

教育数学と高大接続改革

— まとめにかえて—

東京大学名誉教授 岡本和夫 (Kazuo OKAMOTO)
Professor Emeritus, the University of Tokyo

0. 討論について

研究集会「教育数学の一側面 —高等教育における数学の多様性と普遍性—」は、2018年2月13日から16日まで開催された。3乃至4の発表に加えて、討論の時間をとり各テーマについて議論したことが今回の研究集会の特徴である。研究代表者である筆者は特別の発表はせず、討論のモデレータを務めた。全体としての結論を一言で述べることはできないが、議論の方向を示すために、講演の題目と討論のテーマを下に記す。

2018年2月13日	
蟹江幸博 (三重大学)	研究集会の開催にあたって (プラットフォームとしての教育数学)
徳山豪 (東北大学)	「数学をどう使うか」をどう教えるべきか. 教えない方が良いか:
	— 情報科学とデータ科学の視点から
阿部圭一 (静岡大学)	日本人に対する日本語教育を考える
討論:	公教育における数学を教育する意味を巡って
2018年2月14日	
亀井哲治郎 (亀書房)	万人のこととしての
	— 編集者も数学教育を考える
大島利雄 (城西大学)	大学における数学教育の問題点と工夫
谷克彦 (数学月間世話人)	数学月間から見た数学教育
梶原健司 (九州大学)	マス・フォア・インダストリの理念と現状
討論:	大学教育に於ける数学教育の在り方
2018年2月15日	
小山透 (近代科学社)	数学と日本語

砂田利一（明治大学） 求められる統計教育
北川源四郎（東京大学） データサイエンスのための人材育成
樋口知之（統計数理研究所） ビッグデータ、AI 時代に必要とされる統計的推
論法の習得に必要な数学教育
討論： 「統計・データサイエンス」を見越した基礎から
の教育の在り方

2018年2月16日

前田吉昭（東北大学） 数学を活用した異分野融合研究のための人材育
成
河村央也（青空学園） 高等数学の教育において何を伝えるのか
清水勇二（ICU） 数学での教育と学修
— 一般教育科目の実例を通じて —
藤原毅夫（東京大学） 非専門家に対する数学基礎教育と数理計算ソフ
トの導入の可能性
討論： 理科系の大学教育に於ける数学教育の在り方
(数学ヘヴィユーザー分野からの視点で)

実質 1 週間にわたる研究集会であり、参加者の都合も勘案したプログラムを
組んだことから討論のテーマと当日の発表の主題は必ずしも一致してはいない
が、全体として次につながるような議論はできたと思っている。議論を内容に
即した視点から整理すると、教育数学について、以下のことが論じられ、討論
されたことになる。各講演の内容がこのように分類できるはずもなく、具体的
な内容を繰り返す必要もないだろうが、討論のモデレータとしては、このよう
に議論を整理したつもり、である。

理念に関すること。

コンテンツに関すること。

人材育成の取組に関すること。

現実に大学を含む教育現場で起きていること。

方向性と課題に関すること。

いずれにせよ、研究代表者としては本講究録に掲載されている論考を一読され
るよう切に希望する。

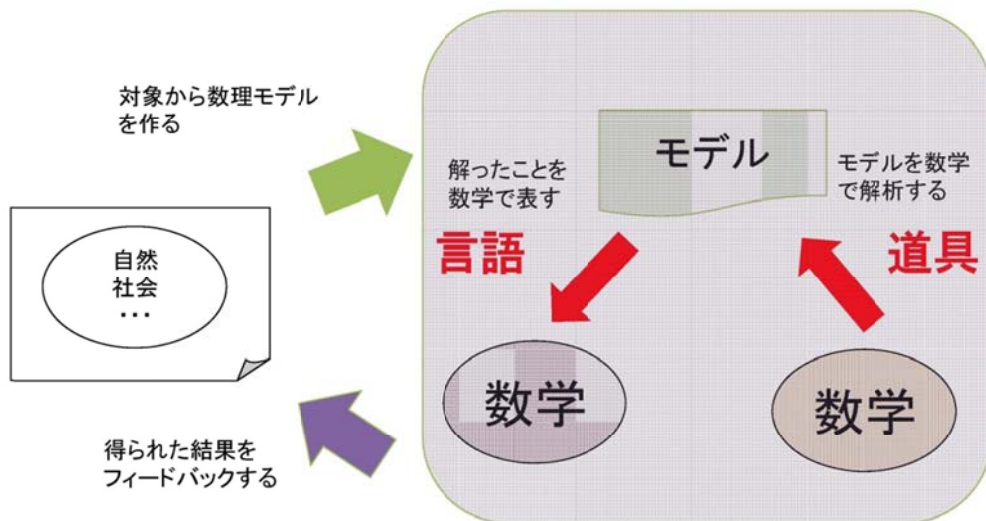
いつものこと、と言えはそれまでだが、研究集会の時期に数学を取巻く状況
は動いていた。標語的にまとめれば、その変化の代表は「指導要領の改訂」と
「高大接続改革」である。筆者は研究集会のまとめにかえてこの 2 点に関する
私見を述べることとした。

1. 数学の形について

教育数学のコンテンツを考えるときに、微分積分とか統計とか等の具体的な教材以前に、数学とは何か、数学とはどんな形をした学問であるか、をどのように伝えるか、ということが前提となる。それについて筆者の考えを簡単に紹介することから始める。これから述べる内容は初出ではない。以前、啓林館版中学校数学教科書を編集した際に、教科書の指導書にこの内容の文章を書いた。これは限られた中学校の数学の先生方に向けたものであったので、放送大学での授業「自然と社会を貫く数学」を担当したときにも同じテーマに触れた。印刷教材のバージョンアップである「数学 理性の音楽」(薩摩順吉, 桂利行氏と共著, 2015年, 東京大学出版会)でもこの話題を論じている。数学の形を筆者なりにどのように伝えるかについてはそれなりに進歩しているので、数学の形については折に触れて書いている。最近では「数学文化 32号, 微分方程式を解く」にも書いた。これらの文章の対象は数学界の外に想定しているので、数学界内部に向けて披露するのは少し緊張する、と言ってもそれほど特別な考え、とは思っていない。数学とは何かという大問題の議論を忌避するつもりはないが、ここはその場ではない。あくまでも教育数学を論ずるときの前提である。

数学とは何か、を伝えようとするとき、まず数学の働きは何か、と考える。大雑把に言えば、数学には、言葉としての数学、道具としての数学、対象としての数学、の3つの様相があるだろう。これらの働きの綜合体が数学の形である。まず対象としての何ものかがある。自然現象であったり社会現象であったり、数学であったりする。筆者にとっては可積分系の微分方程式を想定する。次に課題に即してモデル、数理モデル、を作る。このモデルを、道具としての数学で解析する。考える、調べる、と言っても良い。そして得られた結果を数学という言葉で表現する。この結果は当然道具としての数学の働きを持っている。モデルを作り、結果を数学で述べる、これまでが数学の形である。得られた結果をもとの現象にフィードバックすることはとても大切であるが、この部分は必ずしも数学の形には含まれるとは限らない。自然現象を物理学的に考察する時には、精緻な数学的解析を必要とし、新しい概念を含む数学言語を生み出すこともあったしこれからもあるだろうけれど、この結果が自然現象と整合するかどうか、実験結果を上手く説明することができるかどうか、は物理学の意義に関わることである。もとの対象が数学であれば、意味のあるフィードバックが求められるであろうが、良い結果が新しい理論であるときには、強力な道具として働くことはもちろん、対象そのものをより明確にすることもある。

ここで述べたことをポンチ絵で表せば次のようになるだろう。



右側の網がかかった部分が数学の働きであり、全体が数学の形である。この話を大阪大学理学部の学生にしたときに強調したのは次の3点であった。

- (1) 対象が数学であってもモデル化は大切な要因であること。
- (2) 対象が数学であれば、この図は純粋数学の働きを表し、対象が自然や社会の現象であれば、この図は応用数学と呼ばれる。すなわち、この見方では、純粋数学と応用数学に差はないこと。
- (3) 経済の数理モデルの場合から想像できるように、フィードバックは難しい。モデルの妥当性も問われること。

以上の話題を学生、ある場合には高校生、や社会人相手に話すときにはニュートンの仕事を例に挙げる。すなわち、ニュートンは天体の運動を考察する時にケプラーの法則をモデルとし、逆二乗法則を導く。これをフィードバックするときに、対象を天体だけでなく力学一般に広げる。これが万有引力法則であり、ニュートンが偉いことの第一である。また、彼はニュートンの第二法則すなわち運動の法則と万有引力の法則からケプラーの法則を導く。実際にその計算を実行したかどうかは知らないが、ともかくそのときに得られた最上の結果は微分積分学の誕生である。これだけの説明で数学の形について当方が言いたいことに理解が得られたかどうかは不明ではあるが、ある程度納得してもらえれば、と思っている。

このような話は、教育数学のプラットフォームから見ると駅の案内板だ、という批判は甘んじて受けることとし、本稿の主題に進む。今度は列車の運行状況の案内のようなもの、である。比喻はともかくとして、以下の論考は2019年

3月20日、東京工業大学での日本数学会年会の折に開催された教育委員会主催教育シンポジウム『2020年度からの大学入試改革と数学教育』において筆者が述べた内容を基に再構成したものである。

2. 新指導要領について

本研究集会が行われている頃、2022年度実施の高等学校指導要領が告示された。筆者は数学の指導要領の改訂に直接関与していないから、どのような議論がなされたかは知らない。新指導要領については必要ならば文部科学省ホームページを直接参照していただきたい。新指導要領の解説書も公表されている。

指導要領は行政文書であり無味乾燥と言ってしまうえばその通りで、内容を実り豊かなものとするのは教科書であり、現場である。筆者は平成一杯教科書編集に携わってきたが、名前を貸してきたわけではなく実際の執筆にも加わってきた。でも、あるいは、だから教科書が売れない。余談だが昨年来話題になっている元文部事務次官の人が、ある意味で社会から取り残された人が数学で「落ちこぼれた」ので、高等学校では数学は必履修でなくても良い、と発言している。他方文系理系関係なくAI人材を育成するために数学では、統計や線型代数が不可欠だ、という政府機関からの提言もある。その数学界に身を置くものにとっては両極端の意見の間で揉まれて出来上がったのが今次の指導要領ではある。「数学必修いらない派」は固定勢力であるが、「数学を重視する派」は政策に依存しているので、いつ何時「数学必修いらない派」と合流するかもしれない、実はこの前までは一緒であった不安定勢力である。

指導要領に基いて高等学校での数学の内容が変わり、大学入学試験の範囲が変わり、大学初年次の数学が変わるのであるから、議論のプラットフォームとしての教育数学の観点からも整理しておくことが必要である。大きな論点は以下の二つであろう。

- ① 数学Ⅲが数学Ⅲと数学Cに見かけ上分離したこと。
- ② 学力の三要素が強調されたこと。

まず①について一時期問題になったのは、ベクトルが数学Cに移されたことで、「文系はベクトルを学ばなくてもいいのか」ということである。これは以前の数学Cが、数学Ⅲ・数学Cと組になっていた時の記憶から来ることで、今回の指導要領では、数学Bと数学Cは数学Iを履修した後に履修させることを原則とする、となっている。少し長くなるが指導要領第3款『各教科にわたる指導計画の作成と内容の取扱い』を引用する。今次の指導要領改訂が目指すもの

が書かれていると思われるからである。

平成 30 年度告示 数学指導要領

第 3 款 各科目にわたる指導計画の作成と内容の取扱い

1 指導計画の作成に当たっては、次の事項に配慮するものとする。

(1) 単元など内容や時間のまとまりを見通して、その中で育む資質・能力の育成に向けて、数学的活動を通して、生徒の主体的・対話的で深い学びの実現を図るようにすること。その際、数学的な見方・考え方を働かせながら、日常の事象や社会の事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、学習の過程を振り返り、概念を形成するなどの学習の充実を図ること。

(2) 「数学Ⅱ」、「数学Ⅲ」を履修させる場合は、「数学Ⅰ」、「数学Ⅱ」、「数学Ⅲ」の順に履修させることを原則とすること。

(3) 「数学A」については、「数学Ⅰ」と並行してあるいは「数学Ⅰ」を履修した後に履修させ、「数学B」及び「数学C」については、「数学Ⅰ」を履修した後に履修させることを原則とすること。

(4) 各科目を履修させるに当たっては、当該科目や数学科に属する他の科目の内容及び理科、家庭科、情報科、この章に示す理数科等の内容を踏まえ、相互の関連を図るとともに、学習内容の系統性に留意すること。

(5) 障害のある生徒などについては、学習活動を行う場合に生じる困難さに応じた指導内容や指導方法の工夫を計画的、組織的に行うこと。

2 内容の取扱いに当たっては、次の事項に配慮するものとする。

(1) 各科目の指導に当たっては、思考力、判断力、表現力等を育成するため、数学的な表現を用いて簡潔・明瞭・的確に表現したり、数学的な表現を解釈したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりするなどの機会を設けること。

(2) 各科目の指導に当たっては、必要に応じて、コンピュータや情報通信ネットワークなどを適切に活用し、学習の効果を高めるようにすること。

(3) 各科目の内容の〔用語・記号〕は、当該科目で扱う内容の程度や範囲を明確にするために示したものであり、内容と密接に関連させて扱うこと。

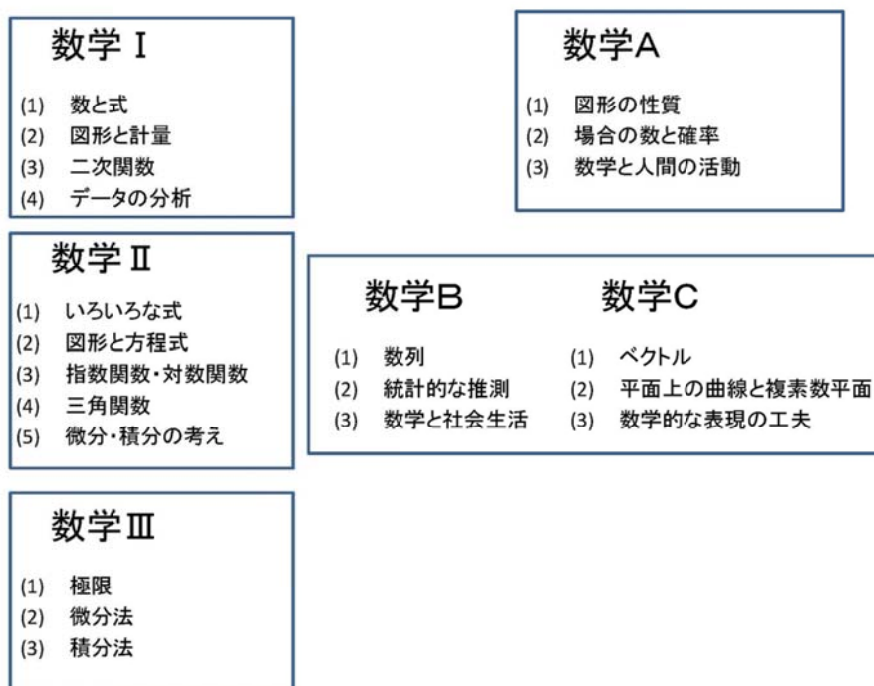
3 各科目の指導に当たっては、数学を学習する意義などを実感できるよう工夫するとともに、次のような数学的活動に取り組むものとする。

(1) 日常の事象や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理して問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って考察する活動。

(2) 数学の事象から自ら問題を見だし解決して、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する活動。

(3) 自らの考えを数学的に表現して説明したり、議論したりする活動。

教科の内容も含めて指導要領を整理して表すと、全体の構造は次ページの図のようになっている。したがって、たとえば大学入試センターが大学と共同して実施する大学入学共通テスト、すなわちセンター試験の後継となるもの、では現行の数学Ⅱ・数学Bは、数学Ⅱ・数学B・数学Cとなるべきものである。



入学試験との関係は、具体的には5教科7科目を原則課している大学では、いわゆる文系と理系の差が数学については少なくなる。筆者はあえて「文系と理系を数学で分ける時代の終わり」が始まった、と発言しているが、別に上述の極端な意見の一方の提灯持ちをしているわけでは決してない。



次に②に言う学力の三要素とは、「知識・技能」、「思考力・判断力・表現力」、「主体性・多様性・協調性」を指す。これは平成 19 年度の学校教育法改正に基くもので、それらの関係は上のように図示されている。ただし、「主体性・多様性・協調性」は「学習意欲」と一言でまとめてある。

数学では概念が明確に意識されたらそれを的確に表現する苦勞を経て言葉が現れる。これに対して教育学界では、まず言葉があってそれに対応する概念を後から議論することが多い。これは経験から得た筆者の偏見であろう、と妥協しておいて、それはともかく、一部教育産業で下図が使われているのを見たことがあった。これは数学的にも、実践的にも、公的にも誤りである。「知識・技能」、「思考力・判断力・表現力」、「主体性・多様性・協調性」は階層に並んでいるものではない。下の図は今でもところどころで見かける。誤解を生じる危険性はあるけれど誤りの図としてあえて載せた。



ついでに数学指導要領の目標を引用しておく。

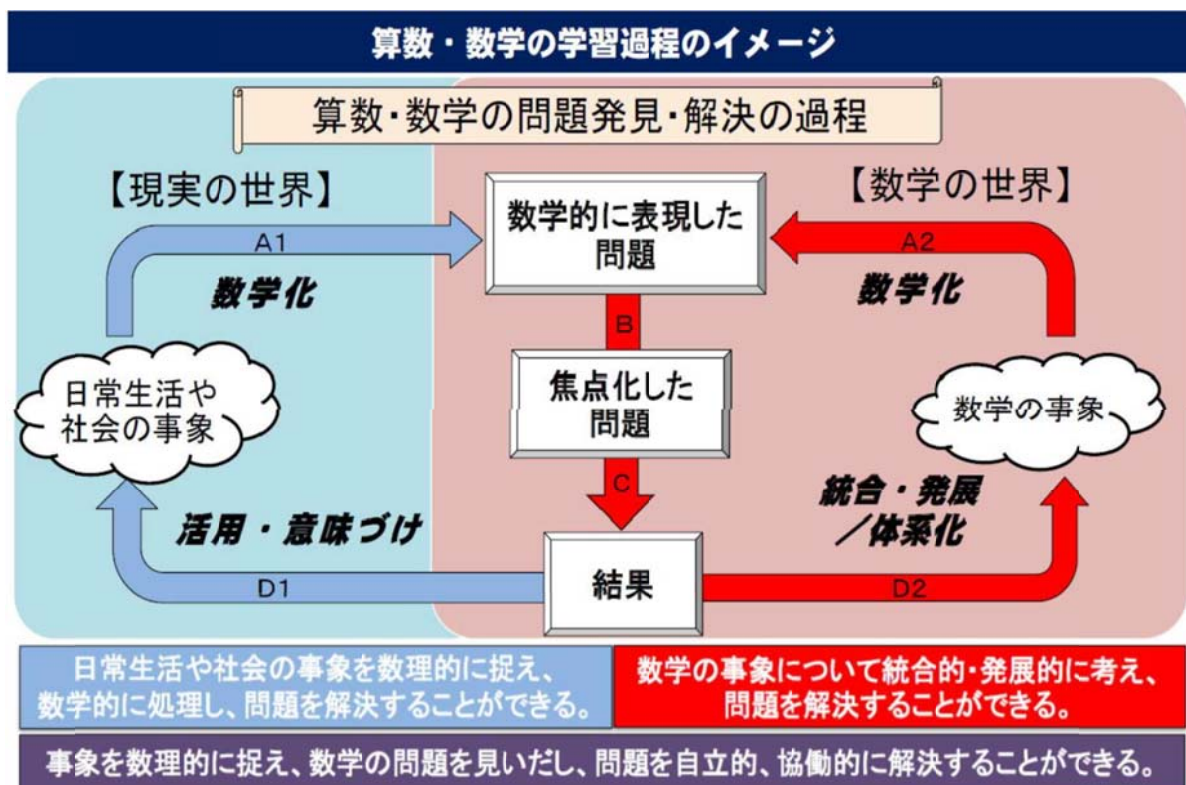
平成 30 年度告示 数学指導要領

第1款 目標

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

学力の三要素の図を載せたついでに、算数・数学の学習過程のイメージと題する公的な図を引用しておく。この図は指導要領第1款『目標』に対応するものである。



本稿のはじめに描いた数学の形の図と似ていなくもないが、筆者の考える数学の形は数学の働きを表したものであり、これを初等中等にそのまま適用できるかどうか、適用したらこの図のように表されるか、その観点では深く考えていないので批判は保留する。

上に引用した学指導要領の目標やその第3款に盛られている内容と関連して、「統計重視の指導要領は応用重視であり基礎の軽視に繋がる、したがって『ゆとり教育』の二の舞である」、という意見もある。この種の危惧については今に始まったことではなく、ずっと注意していくべきことであり、教科書を書く、授業を展開する、数学を使うことの大切さを伝える、数学のコンテンツを再構築する等、教育数学のプラットフォームにおける実践的な課題であろうと考える。

統計重視についてもカリキュラムの構造上の重視であり、教科内容に関しては何か大幅に増えたということではない。むしろ算数・数学では「ゆとり教育」時代に軽視されたものが元に戻ったともいえる。細かいことを言えば、「箱

ひげ図」が中学校に降りたが、高等学校では外れ値が入ったので、箱ひげ図のひげの部分の定義が中学校と高等学校で同じではなくなったこと、外れ値と特異値をどう扱うか等、教科書を書くものとしての苦労はあるけれども。細かいことのついでに一言加えれば、なぜ和の記号 Σ を数学 I の「データの分析」のところで導入しないのだろうか。諸先生に伺うと「難しい」と言うけれど、数列で使う和の記号は

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

等のように閉じた式を表すから難しい、という面もあるのではないか。定積分が区分求積ではなく原始関数の値の差で定義するので、実際に積分の計算には原始関数を一つ求めることが必要で、その計算が簡単ではない、のと同様の難しさではないだろうか。

今回の改定では、「ベクトル」とか「統計的推測」という具体的な数学の内容のほかに、数学 A「数学と人間の活動」、数学 B「数学と社会生活」、数学 C「数学的な表現の工夫」などの単元が加えられている。これは現行指導要領の「数学活用」が独立した科目としては削られ、分割して各科目に復活した形だが、同時に上掲の学習過程のイメージ図を強く意識したものともいえるだろう。実際の授業で活用することも考えられようが、入試と関係ない、と全く無視されてしまうと指導要領の軸が飛ばされることになる。それでは益々数学の授業が退屈なものになって「数学嫌い」が増えるばかり、と筆者は思う。大学が入学試験の数学の範囲を決めるとき、たとえば数学 A を指定する場合には、「図形の性質」と「場合の数と確率」の単元を指定するのではなく、数学 A を全体として出題範囲として指定することが適当であろう。その点では現行の範囲と変わらない。

復活した各教科のこれらの単元には新しい数学の内容が含まれている。大雑把に拾うと、数学 A「整数の約数や倍数、ユークリッドの互除法や二進法、平面や空間において点の位置を表す座標の考え方」、数学 B「散布図に表したデータを関数とみなして処理すること」、数学 C「日常の事象や社会の事象などを、離散グラフや行列を用いて工夫して表現することの意義を理解すること」となっている。これらの内容がどのように教科書に書かれるかは現在未確定であるが、そんなに多くの内容を期待することは難しい。「数学を重視する派」からは、行列だけではなくて線型代数にまで踏み込め、頻度論的統計学ではなくベイズ統計を中心に、と政治的な圧力があるだろうが、必ずしもプラスに作用するとばかりは考えられない。

全体として見れば、数学の教科内容はそんなに変わっていない。もちろん個々の内容について、行列の扱いが数学 C に触れられているとはいえ形式だけで数学内容に乏しく不十分、とか意見はいろいろある。筆者としては、微分方程式が相変わらず高等学校数学から追放されているのは不満である。微分方程式は微積分のもとであり、それに触れずに微分積分を学んでもその意味は解らないだろう。と言っても以前の教科書に載っていた微分方程式の話は面白くない。変数分離形の微分方程式が解けた

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y) \quad \Rightarrow \quad \int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx$$

と言われても感動しない。具体的に

$$x \frac{dy}{dx} = \frac{y}{1+y} \quad \Rightarrow \quad Cx = ye^y$$

という形に解を求めたとして、左辺以上の数学的内容が得られた、とは思えない。求積法で大切なのはポテンシャルの存在

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} g(x,y) \quad \Rightarrow \quad f(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} V(x,y), \quad g(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} V(x,y)$$

あるいは同じことだが

$$\omega = f(x,y)dx + g(x,y)dy \quad d\omega = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega = dV(x,y)$$

であり、高等学校の範囲ではない。これよりも定数係数 2 階線型常微分方程式、とくに調和振動の方程式、は三角関数を使って解が表され、数学的な広がりも大きい。これは十分現在の高等学校数学の対象となりうる。このような「乱暴」な意見の持ち主である筆者は、高等学校教科書の発展教材として微分方程式をこのように扱い、そのように書いてきた。だからやっぱり売れない？

脱線ついでに、筆者が数学界では当たり前なことだと信じ、それなのに数学界外では当たり前ではないと実感していることを書く。次の高大接続改革にも関連することだが、ここでは釈迦に説法に類することがらである。

まずテストについて。高等学校数学では、試験で学力を測るのはそれなりに有効であろう。理解度を納得するためのテストは、生徒にも励みとなり力ともなる。知識・技能よりも興味・関心に重きを置く方面もあるが、数学を積極的に使おうというようなレベルになると相当な数学的水準が要求されるだろう。ただし 2 点保留する。日本語、英語では区別しないが *examen* と *concour* は別である。日本は大学入学試験が重い意味を持っているので、これらが混同されているが、入学試験は後者である。ついでに、*exercise* と *drill* は同じではない。残念ながら、日本の教科書の練習はドリルが中心である。

高等学校に限った話ではないが、「数学を使うことの大切さ」を生徒に伝えることが重要である。ある意味で数学の教育の最終目標と言っても良いだろう。

だからこそ、具体的な場面での教材開発が大切なのである。現在のカリキュラムは、全体的な構造を前提とすれば良くできていて、段階に応じて到達度が図れるようになっている。テストの結果が独り歩きする危険性はあるが、実際には授業の展開の仕方次第で上手に対処できるはずである。教員にはそのような力を身に付けて頂きたいと願うばかりである。高等学校の数学教員を育てているのは大学なのだから、そしてそのような力は大学の教員にも求められているはずだから、これは他人事ではない。

釈迦に説法の第三は、大学入学試験。入試問題が学習指導要領の範囲、ということは高校生等受験生に特別なことがらを要求しない、ためである。知らないと答えられない問をクイズといい、知識がなくても考えれば解決可能な課題をパズルという。難問には難しいクイズと高度のパズルの二種類あって、数学の場合は後者であろう。「三角関数の加法定理を証明しなさい」は受験生の意表を突いた点では難問、しかし教科書には述べられている内容である。一方「円周率が 3.05 より大きいことを示す」ことは教科書には明示的に書かれていない難問。特別な知識を知らなくても取り掛かれて、高度な内容に到達するような演習問題型入学試験問題を出題し続ければ、ドリル勉強から解放されて数学の楽しさに触れる機会も増えるのではないかと、とは思いますがこの方向はいかにも手間がかかる。高等教育に任せることが適当、とするしかない。

通過点は目的ではない、とは当たり前のことであるが、大学入学試験に関する報道では相変わらずどこの高等学校からどこの大学に何人合格してスゴイ、の類の議論に終始している。また、与えられた問題が解けることと、問題解決の力とは別のことである。

3. 高大接続について

最近の報道では、2021 年度入学試験から、大学入試センターの「センター試験」が「大学入試共通テスト」に代わることに伴い、国語と数学の記述式解答の導入とか、英語のいわゆる「四技能」に関連して民間の資格試験の導入とか、と言った実際的な課題に議論が集中している。

このような入試を巡る騒動の出発点となるのは「高大接続改革」であり、この公的な出発点は次の中教審答申である。

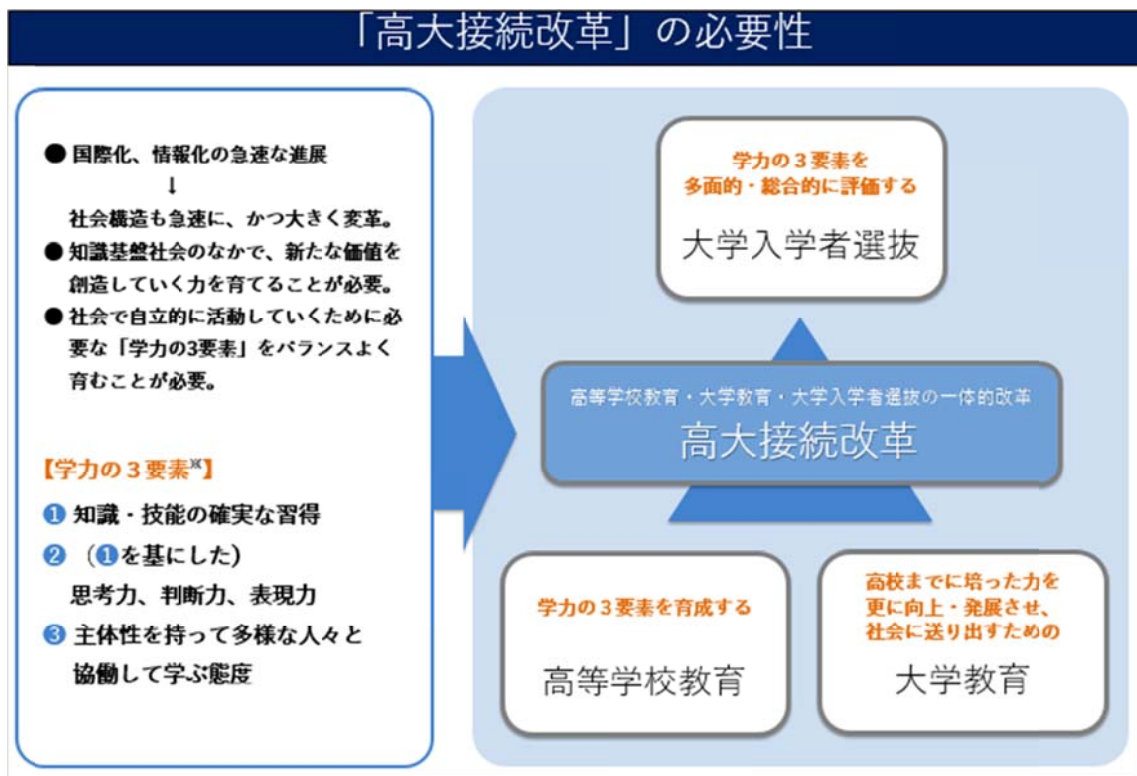
2014 年 12 月 22 日 中央教育審議会答申『新しい時代にふさわしい高大接続の実現に向けた高等学校教育、大学教育、大学入学者選抜の一体的改革について』

この中教審答申が公表されて以降、現在進行している経過をまとめると次のようになる。

高大接続改革スケジュール

2015年1月16日	高大接続改革実行プラン
2017年3月31日	高大システム改革会議「最終報告」
2018年3月30日	高等学校学習指導要領の全部を改訂する告示
2019年度	高校生のための学びの基礎診断開始
2021年1月	大学入学共通テスト実施
2025年1月	新学習指導要領による大学入学選抜試験

中教審答申の本体については文部科学省のホームページ等を参照していただきたい。ここでは良く引用される、「高大接続改革」の必要性、というポンチ絵を紹介しておく。



実際的な課題を解決することが重要であることに何の異論もないけれど、より本質的なことの議論も大切で、これこそ今後の大きな課題である。まず中教審答申について本質的なことを考えてみよう。例によって言葉は踊っているが、明確な概念に基いたものではないので、その議論はしない。ただこの答申に盛られた内容で本質的に問題とすべきなのは次の2点である。

- ・中等教育から高等教育に繋がる接続として、達成度を向上させる取組に、大学入試と言う極めて実際的な問題を絡めたこと。
- ・本来実際的に考えるべき入学試験について、スケジュールと形式に関するタガをはめたこと。

形式に関するタガ、とは記述式の導入と英語四技能に関連した民間試験の導入である。筆者は中央教育審議会に参画してはいないが、その内容を「具体化」するべく組織された『高大接続システム改革会議』のメンバーとなった時の状況は驚くべきものであった。大学入学試験の個別入試では学力試験は行わず、論文とか面接とか、「多面的な」形で行うこと、そのために共通のテストに記述式を導入して思考力・判断力「も」見るようにする、その共通のテストの採点は大学の教員を導入して行えばよい、ということが出発点らしい。50万人の採点など実現絶対不可能なことが言われている状況である。で、大学入試は各大学がそれぞれのアドミッション・ポリシーに基いて行うもの、という当たり前のことを再確認することになったが、高大接続システム改革会議はそのために時間をとり、ある意味では中教審答申から後退したような印象をぬぐえない。と言うわけで、記述式とか民間試験の導入とか、本来手段の1つであったものが独り歩きしている。

大学入試の実際をご存じない学長の先生方や高等教育専門家の先生方が大学からの主要メンバーである審議会に、「国立大学の個別入試もマークシート」と信じていたとしか思えない政治方面の人からの圧力が働いた結果なのだから仕方ない。政治の考えていることを忖度できないし、と言ってあきらめているわけにはいかない状態は今でも続いている。それにしても、何故大学は答申に強い意見を述べなかつたのだろうか。今頃言うならば、言っていることは間違っていないとしても、しかるべき時にしかるべき発言をしないととんでもないことになる。これは筆者の愚痴、本論に戻る。

もともと大学入試センターのセンター試験は学習の達成度を測るという機能も付与されている。だから平均点を60から70ポイントに設定して出題されてきた。もともと数学Ⅱ・数学Bは平均点がずっと低い現状が続いてはいるが。しかし実際には選抜試験としてのセンターテストが重い意味を持ち、偏差値による輪切り、などと言うことが現実に行われてきた。つまり1点2点が大事であるので、年に一回のセンターテストの実施に際しては大学に重い負担がかかっている。だから複数回実施、と言う非現実的な案が何回も言われてきた。高大接続改革では、このような選抜ではなく高等学校での学習を図る「高大接続テスト」の導入が課題として挙げられていた。ここで詳しくは紹介しないが、上にある「学びの基礎診断」とは、高等学校の始めに基礎力を測り、高等学校

での教育のために役立てよう、という意味が込められている。別の言い方をすれば中学校での学習の達成度を測る手立ての一つである。対応して、高等学校での学習の到達度を見るために高大接続テストが考えられたのだが、中教審の議論の過程で大学入試が重い意味を持つようになった。当然社会的にも高大接続改革イコール大学入試改革として認識される。中教審答申以外の、高大接続テストに関係する文献で筆者が参考としたものを以下に挙げておく。

- ・佐々木隆生、『大学入試の終焉』、北海道大学出版会、2012年
- ・佐々木隆生、『高大接続テストの課題と制度設計』、名古屋大学公開研究会での講演資料、2012年
- ・『高等学校段階の学力を客観的に把握・活用できる新たな仕組みに関する調査研究』報告書、北海道大学、2010年
- ・先崎卓歩、『高大接続政策の変遷』、年報公共政策学、北海道大学、2010年
- ・『日本型「高大接続」転換の必要性や大学入試のあり方について聞く』、週刊経団連タイムス、2012年
- ・『中教審の高大接続テストって何？』、斎藤剛史の教育ニュース、2008年
- ・『我が国の「高大接続テスト」とアメリカのAPテスト』、杉田荘治、2009年

ここでは、高大接続テストについて前提とするべき若干のことがらを挙げておく。まず、高大接続テストについては中教審よりも早く、大学関係者の間では議論されていた。實際上掲の文献からもわかる通り、2008年から2010年にかけて調査研究が行われた。わが国には、高大接続に関して、バカロレア等の大学入学資格のテスト、SATのような達成度テスト、がなく、入学者選抜を主目的とする入試センター試験が代用している現状を改め、新しい高大接続テストを構想する。なぜならば高等教育のグローバル化に伴い、就職、進学がグローバルに流動する。この高等教育のグローバル化に備えるのが大学教育の国際化であり、そのためには学生の受け入れにおいても中等教育での学習成果の指標が必要である。これらが理念的な目標である、と言ってもよろしい。

他方個別の大学が個別入学試験を行う日本独自のシステムについて、当時大学人の中で危機感が既に共有されていたのも事実である。すなわち、大学入学試験のシステムが今のままでよいのか、この体制を続けることが可能なのか、質の高い問題を出題することができる教員団が消滅するのではないのか、日本の高等教育界が重い負担に耐えられるか、ということである。早い話が、大学の入試問題を作る力が残っているか。大学がダメになったら、何年か後には大学教員の集合である入試センターもダメになり、もっと後には入試産業もダメになる。日本の教育産業は総体として質的に高いが、これは大学入試の質に支え

られており、本体の質が保証できなくなればとても苦しい将来が来る。

入学者選抜の時高等学校から提出される調査書は選抜の大切な要因とされている。現実と同様に使われているのか、いないのか、は別として、建前上調査書は大学入学後の教育の参考情報として使えないことになっている。だから高大接続テストにより個々の学生の達成度が、教科ごとに客観的に、規格化されていることは大学における教育の改善にも活かされ、有用であろう。このことも調査研究の出発点で意識されていた。

この調査研究の内容については、上掲の報告書を参照してもらうことにして、ここでは若干の付記にとどめる。当時から高大接続テストはコンピュータを利用した「CBT」が前提とされ、少なくとも基礎的な部分には項目判定理論「IRT」に基づくテストが想定されていた。すなわち同じ問題を一齐に解答するのではなく、解答者の解答に依って問題が自動的に選択されていく。人数の規模が違いすぎるが、医学部共用試験などは参考となる。試験の実施主体は大学入試センターで、提供されたテストを行うのは高等学校、コンピュータとネットワークの活用で年複数回実施も可能。ここまでは調査研究に参加した大学や高等学校のそれぞれ関係する者の共通理解となっていた。

この調査研究の報告は議論を続ける価値があり、そうしなければいけなかったが、当時独立行政法人である大学入試センターは事業仕分けの対象であり、新しい業務に向かうなどということは絶対的「悪」とされていた。それでも事の重要性から中央教育審議会への諮問につながるのだが、現状と経過を一切無視し、サボってばかりいる大学には任せておけない、と政治介入した結論が中教審答申の難点、と筆者は認識している。二位では駄目なのです！

高大接続テストに関しては、4つのこれとは異なる内容があり、それぞれ大事なことなのではあるが、何を議論しているのか、はっきりさせないと大混乱が起こる。それは

- ・大学入学選抜試験－入試センター試験や個別入試など
- ・大学入学資格試験－旧大学入学資格検定やバカロレアなど
- ・高等学校修了資格－高卒認定試験など
- ・高等学校における学習の大学での認定－Advanced Placement Program など

との区別である。三番目の修了資格は日本では高等学校卒業ということに定められている。また、四番目については、出前授業を始め各大学が工夫していることに関係するが、大学が決めたシラバスにしたがって高等学校の教員が高等学校で行った授業の履修を大学入学後の単位と認める、そのための資格を高等学校の個々の教員について大学が認定する、というシステムが実際に行われて

いるかどうか筆者は知らない。Advanced Placement Program はそれを認定する汎大学的なシステムに支えられているが、アメリカ合衆国でも参加大学の数は限られている。現状も含めて詳しいことは追跡していない。

高大接続テストは高等学校での学習の到達度を測るものであり、その意義をもう一度考えてみたい。そのとき考慮すべきは大学入学共通テストとの関係である。結論を急げば、筆者は、入試センター試験型の大学入学者選抜試験はその役割が終わり、達成度テストを軸にして選抜を行うべき、と考えている。大学による個別選抜は大学が設計することである。小さな大学ならばその特徴を活かすため、面接や論文を含む総合選抜を行うだろうし、大きな大学ならば推薦入試などの特別選抜を行うにしても一般入試では学力判定のための試験を継続するだろう。外から、とくに政治方面や行政方面から、加えられるいらぬ圧力に屈してはならない。

4. 高大接続テストと大学入学共通テスト

大学入学共通テストが高大接続テストとして機能し、高等学校での学習の達成度が同じ基準で測られるようになったとしても、高等学校修了資格を持つ者は、個別選抜により大学に入学することは変わらない。このような達成度テストの利用方法は、使わない、も含めて大学の決定によるが、どのように利用するのか。上述のように大学によっては、学力に基く学生の選抜が必要と考えるところもあるだろう。そのとき、達成度と個別選抜をどう設計するのかについては多様な形態がありうる。個別試験についても、作問は大学共同で行うことも可能であろう。現に国立大学では個別試験の日程が共通ということから、大学入試センターが問題の素材を提供し、それを基に入試問題を作り試験を実施して採点を個別に行う、このようなシステムの試行が行われた。実現までには障壁もあるだろうが可能性を追究することは大切である。

達成度を示すならば、試験の素点で1点刻みを争う必要はなく、段階判定も有効である。大学入試センターの大学共通テストに向けた試行調査（プレテスト）では素点だけではなく段階判定の結果も出している。段階判定は、たとえば80点以上がA、というものではなく、分布を配慮した判定となっている。スタナインと呼ばれている判定法である。スタナインは平均0、標準偏差1の標準正規分布で、 -1.75 から 1.75 を5等分し上下を加えた9段階で判定するもので、最高のランク9に属するものは、上位4パーセントとなる。スタナインは統計の実際の活用に関することであり数理統計学で扱うような概念ではないので、

その現実的有効性についてはもう少し調べる必要がある。

ともかくも達成度を測るならば、900点満点で850点か852点かということは意味がない。達成度テストが行われたとして、高等学校では、良い成績を取ることが目標ではなく個人がより高い達成度を得られるような教育が行われるかどうか、が問われることになる。高等学校での「学びの基礎診断」などを活用しつつ、達成度の向上を測ることができれば学習成果の良い指標となるだろう。入り口での達成度と出口での達成度が比較できるので、高等学校での学習の向上度が評価されることになる。学校推薦の入学を行っている大学ではこの向上度を重視するところが出てくるかもしれない。

大学では、達成度が入学後の教育に活かせるかどうか、が大切である。スタナインのランク 9 の学生が個別学力試験を経て選抜されるような大学ではどうだろうか。それでも各教科ごとの達成度が示されていることは、初年次教育において活かされると考えるが。達成度テストが実施されたとしても**もっとも重要なことは、学生一人一人の達成度が、大学での教育に活かせること**である。もちろん達成度テストの効果をどのように測るのか、自明ではない。大体教育の成果は何十年後しかわからない。高等学校での達成度と大学入学後の学修成果とを比較することは可能か。可能ではあろうが、意義のある教育の効果があるかどうか、やってみないとわからないが思考実験することの意味はある。

もちろん、大学入学テストが高大接続テストとして達成度を測れば現在の入学試験制度を始めとする高大接続の課題が全部解決する、などと楽観的なことを言っているわけではない。そのような方向について議論を今始めなければならない、というのが主張である。ここで論じている達成度システムについても課題は少なからずある。大学共通テストで達成度が測られているとして、以下これを考えてみる。そのために言葉の定義をする。大学共通テストで言われているのは記述式、これに対して個別入試の数学などでの筆記試験は論述式、と言う。公的な会議で一緒にされてはかなわないから、記述式と論述式は違う、と主張し続けてきたけれど、あまり理解されていないようである。課題を箇条的に整理して論じるが、このほかにも課題がありうる。ともかく、今後の議論の深まりに期待したい。

(1) 現実の個別入試が機能するか

スタナインのランク 9 の高校生は全体の 4 パーセント、数万人からなる集合である。これがいくつかの大学に集中すると、当然論述式の数学の個別入試は崩壊する。こう言って通用するのは入試の実際を分かっている人だけで、50 万人分の記述式答案を採点するという人には通用しない。現在でも、センターテストの合計点で何点以上、という受験の要件を課して個別入試を行う大学・学

部はあるが、このやり方を導入した当初は混乱した、という話を聞いたことがある。では、大学入学共通テストの総点だけではなく、各教科・科目ごとに細かく指定したらどうなるか。これはシミュレーションが絶対に必要だが、それは各大学の入試の結果を各大学で分析しないとわからない。多分これが一番重要な論点であろう。

(2) 作問と IRT の管理

現行の、入試センター試験は各大学が協同して行う試験であり、その統一の実施を大学入試センターが行う、という建前は変わらないものとする。したがって大学入学共通テストの作問は各大学が協力して行い、IRT に関しては大学入試センターが管理する。大学入学共通テストの実施は高等学校で行うことになるから、1月中旬の厳しい共通実施試験監督は必要ない。データベースについては別項で扱う。

関連して記述式について触れる。現行のセンター試験では、例えば $a > 0$ が正解の場合

$$a > \boxed{\text{イ}}$$

に該当する 1桁の数字にマークすればよい。これを記述式で答えるとするともマークシートから数を類推することはできないので

$$a > 0, a < 0, a > \sqrt{2}, a < \frac{1-\sqrt{5}}{2}, a > 2 - \sqrt{3}$$

等可能性はいくらでもあるから、難易度は格段に上がる。こんなことは数学界では共通認識であろう。

(3) 公正性の担保

テストを実施する際の不正行為についての心配論もある。この点について筆者は楽観的で、日本では全体の公正性を損ねるようなことは起きない、と確信している。制度の設計上、罰則云々を議論するのはいやだが、それでも何らかの手当ては必要である。逆に、日本人は試験が好きで真面目であるが故に起きる騒動が心配である。一度の試験でお終いということになれば再受検もありうるから、実施上のトラブルは修復可能ではあるが、著しく公正性に反する事例が後から明るみに出たりすると、高校生には罪がないとしても SNS での炎上とか、いやな言葉をあえて使えばイジメとか、わけのわからないことが連動する。

(4) 技術革新の必要性

共通一次試験が始まる時、マークシート方式が導入された。この方式の功罪は種々論じられているが、少なくとも当時では全く新しい方法でありある種の技術革新ではあった。記述式、達成度の測定、複数回実施などの新しいテストを行うならば、同じように技術革新も含めて設計しなければならないだろう。こんな議論をしていた時に、共通テスト専用のタブレットを設計したらどうか、という考えが坪井俊氏から出され、筆者もそれなりに考えてみた。

大学入学共通テストを達成度テストとして機能させるのなら、受検時に専用タブレットを配布すればよい。個人のコンピュータやスマートフォンの利用よりも公正性が担保できるだろう。専用タブレットを配布するならばメンテナンスの面倒は考えなくてよい。当然そのためのコストは計算しなければならない。達成度テストにアクセスできる環境と機能が差し当たって必要となるが、そのほかのアプリケーションは不要である。そんなタブレットを開発するのは難しいことだろうか。毎年確実に何十万台から百万台は配られるのだから関連業者にとっても一考の価値があるのではないか。

さらに大学にとってもメリットがある。新たに入学した学生は達成度に加えてマッサラなタブレットを持っている。このタブレットに大学での教育に必要なアプリケーションソフトを入れて、大学版お道具箱として使える。文系の学生には統計ソフトを入れる、理系の学生は MATLAB とか Mathematica を使うなどの可能性がある。高大接続を言うのだから、高校生が大学卒業まで使う機器を考えることは必須であろう。

コストについてはいろいろな効果を考慮して計算しないといけない。ウェブ利用なら通常経費はそれほどでもないが、ウェブが使える環境を作るなど初動にはそれなりの予算が必要だろう。経験上いわゆるペーパーレスは初期投資が必要であっても長期的にはパフォーマンスが改善される。現行のセンターテストでは、50 万人分以上の問題用紙と回答用紙を準備し特定の試験日に問題なく配布できるように、確実にしかも機密性を保って手配している。そのための印刷と運搬のコスト、手間と人員、緊張度は言うまでもなく膨大で限界状態である。

(5) データベースの構築

情報ツールを利用する CBT で IRT に基づくテストを設計するためには問題のデータベースが必要となる。数学に限ると、高等学校の教科書でも、問、節末問題、章末問題、巻末問題というように、ドリルから始まってかなり考えないと解けない問題まで階層化されている。つまらない例ではあるが、「次の式を因数分解しなさい」ならばいくらかでも同等なドリルは作れる。とにかく、高等学

校ばかりでなく、大学、もちろん入試センターに膨大な蓄積がある。

当初のデータベースの作成には大学をはじめとするアカデミーの世界が無関心では済まない。数学については、研究者集団、大学初年次からの教育に責任を持つ集団、入学試験における教科集団、の3つがほとんど共通なので知恵を出し合えば問題解決は可能と考える。他方数学以外の教科について、となると心もとない。著名な文学者や思想家の文章の一部を切り取って傍線を引き、「ここで著者は何を考えたか」という問題を出し続けてもデータベースはできない。実際著作権上のことから、試験問題のウェブによる公開も簡単ではない。

(6) 国際通用性

達成度テストの新たな課題として国際通用性の問題がある。高等学校の修了が要件であろうが、達成度テストの結果をもって、アメリカの大学が十分な学力があるものと判断し入学を許可するか。アメリカ合衆国では最近 SAT の意味について議論が起きているらしいが、数学や理科ならばそういうレベルのテストを設計することができるだろう。数学、理科、ならばいかようにも、英訳版を作って輸出もできるだろう。日本への留学生に対して課すこともできるだろう。では国語はともかくとして、社会科は…

5. 補足

書き漏らしたことを補足するが、主題は雑多ではあることをご容赦願いたい。

まず、新指導要領が「文系理系を数学で分けることの終わりの始まりである」として、大学ではどのような数学を教育するのか、考え直す機会でもある。統計学がいわゆる教養課程あるいは共通教育でどのように扱われているか、大学や学部によって多様であろうが、教育数学の大きなテーマである。確率論と数理統計は統計学の基礎であるから高等学校での学習に何を加えるか。前回の研究会の報告集「数理解析研究所講究録 2021, 教育数学の一側面—高等教育における数学の規格とは—」に掲載されている楠岡成雄氏の論考『高校での統計教育、大学での確率統計教育』で述べられていることを出発点にして議論を深める必要がある。同氏は『統計についても大学初年次には、「統計推測の考え方」について教えるべきである』が、実際場面で使われている統計的手法については『このようなことまで教えるとき、それは数学教育という枠にはもはや入らない』と述べている。確かに、心理学の統計、医学の統計、経済学の統計、社会学の統計、それぞれに個別のことがらがあり、そのような実際の統計は教育

数学の対象ではなく各学問分野の手法である，と筆者も考える。

中等教育では 20 世紀の初めからの議論の成果として，微分積分を頂点とするシステムが出来上がっている。日本でも数学Ⅱで微積分の初歩を学ぶのは，文系の生徒にとっても大切であるということから，カリキュラムがこのシステムに沿ったものになっている，としてよいだろう。文系の生徒は数学Ⅰまでで良い，というのはカリキュラムの系統性とは関係ない議論から生じた結果，障害，である。20 世紀の後半にこのシステムに加わった重要なものが，線型空間と確率の考え，と言ってよいだろう。コンピュータの利用や情報に関する内容が数学のカリキュラムに明示的に追加されたのが平成元年の指導要領改訂で，21 世紀には独立した教科となった。AI だ，データサイエンスだ，という時勢の要求が統計や線型空間を巻き込んで議論されているのは現在の状況である。

あれもこれもと高等学校に詰め込んでいけば，分断と困難を生むだけであるから，学びたい若者にその機会を提供することが肝要だろう。単に大学教員の負担増を生じるだけでは意味がない。だとすると日本版 Advanced Placement Program も真面目に考える時が来ているのかもしれない。

高等教育については，大学の共通教育の数学では微分積分学と線型代数学が基本となっている。理工系特に数物系ではそれでよいと同意が得られるが，理系でも医歯薬系では統計が大切，という意見が多いだろう。それにしても微分積分学と線型代数学が全く必要ない，とはならない。どこからどこまで授業で扱うか，これは検討に値する実践的課題ではあるが。線型空間の考えは高等学校では扱わないので微分積分学について述べると，高等学校で学んだことと大学で教えることのギャップが年々大きくなっている。これは少なくとも最近 20 年以上にわたって言われ続けてきた。確かに大学では出発点が変わらず，高等学校では到達点も内容も下がり続けてきたのだから当然の印象である。微分方程式の話は繰り返さないが，高等学校数学で近似と評価に関する内容が薄く，無く，なれば大学で突然 $\epsilon \cdot \delta$ の話を聞いてもわからない。工学部の一部の先生方が， $\epsilon \cdot \delta$ が解らなくては工学ができない，と言っていたのはこのような意味だったのだろう。ただし，1 年生で初めて教わったことがすぐ解る，のは特別なケースで，いろいろな勉強を重ねていずれ解ることが普通であり重要なことである。自分の経験上もそう思う。

高等教育に関するユネスコの地域条約というものがあり，日本も最近署名した。その効果としては，たとえばどこかの国の大学を卒業した人が別の国の企業に就職しようとするとき，あるいは大学院に進もうとするとき，その応募す

る資格が保証される。採用するか合格させるかは各企業や大学院の判断であるが、その大学の適格性が保証されている限り門前払いはできない、というグローバルな人材の流動性を目指そうというものである。ここでは質保証や評価の話をしたくない訳ではない。日本ではアメリカのシステムを導入したので4年だが、欧州等多くの国では大学の学士課程は3年、そこで3年の学士課程は考えられないか。3年生までは講義と演習と実験を学科全体で行い、4年生からセミナーが始まる、あるいは研究室に所属する。3年生と4年生のところに切れ目があるではないか。現在の学部4年、修士2年、博士3年という仕組みを変えよう。

筆者はずっと以前から、学部3年（教養主体の専門基礎教育）、修士3年（専門教育）、博士3年、という制度を考え続けてきた。この考えを大学在職中ある委員会で議論したことがある。薬学部の6年制が始まろうとしていた時であり、医学や薬学の委員は反対しなかったし、理系諸学部の委員には検討に値すると言ってくれた方もいた。しかし文系諸学部の委員は一顧だにしてくれなかった。少し後になって法科大学院の制度ができたが、その時にこの意見を思い出して欲しかった。そう言えば数理科学研究科で3年次から大学院への飛び入学の制度を導入しようとしたとき、学部教育の軽視に繋がるということで法学部方面はなかなか認めてくれなかった。最近では法科大学院への飛び入学が制度化されている、どうなっているのだろう。これも愚痴。

乱暴という非難を覚悟の上、入学試験を高等学校終了後の4月以降に実施することも考慮すべきと主張したい。実は4月以降にセンター試験などの共通試験と個別試験を行うことは、以前国大協の入試委員会で深刻に議論されたことがある。つまり到達度テストは高等学校在学時に受検することしたら、高等学校終了後4月から5月にかけて個別入試を行うのである。6月入学ならば、年間35週間の授業時間も確保できるから、卒業を4年後の3月にすることには特段の問題はない。もちろんギャップイヤーをどうしても導入したいから9月入学に拘る人にも受け入れられるだろう。ただ余りに問題が大きすぎるので、これ以上の考察はしない。

高等学校や大学での数学の教育について、解決すべき多くの課題があることは承知しているが、システムとして数学の教育システムは良くできている。改善に値するシステムであると思う。そうでなければ教育数学の出る幕はない。