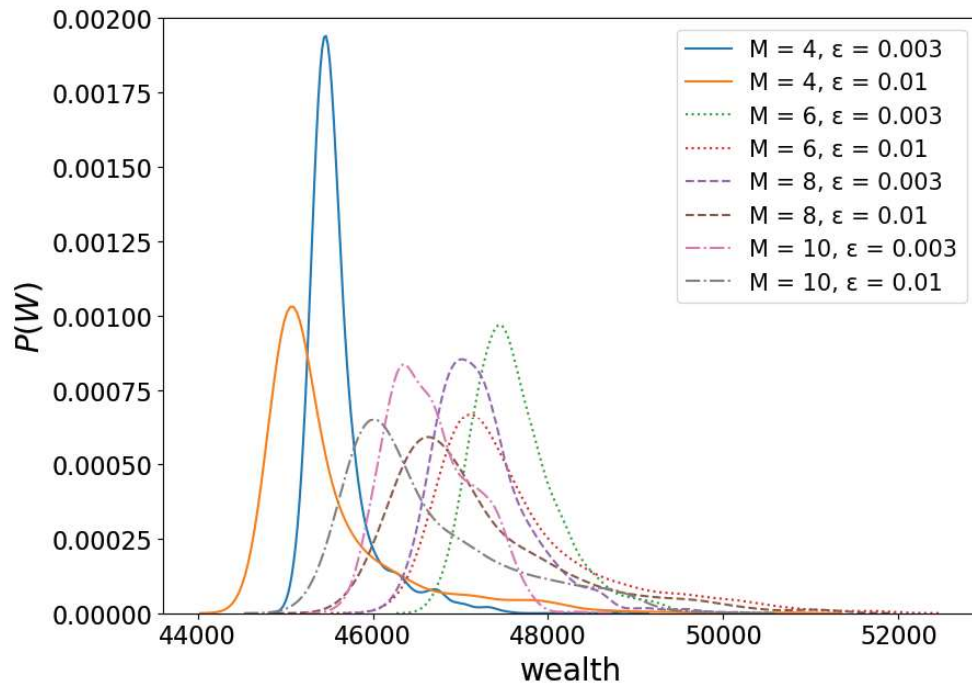


図 7 閉路グラフでの富の分布

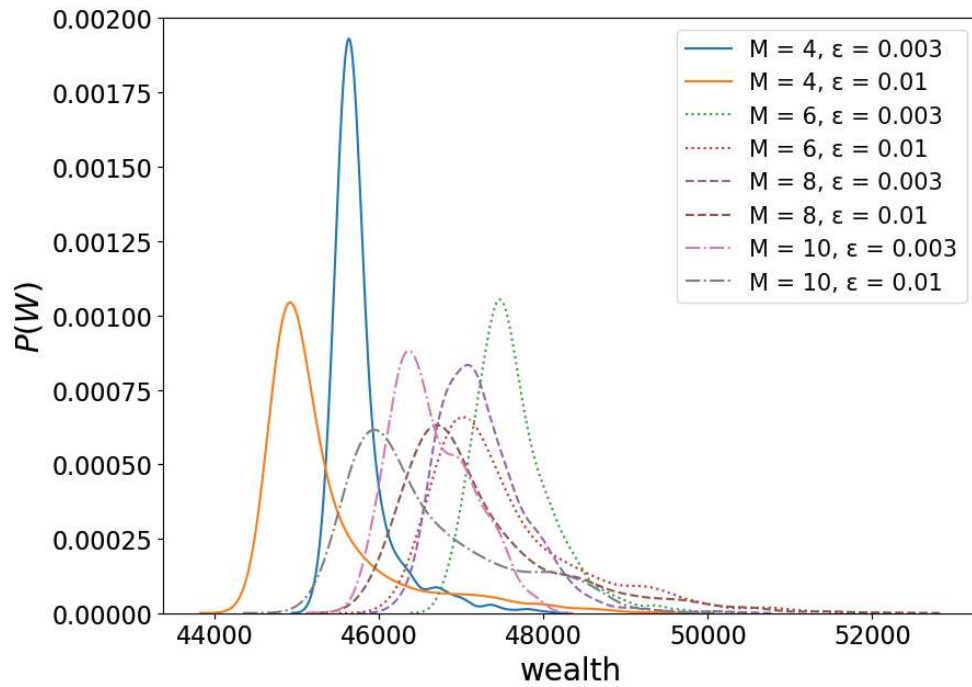


図 8 BA グラフでの富の分布

5 まとめ

本稿では、周辺の情報の入手にコストが発生し、ネットワークの再配線が可能な新たなローカル少数派ゲームのモデルを提案した。また、システム全体の効率やネットワークの振る舞いを観察する数値実験を行った。数値実験の結果から、提案モデルの設定では記憶長の影響がコスト率の影響よりも大きいことが分かった。また、初期グラフを変えても、再配線を繰り返すことで最終的には似たネットワークに収束していくことが分かった。今後の課題として、再配線のパラメータやアルゴリズムを変えたりして実験を行うことが挙げられる。

参考文献

- [1] W.B. Arthur (1994), Inductive reasoning and bounded rationality, *The American Economic Review*, 84, 406-411
- [2] A.L. Barabási, R. Albert (1999), Emergence of scaling in random networks, *Science*, 286, 509-512
- [3] D. Challet, M. Marsili and Y.C. Zhang (2005), *Minority Games : Interacting Agents in Financial Markets*, Oxford University Press.
- [4] H.F. Chau, F.K. Chow, K.H. Ho (2004), Minority game with peer pressure, *Physica A*, 332, 483-495
- [5] T. Kalinowski, H.J. Schultz and M. Brieze (2000), Cooperation in the Minority Game with local information, *Physica A*, 277, 502-508
- [6] H. Lavička, F. Slanina (2007), Evolution of imitation networks in minority game model, *The European Physical Journal B*, 56, 53-63
- [7] B.A.Mello, V.M.C.S.Souza, D.O.Cajueiro, R.F.S.Andrade (2010), Network evolution based on minority game with herding behavior, *The European Physical Journal B*, 76, 147-156
- [8] F. Slanina (2000), Social organization in the minority game model, *Physica A*, 286, 367-376
- [9] F. Slanina (2001), Harms and benefits from social imitation, *Physica A*, 299, 334-343