GSp(4) の Rapoport–Zink 空間の ℓ 進コホモロジーの超尖点部分について

三枝 洋一（東京大学大学院数理科学研究科）
Yoichi Mieda (Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo)

1　はじめに

本稿では,「代数的整数論とその周辺2021」での講演内容に基づき, GSp(4) の Rapoport–Zink 空間の ℓ 進コホモロジーの超尖点部分を局所 Langlands 対応を用いて記述した研究成果について報告を行う．本研究は，伊藤哲史氏（京都大学）と共同で行っており，現在も進行中である．

記号　本稿を通して素数 p を固定する．$\mathbb{Q}_p$ の代数閉包 $\overline{\mathbb{Q}}_p$ を固定し，その完備化を $\widehat{\overline{\mathbb{Q}}}_p$ と書く．$\overline{\mathbb{Q}}_p$ に含まれる $\mathbb{Q}_p$ の最大不分岐拡大を $\mathbb{Q}_p^{\mathrm{ur}}$ と書き，その完備化を $\widehat{\mathbb{Q}}_p^{\mathrm{ur}}$ と書く．$\widehat{\mathbb{Q}}_p^{\mathrm{ur}}$ の整数環を $\widehat{\mathbb{Z}}_p^{\mathrm{ur}}$ と書く．$\widehat{\mathbb{Z}}_p^{\mathrm{ur}}$ の剰余体 $\overline{\mathbb{F}}_p$ は $\mathbb{F}_p$ の代数閉包である．$\mathbb{Q}_p$ の絶対 Galois 群，Weil 群，惰性群をそれぞれ $\Gamma_{\mathbb{Q}_p}$, $W_{\mathbb{Q}_p}$, $I_{\mathbb{Q}_p}$ と書く．

2　GSp(4) の Rapoport–Zink 空間

本節では，主定理を述べるために必要な，GSp(4) の Rapoport–Zink 空間およびその ℓ 進コホモロジーの超尖点部分について手短にまとめる．

GSp(4) の Rapoport–Zink 空間とは，非常に大雑把に言えば，Siegel threefold の p 進局所版にあたるものである．もう少し正確に述べよう．$\overline{\mathbb{F}}_p$ 上の超特異アーベル曲面 A_0 を固定し，A_0 に伴う p 可除群 $A_0[p^\infty]$ を $\mathbb{X}_0$ と書く．また，A_0 の主偏極化 $\lambda_0\colon A_0 \xrightarrow{\cong} A_0^\vee$ を固定し，λ_0 の誘導する同型 $\mathbb{X}_0 \xrightarrow{\cong} \mathbb{X}_0^\vee$ を同じ記号 λ_0 で表す．GSp(4) の Rapoport–Zink 空間 $\mathcal{M}$ とは，組 $(\mathbb{X}_0, \lambda_0)$ の $\widehat{\mathbb{Z}}_p^{\mathrm{ur}}$ 上への準同種写像による変形全体のなすモジュライ空間のことである．詳しい定義は [RZ96] 等を参照していただきたい．$\mathcal{M}$ は $\widehat{\mathbb{Z}}_p^{\mathrm{ur}}$ 上局所形式的有限型 (locally formally of finite type) な形式スキームであり，群 $\mathbf{QIsog}(\mathbb{X}_0, \lambda_0) = \{f\colon \mathbb{X}_0 \to \mathbb{X}_0 :$ 準同種写像 $\mid f$ は λ_0 を $\mathbb{Q}_p^\times$ 倍を除き保つ$\}$ の自然な作用を持つ．この群は $G = \mathrm{GSp}_4$ の $\mathbb{Q}_p$ 上の非自明な内部形式 J の $\mathbb{Q}_p$ 値点 $J(\mathbb{Q}_p)$ と同一視できる．

$\mathcal{M}$ のリジッド一般ファイバーを M と書く．これは $\widehat{\mathbb{Q}}_p^{\mathrm{ur}}$ 上滑らかな 3 次元リジッド空間である．$\mathcal{M}$ 上の普遍 p 可除群の M への引き戻しのレベル構造を用いることで，M のエタール被覆の射影系 $\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$（$K$ は $G(\mathbb{Z}_p)$ の開部分群を動く）を構成することができる．これを Rapoport–Zink 塔と呼ぶ．$M_{G(\mathbb{Z}_p)} = M$ である．モジュラー曲線などの場合と同様に，$G(\mathbb{Q}_p)$ は射影系 $\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$（より正確には，$\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$ を pro-object とみなしたもの）に自然に作用する．この作用を Hecke 作用と呼ぶ．また，

$J(\mathbb{Q}_p)$ も射影系 $\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$ に自然に作用する．これら 2 つの作用は可換であり，したがって $G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)$ の $\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$ への作用が定まる．

以下では，p と異なる素数 ℓ および体同型 $\mathbb{C}\cong\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ を固定し，$\mathbb{C}$ と $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ を同一視する．Rapoport–Zink 塔のコンパクト台 ℓ 進エタールコホモロジー H^i_{RZ} を以下で定義する：

$$H^i_{\mathrm{RZ}}=\varinjlim_{K} H^i_c((M_K/p^{\mathbb{Z}})\otimes_{\widehat{\mathbb{Q}}_p^{\mathrm{ur}}}\widehat{\overline{\mathbb{Q}}}_p,\overline{\mathbb{Q}}_\ell).$$

ここで，$p^{\mathbb{Z}}$ は $p^{\mathbb{Z}}\subset\mathbb{Q}_p^\times\subset J(\mathbb{Q}_p)$ によって $J(\mathbb{Q}_p)$ の部分群とみなすことで M_K に作用し，$M_K/p^{\mathbb{Z}}$ はその作用に関する商を表す．$G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)$ の $\{M_K\}_{K\subset G(\mathbb{Z}_p)}$ への作用から，$G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)$ の H^i_{RZ} への作用が誘導される．部分群 $p^{\mathbb{Z}}\times p^{\mathbb{Z}}\subset G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)$ は H^i_{RZ} に自明に作用することが証明できる．また，$I_{\mathbb{Q}_p}\cong\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}_p/\mathbb{Q}_p^{\mathrm{ur}})$ も H^i_{RZ} に作用するが，この作用は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の作用へと自然に延長されることが知られている．$W_{\mathbb{Q}_p}$ の作用は $G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)$ の作用と可換であり，したがって H^i_{RZ} は $G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)\times W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現となる．

H^i_{RZ} を $G(\mathbb{Q}_p)$ の表現と見ると，自然な分解 $H^i_{\mathrm{RZ}}=H^i_{\mathrm{RZ,sc}}\oplus H^i_{\mathrm{RZ,nsc}}$ がある（[Ber84, §2.3], [Ren10, Théorème VI.3.5] 参照）．ここで，$H^i_{\mathrm{RZ,sc}}$, $H^i_{\mathrm{RZ,nsc}}$ は以下の特徴を持つ：

- $H^i_{\mathrm{RZ,sc}}$ の任意の既約部分商は超尖点表現である．
- $H^i_{\mathrm{RZ,nsc}}$ の任意の既約部分商は超尖点表現でない．

$H^i_{\mathrm{RZ,sc}}$ を H^i_{RZ} の超尖点部分と呼ぶ．$J(\mathbb{Q}_p)\times W_{\mathbb{Q}_p}$ の H^i_{RZ} への作用は上記の直和分解を保つので，$H^i_{\mathrm{RZ,sc}}$ も $G(\mathbb{Q}_p)\times J(\mathbb{Q}_p)\times W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現となる．さらに，$H^i_{\mathrm{RZ,sc}}$ は以下のような直和分解を持つ：

$$H^i_{\mathrm{RZ,sc}}\cong\bigoplus_{\substack{\pi\colon \mathrm{sc}\\ \omega_\pi|_{p^{\mathbb{Z}}}=1}}\pi\boxtimes H^i_{\mathrm{RZ},\pi}.$$

ここで，π は $G(\mathbb{Q}_p)$ の既約超尖点表現であってその中心指標 ω_π が $\omega_\pi|_{p^{\mathbb{Z}}}=1$ を満たすものを動く．また，$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ は $J(\mathbb{Q}_p)\times W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現である．$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ については次が分かっている：

定理 2.1（[Mie20, Remark 4.16], [FS, §IX.3]）
$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ は $J(\mathbb{Q}_p)$ の表現として長さ有限である．

本研究の目的は，$J(\mathbb{Q}_p)\times W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現 $H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ の構造を，$G(\mathbb{Q}_p)$ と $J(\mathbb{Q}_p)$ の局所 Langlands 対応および局所 Arthur 分類を用いて記述することである．

3 主定理

本節では，本稿の主定理を述べる．$G(\mathbb{Q}_p)$ の既約超尖点表現 π であって $\omega_\pi|_{p^{\mathbb{Z}}}=1$ を満たすものをとり，L パラメータ $\phi\colon W_{\mathbb{Q}_p}\times\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})\to\mathrm{GSp}_4(\mathbb{C})$ を $\pi\in\Pi^G_\phi$ となるようにとる（このような ϕ は $\mathrm{GSp}_4(\mathbb{C})$ 共役を除き唯一である）．ここで，Π^G_ϕ は ϕ に対応する Gan–Takeda ([GT11]) の L パケットを表す．これは $G(\mathbb{Q}_p)$ の既約表現の有限集合で

ある．また，Π_ϕ^J で，ϕ に対応する Gan–Tantono ([GT14]) の L パケットを表す．これは $J(\mathbb{Q}_p)$ の既約表現の有限集合である．

$r\colon \mathrm{GSp}_4(\mathbb{C}) \hookrightarrow \mathrm{GL}_4(\mathbb{C})$ で自然な埋め込みを表す．$r\circ\phi$ は $W_{\mathbb{Q}_p}\times\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$ の 4 次元半単純表現であるが，Π_ϕ^G が超尖点表現を含むという条件から，以下のいずれかの形をしていることが分かる：

(I) $r\circ\phi\cong\phi'\boxtimes\mathbf{1}$（$\phi'$ は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の 4 次元既約表現，$\mathbf{1}$ は $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$ の自明表現）．

(II) $r\circ\phi\cong(\phi_1\boxtimes\mathbf{1})\oplus(\phi_2\boxtimes\mathbf{1})$（$\phi_1$, ϕ_2 は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の 2 次元既約表現であって $\phi_1\not\cong\phi_2$ を満たすもの）．

(III) $r\circ\phi\cong(\phi_0\boxtimes\mathbf{1})\oplus(\chi\boxtimes\mathbf{Std})$（$\phi_0$ は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の 2 次元既約表現，χ は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の連続指標であって $\chi^2=\det\phi_0$ を満たすもの，$\mathbf{Std}$ は $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$ のスタンダード表現）．

(IV) $r\circ\phi\cong(\chi_1\boxtimes\mathbf{Std})\oplus(\chi_2\boxtimes\mathbf{Std})$（$\chi_1$, χ_2 は $W_{\mathbb{Q}_p}$ の連続指標であって $\chi_1\neq\chi_2$ かつ $\chi_1^2=\chi_2^2$ を満たすもの）．

(I), (II) の場合，Π_ϕ^G, Π_ϕ^J は超尖点表現のみからなるが，(III), (IV) の場合には Π_ϕ^G, Π_ϕ^J は超尖点的でない表現を含む．このことから，(III), (IV) の場合がより複雑であり，また面白いことが分かる．

本稿では，(III) を満たすような π に対し $H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ の記述を行う．(I), (II) の場合はこれよりずっと簡単である．(IV) の場合は，講演の際には保型表現側での問題が残っていると述べたが，その後再度検討を行ったところ，(III) と同様の扱いができることが判明した．

以下では，$r\circ\phi$ が (III) の形をしているとする．このとき，$\Pi_\phi^G=\{\pi,\pi_{\mathrm{disc}}\}$ となるような $G(\mathbb{Q}_p)$ の既約離散系列表現 π_{disc} が存在する．上でも述べたように，π_{disc} は超尖点表現ではない．また，Π_ϕ^J は $\{\rho_{\mathrm{sc}},\rho_{\mathrm{disc}}\}$ という形をしている．ここで，ρ_{sc} は $J(\mathbb{Q}_p)$ の既約超尖点表現であり，ρ_{disc} は $J(\mathbb{Q}_p)$ の超尖点的でない既約離散系列表現である．$\rho_{\mathrm{nt}}=\mathrm{Zel}(\rho_{\mathrm{disc}})$ とおく．ただし，Zel は Zelevinsky 対合（[SS97, §IV.5] 参照）を表す．ρ_{nt} は $J(\mathbb{Q}_p)$ の非緩増加な既約表現である（nt は non-tempered の頭文字をとった）．局所 A パラメータ $\psi\colon W_{\mathbb{Q}_p}\times\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})\times\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})\to\mathrm{GSp}_4(\mathbb{C})$ を $(w,a,b)\mapsto\phi(w,b)$ で定めると，[Gan08] の意味での局所 A パケット Π_ψ^J は $\{\rho_{\mathrm{sc}},\rho_{\mathrm{nt}}\}$ となるのであるが，本稿では局所 Arthur 分類にこれ以上立ち入らない．

本稿の主定理は以下の通りである．

定理 3.1

$r\circ\phi$ が (III) の形をしているとき，次が成り立つ（ϕ_0, χ は (III) に出てきたものである）：

$$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}\cong\begin{cases}(\rho_{\mathrm{sc}}^\vee\boxtimes\phi_0(-\tfrac{3}{2}))\oplus(\rho_{\mathrm{disc}}^\vee\boxtimes\chi(-1)) & i=3,\\ \rho_{\mathrm{nt}}^\vee\boxtimes\chi(-2) & i=4,\\ 0 & i\neq 3,4.\end{cases}$$

なお，$(-)^\vee$ は反傾表現を表す．

$\phi|_{\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})}$ が自明になる場合（つまり，上記の (I), (II) の場合）に Π_ϕ^G, Π_ϕ^J が H^i_{RZ} にどの

ように寄与するかについては，GSp(4) とは限らない一般の場合においても，Kottwitz による予想が昔から知られていた（[Rap95] 参照）．その一方で，$\phi|_{\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})}$ が自明でないとき，GSp(4) とは限らない一般の場合に何が起こるかについては，Zhu による予想 ([Zhu, Conjecture 4.7.18]) はあるものの，現時点では謎に包まれている．定理 3.1 は，そうした謎に挑み，局所 Langlands 対応や局所 Arthur 分類と幾何学の関係を明らかにするための足がかりとなるのではないかと期待している．

4 証明の方針

最後に，定理 3.1 の証明の方針について簡単に述べる．証明は，大きく分けて 2 つのステップからなる．

最初のステップは，$\rho \in \{\rho_{\mathrm{sc}}^\vee, \rho_{\mathrm{disc}}^\vee, \rho_{\mathrm{nt}}^\vee\}$ に対し，$\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ}}, \rho)^{\mathrm{sm}}_{\mathrm{sc}}$ を $G(\mathbb{Q}_p) \times W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現として決定するというものである．ただし，$\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}$ は $J(\mathbb{Q}_p)$ のスムーズ表現の圏でとり，$(-)^{\mathrm{sm}}$ は $G(\mathbb{Q}_p)$ の表現としてのスムーズ化を表す．なお，J の分裂半単純階数が 1 であることから，$j \geq 2$ ならば $\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ}}, \rho) = 0$ であることが分かるので，$j = 0, 1$ の場合が本質的である．このステップは，古典的な手法に基づく．キーワードを挙げると，志村多様体，p 進一意化，Hochschild–Serre スペクトル系列，局所／大域 Arthur 分類などである．詳細は 2021 年 1 月に数理解析研究所で開催された集会「保型形式，保型表現，ガロア表現とその周辺 2021」の報告集 [Mie21] に書いたので，そちらをご覧いただきたい．このステップで用いる GSp_4 の特殊事情は，以下の 2 つである：

- GSp_4 は fully Hodge–Newton decomposable である．つまり，$\overline{\mathbb{F}}_p$ 上の超特異でない任意のアーベル曲面の Newton polygon は Hodge polygon と端点以外で交わる．（例えば，$n \geq 3$ に対する GSp_{2n} はこの条件を満たさない．）
- GSp_4 の内部形式 J の分裂半単純階数が 1 であるため，Hochschild–Serre スペクトル系列が E_2 退化し，調べやすい．

GSp_4 以外に，3 変数一般ユニタリ群もこれらの性質を満たすため，3 変数一般ユニタリ群に対する Rapoport–Zink 空間についても同様の結果を得ることが可能である．

次のステップは，Fargues–Scholze ([FS]) の結果を用いて最初のステップの結果から主定理を引き出すというものである．Fargues–Scholze の理論について，ごく簡単に説明する．H を $\mathbb{Q}_p$ 上の連結簡約代数群とし，簡単のため，H は $\mathbb{Q}_p$ 上分裂的な連結簡約代数群の内部形式であると仮定する．$\widehat{H}$ で H の Langlands 双対群を表す．$H \in \{G, J\}$ ならば $\widehat{H} = \mathrm{GSp}_4(\mathbb{C})$ である．Fargues–Scholze は，“$\mathrm{Spec}\,\mathbb{Q}_p \times_{\mathrm{Spec}\,\mathbb{F}_p} \mathrm{Spec}\,\mathbb{Q}_p$” にあたるものを金剛空間 (diamond) として構成し，その上のシュトゥカのモジュライ空間を考えて Vincent Lafforgue の理論 ([Laf18]) を真似ることで，$H(\mathbb{Q}_p)$ の各既約表現 σ に対応する半単純 L パラメータ $\phi^{\mathrm{FS}}_\sigma \colon W_{\mathbb{Q}_p} \to \widehat{H}$ を構成した．以下では，$\phi^{\mathrm{FS}}_\sigma$ のことを σ の Fargues–Scholze パラメータと呼ぶことにする．Fargues–Scholze の理論の長所としては，一般の連結簡約代数群に対して機能すること，幾何を用いて定義しているので，幾何との関係が証明しやすいことなどが挙げられる．一方で，半単純 L パラメータしか得られないこと（L パラメータのうち $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$ の部分の情報が捨てられている），L パケッ

トのコントロールができないこと，大域的な保型表現論との繋がりが不明であることなどの弱点もある．

定理 3.1 の証明には，Fargues–Scholze パラメータに対する以下の結果を用いる：

- π を定理 3.1 の通りとするとき，$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ を $J(\mathbb{Q}_p)$ の表現と見たときの任意の既約部分商の Fargues–Scholze パラメータは $\pi^\vee$ の Fargues–Scholze パラメータと一致する ([Kos], [Ham]).
- $G(\mathbb{Q}_p)$ の各既約表現の Fargues–Scholze パラメータは Gan–Takeda の L パラメータの半単純化と一致し，$J(\mathbb{Q}_p)$ の各既約表現の Fargues–Scholze パラメータは Gan–Tantono の L パラメータの半単純化と一致する ([Ham]).

これらのことから，$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ の既約部分商は $\rho^\vee_{\mathrm{sc}}$，$\rho^\vee_{\mathrm{disc}}$，$\rho^\vee_{\mathrm{nt}}$ のいずれかであることが導ける．さらに，Fargues–Scholze パラメータの構成を辿ると，$J(\mathbb{Q}_p)$ の Bernstein 中心が $H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ にスカラー倍で作用することも示せる．$J(\mathbb{Q}_p)$ の分裂半単純階数が 1 であることも用いると，簡単な表現論の議論により，$H^i_{\mathrm{RZ},\pi}$ を決定するには各 $\rho \in \{\rho^\vee_{\mathrm{sc}}, \rho^\vee_{\mathrm{disc}}, \rho^\vee_{\mathrm{nt}}\}$ に対する $\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ},\pi}, \rho)$ を決定すれば十分であることが分かる．$\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ},\pi}, \rho)$ は $\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ}}, \rho)^{\mathrm{sm}}_{\mathrm{sc}}$ の $\pi^\vee$ 等型部分であり，$\mathrm{Ext}^j_{J(\mathbb{Q}_p)}(H^i_{\mathrm{RZ}}, \rho)^{\mathrm{sm}}_{\mathrm{sc}}$ は最初のステップで記述済なので，証明が完了する．

参考文献

[Ber84] J. N. Bernstein, *Le “centre” de Bernstein*, Representations of reductive groups over a local field, Travaux en Cours, Hermann, Paris, 1984, Edited by P. Deligne, pp. 1–32.

[FS] L. Fargues and P. Scholze, *Geometrization of the local Langlands correspondence*, arXiv:2102.13459.

[Gan08] W. T. Gan, *The Saito-Kurokawa space of* PGSp_4 *and its transfer to inner forms*, Eisenstein series and applications, Progr. Math., vol. 258, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 2008, pp. 87–123.

[GT11] W. T. Gan and S. Takeda, *The local Langlands conjecture for* GSp(4), Ann. of Math. (2) **173** (2011), no. 3, 1841–1882.

[GT14] W. T. Gan and W. Tantono, *The local Langlands conjecture for* GSp(4)*, II: The case of inner forms*, Amer. J. Math. **136** (2014), no. 3, 761–805.

[Ham] L. Hamann, *Compatibility of the Fargues-Scholze and Gan-Takeda Local Langlands*, arXiv:2109.01210.

[Kos] T. Koshikawa, *Eichler-Shimura relations for local Shimura varieties*, arXiv:2106.10603.

[Laf18] V. Lafforgue, *Chtoucas pour les groupes réductifs et paramétrisation de Langlands globale*, J. Amer. Math. Soc. **31** (2018), no. 3, 719–891.

[Mie20] Y. Mieda, *On irreducible components of Rapoport-Zink spaces*, Int. Math. Res. Not. IMRN (2020), no. 8, 2361–2407.

[Mie21] ———, *Local Saito-Kurokawa A-packets and ℓ-adic cohomology of Rapoport-Zink tower for* $\mathrm{GSp}(4)$*: announcement*, 数理解析研究所講究録「保型形式，保型表現，ガロア表現とその周辺 2021」，2021.

[Rap95] M. Rapoport, *Non-Archimedean period domains*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 1, 2 (Zürich, 1994) (Basel), Birkhäuser, 1995, pp. 423–434.

[Ren10] D. Renard, *Représentations des groupes réductifs p-adiques*, Cours Spécialisés, vol. 17, Société Mathématique de France, Paris, 2010.

[RZ96] M. Rapoport and Th. Zink, *Period spaces for p-divisible groups*, Annals of Mathematics Studies, vol. 141, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1996.

[SS97] P. Schneider and U. Stuhler, *Representation theory and sheaves on the Bruhat-Tits building*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. (1997), no. 85, 97–191.

[Zhu] X. Zhu, *Coherent sheaves on the stack of Langlands parameters*, arXiv:2008.02998.