Hecke algebras for tame supercuspidal types

東京大学大学院数理科学研究科
小原和馬
Kazuma Ohara
Graduate School of Mathematical Science,
The University of Tokyo

1　はじめに

F を非アルキメデス的局所体とし，G を F 上定義された連結簡約代数群とする．このとき $G(F)$ の $\mathbb{C}$ 上のスムーズ表現全体からなる圏 $\mathcal{R}(G(F))$ についての理解を得ることは，表現論や整数論の文脈において重要な問題である．$\mathcal{R}(G(F))$ については，Bernstein ブロックと呼ばれる充満部分圏への分解

$$\prod_{[M,\sigma]_G} \mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$$

が知られている．ただしここで添え字集合は G の Levi 部分群 M と，その既約超尖点表現 σ の組 (M,σ) の適切な同値関係の下での同値類全体をはしる．

$G(F)$ の開コンパクト部分群 K と，その既約表現 (ρ,W) の組 (K,ρ) が，Bernstein ブロック $\mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$ に付随する type であるとは，ρ-isotypic part で生成される $G(F)$ のスムーズ表現全体からなる $\mathcal{R}(G(F))$ の充満部分圏が，ちょうど $\mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$ と一致することをいう．このとき $\mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$ は，(K,ρ) に付随する Hecke 環 $\mathcal{H}(G(F),\rho)$ 上の加群全体からなる圏と圏同値であることが知られている [BK98, Theorem 4.3]．以上より，次の二つの問題が重要である．

- 各 Bernstein ブロック $\mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$ に対して，付随する type (K,ρ) を構成する．
- 上で構成した type (K,ρ) について，付随する Hecke 環 $\mathcal{H}(G(F),\rho)$ の構造を決定する．

本稿ではまず [Yu01] における type の構成について説明し，その後それらの type に付随する Hecke 環の構造についての著者自身の結果 [Oha21] を紹介する．

2　Yu による type の構成

以下では F の剰余標数 p は 2 でないとし，G は F の馴分岐拡大で分裂すると仮定する．[Yu01] の type の構成においては，次の 5 つ組がインプットとして用いられる（それぞれの詳細な定義については [Yu01, Section 3] を参照).

D1 馴分岐な捩れ Levi 部分群の列 $\overrightarrow{G} = \left(G^0 \subsetneq G^1 \subsetneq \ldots \subsetneq G^d = G\right)$. G^0, G の中心をそれぞれ $Z(G^0), Z(G)$ とかくとき,その商 $Z(G^0)/Z(G)$ は anisotropic であると仮定する.

D2 G^0 の馴分岐な極大トーラス T と,その Bruhat–Tits building の点 y. y の G^0 の reduced building への射影の像 $[y]$ は vertex であると仮定する.T の splitting field を E とかき,T に対応する G^i のルート系を $\Phi(G^i, T)$ とかく.

D3 次をみたす実数列 $\overrightarrow{r} = (r_0, \ldots, r_d)$.

$$\begin{cases} 0 < r_0 < r_1 < \cdots < r_{d-1} \leq r_d & (d > 0), \\ 0 \leq r_0 & (d = 0). \end{cases}$$

D4 $G^0(F)_y$ の既約表現 ρ_{-1}. ただし $G^0(F)_y$ で y の $G^0(F)$ における固定部分群を表す.ρ_{-1} の $G^0(F)_{y,0}$ への制限は $G^0(F)_{y,0}/G^0(F)_{y,0+}$ の尖点表現を経由すると仮定する.ただし $r \in \widetilde{\mathbb{R}}_{\geq 0} = \mathbb{R}_{\geq 0} \cup \{r+ \mid r \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$ に対して,$G^0(F)_{y,r}$ で $G^0(F)$ の depth r の Moy-Prasad filtration 部分群を表す.

D5 $G^i(F)$ の指標 ϕ_i からなる列 $\overrightarrow{\phi} = (\phi_0, \ldots, \phi_d)$. $0 \leq i \leq d-1$ に対して ϕ_i は G^{i+1}-generic of depth r_i relative to y であると仮定する.$r_{d-1} < r_d$ であるとき ϕ_d は depth r_d であるとし,$r_{d-1} = r_d$ であるとき $\phi_d = 1$ であると仮定する.

[Yu01] による type の構成は $G^0(F)$ の depth 0 の type $(G^0(F)_y, \rho_{-1})$ からスタートし,$\overrightarrow{\phi}$ を用いて表現を伸ばすことで $0 \leq i \leq d$ に対して $G^i(F)$ の depth r_i の type (K^i, ρ_i) を帰納的に構成するというものになっている.以下では type (K^i, ρ_i) の構成を説明する.

まず $G^i(F)$ の開コンパクト部分群 K^i を次で定義する;

$$K^i = G^0(F)_y G^1(F)_{y,r_0/2} \cdots G^i(F)_{y,r_{i-1}/2}.$$

さらに $1 \leq i \leq d$ に対して,K^i の開コンパクト部分群 J^i, J^i_+ を次で定義する;

$$\begin{cases} J^i = G(F) \cap \langle U_\alpha(E)_{y,r_{i-1}}, U_\beta(E)_{y,r_{i-1}/2} \mid \alpha \in \Phi(G^{i-1}, T, E) \cup \{0\}, \beta \in \Phi(G^i, T, E) \backslash \Phi(G^{i-1}, T, E)\rangle, \\ J^i_+ = G(F) \cap \langle U_\alpha(E)_{y,r_{i-1}}, U_\beta(E)_{y,(r_{i-1}/2)+} \mid \alpha \in \Phi(G^{i-1}, T, E) \cup \{0\}, \beta \in \Phi(G^i, T, E) \backslash \Phi(G^{i-1}, T, E)\rangle. \end{cases}$$

ただし $\alpha \in \Phi(G, T)$ に対して U_α で α に対応する G のルート部分群を表し,$U_0 = T$ とおく.また,$\alpha \in \Phi(G, T) \cup \{0\}, r \in \widetilde{\mathbb{R}}_{\geq 0}$ に対して,$U_\alpha(E)_{y,r}$ で $U_\alpha(E)$ の depth r の Moy–Prasad filtration 部分群を表す.このとき

$$K^i = K^{i-1} J^i$$

となっていることに注意する.

次に K^i の既約表現 ρ_i の構成について説明する.[Yu01] における帰納的なステップにおいては ρ_i ではなく K^i の別の既約表現 ρ'_i が用いられる.ρ_i は $\rho_i = \rho'_i \otimes \phi_i$ として得られる.まず $\rho'_0 = \rho_{-1}$ とおく(したがって $\rho_0 = \rho_{-1} \otimes \phi_0$ である).$1 \leq i \leq d$ について,K^{i-1} の既約表現 ρ'_{i-1} が得られているとする.このとき ρ'_{i-1} を J^i 上自明に伸ばすことで K^i の既約表現 $\mathrm{inf}(\rho'_{i-1})$ が得られる(構成をみることで帰納的に ρ'_{i-1} が $K^{i-1} \cap J^i$ 上自明なことはわかる).さらに Weil 表現の理論を用いることで,ϕ_{i-1} から K^i の既約表現 ϕ'_{i-1} が得られる.$\rho'_i = \mathrm{inf}\left(\rho'_{i-1}\right) \otimes \phi'_{i-1}$ と定める.

ϕ'_{i-1} の構成について説明しておく.G^{i-1} の外のルートに対応するルート部分群上自明に伸ばすことで,ϕ_{i-1} から J^i_+ 上の指標 $\hat{\phi}_{i-1}$ が得られる.このとき J^i/J^i_+ 上のペアリング $\langle a, b\rangle_i = \hat{\phi}_{i-1}(aba^{-1}b^{-1})$ は非退

化であり，このペアリングにより J^i/J^i_+ を $\mathbb{F}_p$ 上の symplectic 空間と見なせる．この symplectic 空間に対応する Heisenberg 群を $(J^i/J^i_+)^\#$ とかく．[Yu01, Proposition 11.4] で得られる写像 $J^i \to (J^i/J^i_+)^\#$ と，共役作用で得られる写像 $K^{i-1} \to \mathrm{Sp}(J^i/J^i_+)$ を組み合わせることで写像 $K^{i-1} \ltimes J^i \to \mathrm{Sp}\left(J^i/J^i_+\right) \ltimes (J^i/J^i_+)^\#$ が得られる．この写像と中心指標 $\hat{\phi}_{i-1}$ に付随する $\mathrm{Sp}\left(J^i/J^i_+\right) \ltimes (J^i/J^i_+)^\#$ の Weil 表現の合成を $\tilde{\phi}_{i-1}$ とかく．さらに ϕ_{i-1} を J^i 上自明に伸ばすことで得られる $K^{i-1} \ltimes J^i$ の指標を $\mathrm{inf}(\phi_{i-1})$ とかく．このとき $\mathrm{inf}(\phi_{i-1}) \otimes \tilde{\phi}_{i-1}$ は $K^{i-1} \ltimes J^i \to K^{i-1}J^i = K^i$ を経由することがわかり，ϕ'_{i-1} をこれによって得られる K^i の既約表現として定める．

Remark 2.1 $G^0(F)_{[y]}$ で $[y]$ の $G^0(F)$ における固定部分群を表す．共役作用で得られる写像 $K^{i-1} \to \mathrm{Sp}(J^i/J^i_+)$ は実際には $G^0(F)_{[y]}K^{i-1}$ 上定義することができることに注意すると，ϕ'_{i-1} を自然に $G^0(F)_{[y]}K^i$ の表現に伸ばすことができる．この事実は後で主定理の証明において用いられる．

[Yu01] における構成によりどれほど “たくさんの”type が得られるかということについてコメントしておく．p が G の Weyl 群の位数を割らないという仮定の下で，$M = G$ である場合，すなわち $\mathcal{R}^{[G,\sigma]_G}(G(F))$ という形の Bernstein ブロックについては，付随する type を [Yu01] の構成によって得ることができる [Fin21, Theorem 8.1]．さらに [Yu01] の構成は [KY17] において一般化され，p についての同様の仮定の下で，全ての Bernstein ブロック $\mathcal{R}^{[M,\sigma]_G}(G(F))$ について，付随する type を [KY17] の構成によって得ることができる [Fin21, Theorem 7.12]．

3 Yu の type に付随する Hecke 環

以下では Yu の type に付随する Hecke 環について考える．$G(F)$ の開コンパクト部分群 K と，その既約表現 (ρ, W) の組 (K, ρ) に対して，付随する Hecke 環 $\mathcal{H}(G(F), \rho)$ はコンパクト台を持つ関数 $f : G(F) \to \mathrm{End}_{\mathbb{C}}(\check{W})$ であって

$$f(k_1 g k_2) = \check{\rho}(k_1) \circ f(g) \circ \check{\rho}(k_2),\ k_i \in K, g \in G(F)$$

をみたすもの全体からなる $\mathbb{C}$-ベクトル空間に畳み込み積

$$(f_1 * f_2)(x) = \int_{G(F)} f_1(y) \circ f_2(y^{-1}x) dy$$

によって $\mathbb{C}$-代数の構造を入れたものであった．ただし $(\check{\rho}, \check{W})$ で (ρ, W) の反傾表現を表す．ここで畳み込みの定義で用いる $G(F)$ の測度は K の測度が 1 となるように正規化しておく．

Remark 3.1 文献によってはここでの $\mathcal{H}(G(F), \rho)$ のことを $\mathcal{H}(G(F), \check{\rho})$ とかくこともあるが，本稿では [BK98] や [Yu01] の記号に従い $\mathcal{H}(G(F), \rho)$ を上のように定義し，$\check{\mathcal{H}}(G(F), \rho) = \mathcal{H}(G(F), \check{\rho})$ とかくことにする．以下では (K^i, ρ_i) を [Yu01] の構成で得られる type として $\check{\mathcal{H}}(G(F), \rho_i)$ について議論を行うが，type の構成で用いるデータのうち ρ_{-1} を反傾表現に取り換え，各 ϕ_i を ϕ_i^{-1} に取り換えたものを考えることで，$\mathcal{H}(G(F), \rho_i)$ に対しても同様の結果を得ることができる．

[Yu01] の構成の特徴は $G(F)$ の type だけではなく，捩れ Levi 部分群の type が順番に得られるということであり，Yu はこれらの type に付随する Hecke 環が全て同型であると予想した [Yu01, Conjecture 0.2]．この予想の解決が [Oha21] の主結果である．

Theorem 3.2 ([Oha21, Theorem 4.5]) 台を保つ $\mathbb{C}$-代数としての同型

$$\check{\mathcal{H}}(G(F),\rho_d)\simeq\check{\mathcal{H}}(G^0(F),\rho_{-1})$$

が存在する．ただしここで同型写像 η: $\check{\mathcal{H}}(G(F),\rho_d)\to\check{\mathcal{H}}(G^0(F),\rho_{-1})$ が台を保つとは，任意の $f\in\check{\mathcal{H}}(G(F),\rho_d)$ に対して $\mathrm{supp}(f)=K^d\,\mathrm{supp}(\eta(f))K^d$ が成り立つことをいう．

ここで注目すべきは，Theorem 3.2 の同型の右辺は depth 0 の type に付随する Hecke 環であるということである．depth 0 の type に付随する Hecke 環やその表現論については深く研究がなされており，特に [Mor93] によってアフィン Hecke 環と類似の生成元と関係式による記述が与えられている．

そのため Theorem 3.2 の同型と [Mor93] の結果を合わせることで，[Yu01] の構成で得られる type に付随する Hecke 環についても詳細な記述が得られたことになる．

4 Theorem 3.2 の証明

以下では筆者自身による Theorem 3.2 の証明について，その概略を説明する．Theorem 3.2 の証明は $f\in\check{\mathcal{H}}(G(F),\rho_d)$ の台を抑える部分の議論と，この議論を用いて同型写像を構成する部分に分けられる．まず前者について説明する．$g\in G(F)$ について，g が ρ_d を intertwine することと，ある $f\in\check{\mathcal{H}}(G(F),\rho_d)$ が存在して $\mathrm{supp}(f)=K^dgK^d$ をみたすことは同値であることに注意すると，ρ_d を intertwine する g を抑えればよいとわかる．

Proposition 4.1 $g\in G(F)$ が ρ_d を intertwine すると仮定する．このとき $g\in K^dG^0(F)_{[y]}K^d=G^0(F)_{[y]}K^d$ である（最後の等号は [Yu01, Remark 3.5]）．

Proposition 4.1 の証明は二つのステップに分けられる．一つ目のステップは次の Lemma である．

Lemma 4.2 $g\in G(F)$ が ρ_d を intertwine すると仮定する．このとき $g\in K^dG^0(F)K^d$ である．

Proof $0\le i\le d-1$ に対して ϕ_i が G^{i+1}-generic であるという仮定から従う．より詳細には [Yu01, Proposition 4.1] 及び [Yu01, Proposition 4.4] を用いる．この部分の議論は本質的にはすでに [Yu01] において行われている． □

二つ目のステップは次の Lemma である．

Lemma 4.3 $g\in G^0(F)$ が ρ_d を intertwine すると仮定する．このとき $g\in G^0(F)_{[y]}$ である．

Proof 次の二つの事実が重要である．

1. $g\in G^0(F)$ が ρ_{-1} を intertwine するとき $g\in G^0(F)_{[y]}$ である．
2. 任意の $0\le i\le d-1$ と $g\in G^0(F)$ について，g は ϕ'_i を “ほとんど”intertwine する．

1 は次のようにして示される．g が ρ_{-1} を intertwine すると仮定すると，$G^0(F)$ の部分群

$$(G^0(F)_{y,0}\cap G^0(F)_{g\cdot y,0+})G^0(F)_{y,0+}$$

が ρ_{-1} に非自明な固定ベクトルを持つことになるが，$[y]$ が vertex であること，ρ_{-1} の $G^0(F)_{y,0}$ への制限は $G^0(F)_{y,0}/G^0(F)_{y,0+}$ の尖点表現を経由することに注意すると，Moy-Prasad 理論 [MP96] から 1 が従うことがわかる．

2 については少しコメントが必要である．[Yu01, Proposition 14.1] では任意の $0 \leq i \leq d-1$ と $g \in G^0(F)$ について，g は ϕ'_i を intertwine するということが主張されている．この主張と 1 を合わせると，ρ_d が ρ_{-1}（を K^d まで伸ばしたもの）と ϕ'_i（を K^d まで伸ばしたもの）たちのテンソル積で定義されていたことから，Lemma 4.3 を示すことができる（議論の詳細は [Yu01, Proposition 4.6] の証明を参照）．

ところが [Yu01, Proposition 14.1] の証明で引用されている Weil 表現に関する主張 [G77́, Theorem 2.4.(b)] にはミスプリントがあり，実際には [Yu01, Proposition 14.1] は成り立たないことが指摘されている [Fin19, Section 4]．そのため Lemma 4.3 の証明において [Yu01, Proposition 14.1] の主張をそのまま用いることはできない．一方で [Fin19] においては [Yu01, Proposition 14.1] に依存しない議論によって [Yu01] の主定理の証明の修正がなされており，ここで用いられる議論を模倣することで Lemma 4.3 についても証明をすることができる．この際に重要となるのは以下の観察である．

- [Yu01, Proposition 14.1] の証明で引用されている [G77́, Theorem 2.4.(b)] の主張と，正しい主張のずれはある符号指標 χ_i の捻りで与えられる．
- 1 の主張においては $G^0(F)$ の部分群

$$(G^0(F)_{y,0} \cap G^0(F)_{g\cdot y,0+})G^0(F)_{y,0+}$$

  が ρ_{-1} に非自明な固定ベクトルを持つことが重要だったが，この群は副 p-群であり，特に符号指標 χ_i はこの上で自明である．

□

さらに $g \in G^0(F)_{[y]}$ については次が成り立つ．

Proposition 4.4 $g \in G^0(F)_{[y]}$ について，g が ρ_d を intertwine することと，g が ρ_{-1} を intertwine することは同値である．

Proof ρ_d が ρ_{-1}（を K^d まで伸ばしたもの）と ϕ'_i（を K^d まで伸ばしたもの）たちのテンソル積で定義されていることと，各 $g \in G^0(F)_{[y]}$ が ϕ'_i たちを intertwine することから従う．後半の主張は Remark 2.1 から従う． □

Remark 4.5 最近になって [FKS21] において Yu の構成を “捻る” ことで超尖点表現を構成する方法が得られており，指標公式や Langlands 対応の文脈などから通常の Yu の構成の代わりに [FKS21] における捻られた Yu の構成を用いることが自然であると考えられている．捻られた Yu の構成においては，任意の $0 \leq i \leq d-1$ と $g \in G^0(F)$ について g が ϕ'_i を intertwine するため，この場合には Proposition 4.1 の証明はより簡潔に与えられる．

以上の結果を用いて，同型

$$\check{\mathcal{H}}(G(F), \rho_d) \simeq \check{\mathcal{H}}(G^0(F), \rho_{-1})$$

を構成する．

$$G^0_{\rho_d} = \{g \in G^0(F)_{[y]} \mid g \text{ は } \rho_d \text{ を intertwine する．}\} = \{g \in G^0(F)_{[y]} \mid g \text{ は } \rho_{-1} \text{ を intertwine する．}\}$$

とおく．

$$G^0_{\rho_d}K^d/K^d = G^0_{\rho_d}K^0/K^0 = G^0_{\rho_d}/\left(G^0_{\rho_d} \cap K^0\right)$$

の完全代表系 $(g_i)_i \subset G^0_{\rho_d}$ を固定する．このとき，各 g_i に対して $\mathrm{Hom}_{K^0}({}^{g_i}\rho_{-1}, \rho_{-1})$ は 1-次元であり，この空間の基底 $(T_{g_i})_{-1}$ を固定する．さらに，各 g_i に対して

$$T_{g_i} = (T_{g_i})_{-1} \otimes \phi'_0(g_i) \otimes \ldots \otimes \phi'_d(g_i)$$

とおく．ただし $g \in G^0(F)_{[y]}$ に対しての $\phi'_i(g)$ は Remark 2.1 で定まるものである．このとき，T_{g_i} は 1-次元ベクトル空間 $\mathrm{Hom}_{K^d}({}^{g_i}\rho_d, \rho_d)$ の基底である．$f_{g_i} \in \check{\mathcal{H}}\left(G(F), \rho_d\right)$ 及び $(f_{g_i})_{-1} \in \check{\mathcal{H}}\left(G^0(F), \rho_{-1}\right)$ を次で定める;

$$f_{g_i}(x) = \begin{cases} T_{g_i} \circ \rho_d(k) & (x = g_i k, k \in K^d) \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases}$$
$$(f_{g_i})_{-1}(x) = \begin{cases} (T_{g_i})_{-1} \circ \rho_{-1}(k) & (x = g_i k, k \in K^0) \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases}$$

Proposition 4.1 よりベクトル空間として

$$\check{\mathcal{H}}\left(G(F), \rho_d\right) = \bigoplus_i \mathbb{C} f_{g_i}, \check{\mathcal{H}}\left(G^0(F), \rho_{-1}\right) = \bigoplus_i \mathbb{C}(f_{g_i})_{-1}$$

と分解することが分かる．したがって $f_{g_i} \mapsto (f_{g_i})_{-1}$ は台を保つベクトル空間としての同型

$$\check{\mathcal{H}}(G(F), \rho_d) \simeq \check{\mathcal{H}}(G^0(F), \rho_{-1})$$

を与える．

この同型が $\mathbb{C}$-代数としての同型であることを示す．g_{i_1}, g_{i_2} を完全代表系の元として，g_{i_3} を $g_{i_1} g_{i_2} \in g_{i_3} K^0$ をみたす完全代表系の元とする．$g_{i_1}, g_{i_2}, g_{i_3}$ をそれぞれ g_1, g_2, g_3 とかく．このとき，$x \in G$ に対して

$$\begin{aligned}
(f_{g_1} * f_{g_2})(x) &= \int_G f_{g_1}(y) \circ f_{g_2}(y^{-1}x) dy \\
&= \int_{K^d} T_{g_1} \circ \rho_d(k) \circ f_{g_2}(k^{-1} {g_1}^{-1} x) dk \\
&= \begin{cases} T_{g_1} \circ T_{g_2} \circ \rho_d((g_1 g_2)^{-1} g_3 k') & (x = g_3 k', k' \in K^d) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \\
&= c \cdot f_{g_3}(x)
\end{aligned}$$

が成り立つ．ただし c は

$$c \cdot T_{g_3} = T_{g_1} \circ T_{g_2} \circ \rho_d((g_1 g_2)^{-1} g_3)$$

で定まる複素数である．同様の計算により

$$(f_{g_1})_{-1} * (f_{g_2})_{-1} = c_{-1} \cdot (f_{g_3})_{-1}$$

がわかる．ただし c_{-1} は

$$c_{-1} \cdot (T_{g_3})_{-1} = (T_{g_1})_{-1} \circ (T_{g_2})_{-1} \circ \rho_{-1}((g_1 g_2)^{-1} g_3)$$

で定まる複素数である．ここで，T_{g_i} の定義より，

$$
\begin{aligned}
&T_{g_1} \circ T_{g_2} \circ \rho_d((g_1 g_2)^{-1} g_3) \\
&= \left((T_{g_1})_{-1} \circ (T_{g_2})_{-1} \circ \rho_{-1}((g_1 g_2)^{-1} g_3)\right) \otimes \left(\bigotimes_{j=0}^{d} \phi'_j(g_1) \circ \phi'_j(g_2) \circ \phi'_j((g_1 g_2)^{-1} g_3) \right) \\
&= \left((T_{g_1})_{-1} \circ (T_{g_2})_{-1} \circ \rho_{-1}((g_1 g_2)^{-1} g_3)\right) \otimes \left(\bigotimes_{j=0}^{d} \phi'_j(g_3) \right) \\
&= c_{-1} \cdot (T_{g_3})_{-1} \otimes \left(\bigotimes_{j=0}^{d} \phi'_j(g_3) \right) \\
&= c_{-1} \cdot T_{g_3}
\end{aligned}
$$

である．したがって $c = c_{-1}$ であり主張は従う．

Remark 4.6　上の同型写像の構成においては,

$$
G^0_{\rho_d} K^d / K^d = G^0_{\rho_d} K^0 / K^0 = G^0_{\rho_d} / \left(G^0_{\rho_d} \cap K^0 \right)
$$

の完全代表系及び，各 g_i に対する $\mathrm{Hom}_{K^0}({}^{g_i}\rho_{-1}, \rho_{-1})$ の基底を選んでいるが，得られる同型写像はこれらの選び方に依らない．実際 $(T_{g_i})_{-1}$ を $c \in \mathbb{C}^\times$ を用いて $c \cdot (T_{g_i})_{-1}$ で取り替えたとき，T_{g_i} は $c \cdot T_{g_i}$ に取り換えられ，$f_{g_i}, (f_{g_i})_{-1}$ はそれぞれ $c \cdot f_{g_i}, c \cdot (f_{g_i})_{-1}$ に取り換えられるため，$f_{g_i} \mapsto (f_{g_i})_{-1}$ で得られる同型写像は変化しない．また，完全代表系の元 g_i を $g_i k$ $(k \in K^0)$ で取り替えた時，$\mathrm{Hom}_{K^0}({}^{g_i k}\rho_{-1}, \rho_{-1})$ の基底 $(T_{g_i k})_{-1}$ を $\mathrm{Hom}_{K^0}({}^{g_i}\rho_{-1}, \rho_{-1})$ の基底 $(T_{g_i})_{-1}$ を用いて $(T_{g_i k})_{-1} = (T_{g_i})_{-1} \circ \rho_{-1}(k)$ と選ぶことができる．このとき $(T_{g_i k})_{-1}$ から得られる $f_{g_i k}, (f_{g_i k})_{-1}$ はもとの $f_{g_i}, (f_{g_i})_{-1}$ と一致するため，同型写像も変化しない．

5　謝辞

このような講演の機会を与えてくださり，また本研究集会を運営してくださった森本和輝先生，宮崎直先生に感謝いたします．なお，本研究は東京大学大学院数理科学研究科 FMSP プログラムの助成を受けています．

参考文献

[BK98] Colin J. Bushnell and Philip C. Kutzko, *Smooth representations of reductive p-adic groups: structure theory via types*, Proc. London Math. Soc. (3) **77** (1998), no. 3, 582–634. MR 1643417

[Fin19] Jessica Fintzen, *On the construction of tame supercuspidal representations*, arXiv e-prints (2019), arXiv:1908.09819.

[Fin21] Jessica Fintzen, *Types for tame p-adic groups*, Ann. of Math. (2) **193** (2021), no. 1, 303–346. MR 4199732

[FKS21] Jessica Fintzen, Tasho Kaletha, and Loren Spice, *A twisted Yu construction, Harish-Chandra characters, and endoscopy*, arXiv e-prints (2021), arXiv:2106.09120.

[Ǵ77] Paul Gérardin, *Weil representations associated to finite fields*, J. Algebra **46** (1977), no. 1, 54–101. MR 460477

[KY17] Ju-Lee Kim and Jiu-Kang Yu, *Construction of tame types*, Representation theory, number theory, and invariant theory, Progr. Math., vol. 323, Birkhäuser/Springer, Cham, 2017, pp. 337–357. MR 3753917

[Mor93] Lawrence Morris, *Tamely ramified intertwining algebras*, Invent. Math. **114** (1993), no. 1, 1–54. MR 1235019

[MP96] Allen Moy and Gopal Prasad, *Jacquet functors and unrefined minimal K-types*, Comment. Math. Helv. **71** (1996), no. 1, 98–121. MR 1371680

[Oha21] Kazuma Ohara, *Hecke algebras for tame supercuspidal types*, arXiv e-prints (2021), arXiv:2101.01873.

[Yu01] Jiu-Kang Yu, *Construction of tame supercuspidal representations*, J. Amer. Math. Soc. **14** (2001), no. 3, 579–622. MR 1824988