

数学月間の視点から教育数学を見る

特定非営利活動法人数学月間の会 谷 克彦

Katsuhiko Tani, Maths Awareness Council

1. はじめに

現代社会の様々な分野の基礎には数学がある。数学が社会を支えていると言っても過言ではない。専門技術教育はその数学的基礎を押さえていなければ底の浅いものになってしまう。従って、専門技術教育と数学教育の連携が必要である。厳密には、特定分野の専門技術教育ごとに必要なミニマム数学教程があり、それがその分野の教育数学である。

数学月間活動は、社会を支えている数学を市民一般に紹介することで数学への共感を喚起する。働きかける集団が、数学月間の場合では一般市民、教育の場合では学生・生徒の相違はあるが、いずれにしろ数学を避けようとする集団に、数学への共感を喚起しようとするのは同じである。共感の喚起は、数学学習への第一歩（モチベーション）である。それには、社会で、数学が働いている現場を見せることで、このような数学月間の心は、教育数学へも反映する必要があると考える。

2. 数学月間とは何か

2. 1. 米国の数学月間（MAM）の起源

米国の MAM（Mathematics Awareness Month）は、上院の共同決議「1986 年 4 月 14～20 日を数学週間とする」に基づくレーガン大統領宣言で 1986 年にスタートした。短いが要点を押さえた名文であるので一読をお勧めする*[1]。レーガン宣言は格調高く、「およそ 5 千年前に始まった数学的叡智は進歩を遂げ、今日の社会を支えている」と始まり、「すべてのアメリカ人に対し、合衆国における数学と数学教育の重要性を実証する適切な行事や活動に参加することを勧告する」と結ぶ。米国の大学、学校、研究所など、それぞれの立場で、数学月間の活動を実施する義務がある。米国が国家的行事の MAM を決断した背景には、国民の数学力の低下で、産業力も低下するとの焦りがあったといわれる*[2]。1950 年代の日本は、統計学者 Dr. Deming の品質管理手法を、TQC や QC サークルに発展させ、生産性向上を達成していた。1980 年 NBC 放送は If Japan Can, Why Can't We? と呼びかけ、Dr. Deming のセミナーが展開されたが、さらにこれを数学全般の啓蒙 MAM へと発展させたのは米国の叡智であった（竹内淳実私信）。パークレーの地域数学サークルなどの学校外活動も効果を上げている（小林昭七私信）。

米国 MAM は、数学系学協会が参加する JPBM（Joint Policy Board for Maths）が、毎年、社会を反映した数学テーマを選定し、4 月に種々の数学イベントが展開される。そして、国民からの事後評価も受ける。時局の数学を、種々のレベルで学習できるウェブサイトが充実し、そこにエッセイが集積され、数学を基礎から最先端まで、学生が独習できる優れたガイドになる。

2. 2. 日本の数学月間の起源

竹内淳実の証言によれば、片瀬豊が「小林昭七さんが久しぶりに帰って来る。集まらないか」と電話で仲間を誘ったのは、2004年春のまだ寒い時節とのことだった。神田の鮎屋（片瀬の俳句仲間）に集まったのは、片瀬豊、小林昭七、山崎圭次郎、竹内淳実の4名。この場で小林より米国のMAMの話がでたという*[3]。米国MAMは1986年から始まっており、小林からの情報で、片瀬はMAMウェブサイトからこれまでのMAMテーマや内容を調べて、この運動のすばらしさを確信するに至った。日本の数学月間（7/22-8/22）は、片瀬豊の日本数学協会への提案（2005年）で制定され、数学月間の会（代表：片瀬豊）もこの時誕生した。片瀬は、日本版JPBMが国家的行事として数学月間を展開すべきだと考えていた。「数学月間」活動は、数学同好者の内部にとどまらず、数学に係わるあらゆる分野を横断し、一般市民に働きかけ、数学（論理）が社会を支えている事例を踏まえ、数学への共感を獲得することを目的としている。片瀬は2018年8月8日に88歳で亡くなったが、片瀬の寄付金で、2019年よりNPO法人数学月間の会（理事長：岡本和夫）に衣替えした。

3. 教育数学と専門技術教育の連携

数学は孤立して存在できるのが本来の特性である。例えば、ある定理の世界について語るとすれば、その定理が成立する必要十分条件の範囲だけを扱えばよく、応用や背景に言及する必要はない。これは論理の本質が明確に構築される純粋数学という生き方である。純粋数学と有用性は背反であるとのイメージが持たれることも多く、ラマヌジャンとオイラーはどちらが数学者かといった不毛な議論も見受けられる*[4]。私は、教育数学と専門教育がそれぞれの視野を広げて連携・オーバーラップすることを希望する。教育数学側でいうと応用の現場に根を張ること、技術教育側でいうと数学的基礎を押さえることである。美しいまでに簡潔な純粋数学体系を冗長にしろと言うのではない。工学やAIなどの専門教育の教育数学では、数学的厳密さよりその数学の本質を直感的に洞察することが肝要である。これは、数学から逃げている人たちの興味を数学へ向けさせる手段にも通じる。相手の分野に踏み込んで、そこで使われる数学的要素を発見して見せることが必要である。

RISM研究集会においても、藤原毅夫より、工学部の教育数学と専門技術教育の連携に関する指摘があった*[5]。藤原毅夫は、工学部向けの教育数学教程では、「曖昧さを無くすことに拘って本題に入る前の準備に多くの時間を費やす意味は少ない」と述べている*[6]。

3. 1. 孤高な数学では共感を得られない

理系でも数学と結びつきの薄い分野に生徒が流れる傾向がある。数学まつりを実施しても、パズルや教材の基礎にある数学へ言及することは嫌われる。「数学によってのみ外界（森羅万象の法則の起源）が認識できる（デカルト、ホッブス）」のだが、数学はこのような避けられ嫌われている。数学への共感を得られない原因を考えるに、数学の孤高姿勢にある。完成した数学体系を学べというのではなく、現場に立ち入り数学論理を見出し適用して見せることで初めて共感を得

られる。教育数学においても、各分野にふさわしいカスタマイズされた数学を提供するのが良い。マーフィーの法則で、「言葉が通じなければそれは数学」と揶揄的に定義されるようではいけない。完成された数学体系は美しいが、それぞれに、それが生まれた源泉があり、その過程を見せること、あるいは、その数学の適用現場を見せることが共感に直結する。数学者ではない一般人の共感を得るには、足が地についているという意味で、数学は物理学の一部であると考えた方が良い*[7]*[8]。

3. 2. 教育数学のカリキュラムを数学月間的に見る

数学体系は、4,000～5,000 年の積み重ねの成果である。数学はどんどん生まれ発展しているが、学校カリキュラムの数学は 200 年以上前に作られた数学で終わっている*[1]*[8]。これに対処する数学カリキュラム内容の改革は、1960 年代から世界各国で叫ばれ、加えられた分野には、非ユークリッド幾何学、トポロジー、カオスと複雑系、計算機、統計学、AI、等々がある。数学は諸科学のツールであるだけでなく、思考そのものなので、パラダイム・シフトにつながり何を取り入れるかは重要である。カリキュラム内容の改革は、数学月間テーマに先駆的に反映される。時局の数学に親しむのが数学月間であり、これらの啓蒙的な記事は、米国（MAM）、英国（MMP）、ロシア（Element, Kvant）などに掲載されている。また、非専門家にはアクセス困難な専門誌と一般誌のギャップを埋める役割の出版物（American Mathematical Monthly, The Mathematical Intelligencer, English Mathematical Gazette, matpros@yandex.ru, など）もある。

4. ブラック・ボックスとして操る AI 技術の危うさ

4. 1. 先行する米国の AI 技術は数学的基礎を疎かにしない

1986 年から始まった米国の MAM は、2017 年から統計学を表に出し数学・統計学月間 MSAM（Mathematics and Statistics Awareness Month）に衣替えした。この経緯は、2011 年の解明進む複雑系、2012 年の統計学とデータの洪水、2013 年の持続可能性の数学、2016 年の予測の未来、と続く MAM テーマの流れから予想されていた。数学と統計学は、インターネット・セキュリティ、持続可能性、疫病、気候変動、データの洪水、などの現実世界の問題でも重要な役割を果たしている。医学、製造、エネルギー、バイオテクノロジー、ビジネスなどの分野にも、新しい結果や応用が日々生まれ、システムや方法論が複雑化する技術世界で、数学と統計学は、革新の推進力となっている。些細な事故が雪崩となり大規模災害をもたらすのが複雑系であるが、限界ぎりぎり稼働している社会インフラ（複雑系）の制御は AI（ディープ・ラーニング）なしでは手に負えない（ただし、事故の復旧では人間の手が必要で、AI で解決できるものではない）。また、医療診断においては、画像識別エキスパート・システムは、専門診断医を凌駕する状況になった。コンピュータやソフトウェアが進歩し、ChatGPT もその例だが、ブラック・ボックスとして操るだけの底の浅い社会になっている。

日本政府の「AI 戦略」は、AI を理解し応用できる人を、2025 年までに年 25 万人育てる目標に

掲げた。遅ればせだが、少なくとも、AI 技術者や大学の専門教育は、ブラック・ボックス化するデータ・サイエンスの数学的基礎を疎かにしない米国に学ぶべきである。

Richard O. Duda (サンノゼ大), Peter E. Hart, David G. Stork (兩人ともリコー・シリコンバレー) 著”Pattern Classification”(2000)*[9]は、スタンフォード大の授業でも用いられ発売半年で 4,000 部も売れたという。専門書であるが、線形代数、確率論、情報理論、物理学などの結果と定義を押さえて記述され、数学書にない直感的な洞察が与えられる。厳密な数学や証明も学習できる膨大な参考文献を引用し、親切なガイドでもある。多数の練習問題やプログラム演習もある。数学的基礎を踏まえ豊かな専門教育ができる。専門技術教育と教育数学の連携をこの書に見ることができる。すなわち、両分野の教科書にはオーバーラップが必要で、専門教育側では、どのような数学が係わるのかを記述する必要がある。詳細な証明は数学教育に譲るとしても、その数学の意味を洞察できることが必要で、これが数学的基礎を疎かにしないという意味である。教育数学の側から見れば、視野を広げてその数学の応用事例に言及すべきである。

4. 2. AI を支える読解力。ビジネス散文教育

AI がブラック・ボックスとして使われる現代社会は危うい。現象から数学モデルを作るにも、得られた解析結果を解釈するのに、正しい読解力が必要である。統計も AI も、解釈次第で、恣意的に操ることができ、どんな結論にも結び付けることができる。不正な統計利用により数学への信頼を失ってはならない。

定義の幅を利用して論点を次々にずらす「ごはん論法」や、揚げ足取りで本論から逸脱させたり、部分否定と全部否定をすり替えたり、必要条件と十分条件をわざと区別しなかったりの詭弁では、とんでもない因果関係に導くことができる*[10]。

RIMS 研究集会においても、阿部圭一から、「伝わる文章」の訓練として、三森の「クリティカル・リーディング」の必要性の報告があった*[11]。情報を冷静に伝達する文章を、A. P. エルショフは、「ビジネス散文」と呼んだ。読解力は常識を背景としており、学校教育で養成されるものではなく、社会で自然に身につくものなのだが、政治もマスメディアの報道自体も信用できない社会では問題がある。今日の現状を見ると、「言葉で考えを正しく表現し、表現された考えを正しく理解する」ビジネス散文教育は必要である*[12]。数学月間では、数学以前の問題、正しい解釈ができる能力、常識、読解力、AI 倫理を強調しておきたい。

5. 人文科学にも浸透する数学

物理が数学の源泉であった時代（19 世紀）は、物理学で生まれた微分方程式の解法が解析学を発展させた。20 世紀になると、物理学と数学がそれぞれ尖鋭高度化し、お互いの言葉が通じなくなる傾向にあるのを、クーランは危惧している*[7]。孤立して存在し得るのが数学の特性であり、純粋数学はそれを誇るが、数学者は周囲に視野を広げて、その源泉である応用分野にも根を張る必要がある。

21 世紀になり数学の源泉は人文科学にも広がった。現代社会では、どんな分野でも数学が係わっている。「数理解物理学」だけではなく、「数理解生物学」「数理解言語学」「数理解経済学」「数理解心理

学」等々、数学は物理学の一部という時代ではすまなくなった。人文科学の他の分野でも、数学は同様に成功を収めるに違いない*[12]。数学者は厳密な論理の枠組みを重視するが、非数学者は論理の枠組みを包み込む肉付けも重要と考える。両者の視点は尊重されるべきであり、人文科学も飲み込み通用する偏狭でない数学的な思考が必要である。

6. 応用分野からその数学的構成要素を見出す訓練

ロシアの科学は現場に根を張ったものが発展する。ロシアで発展した結晶群論を見てみよう。19 世紀末に 3 次元の結晶空間群 230 種を数え上げたフェドロフ、結晶の磁性構造を記述できる黒白群のシュブニコフ、幾何空間次元に特性次元を付加した色付き空間群のペーロフ、群の拡大による一般群のコプツィク、ザモルザエフなど、この分野に独特の発展があった*[13]。ドイツやヨーロッパのような抽象群論ではなく、結晶物理学に根を張った分野である。これは、社会主義では抽象的な理論よりも具体的に適用できる理論を好むという例でもある。

Hilbert の 18 番の問題は、 n 次元の結晶群は有限個かというもので、空間群の高（多）次元化は、ドイツ、スイスの数学者（Heinrich Heesch など）の関心事であった。一方、シュブニコフ（ソ連の結晶学者）は、幾何空間に反対称性の概念を導入し、幾何次元に特性次元を加えた高次元化の道を拓いた。これにより、古典的対称群は拡大され、結晶の特性の記述に使えるようになった。ソ連の結晶学派は、物理学に応用できる群の拡大で特徴がある。

このように、現場に根を張った数学理論を見つけ出すということは、教育でも配慮されている。数学オリンピックも同じ根をもっているし、科学アカデミー、ステクロフ数学研究所発行の応用事例から数学構成要素を見る教材*[14]にも表れている。

■ 応用例から見る数学の構成要素	
数学的構成要素 	ロシア科学アカデミー、ステクロフ数学研究所発行；Математическая Составляющая 大幅増補の第2版；2019年11月（367ページ）『数学的構成要素』17,000部発行の初版は、啓蒙賞（2015）とロシア科学アカデミー金メダル（2017）を受賞。 我々周囲の「物」や「事」が、数学と無縁ではないことを、応用事例で説明している。ロシアの数学教育は、学校カリキュラムとは別に、日常の事例や遊びの中に、数学を発見させることを重視している。数学オリンピックもこの流れにある。
日本の先行事例	文科省「学習内容と日常生活との関連性の研究」調査研究事業報告書（数学班統括：岡部恒治），（2007.3）事例集抽出ソフト作成（数学月間の会；尾木純，片瀬豊） https://sgk2005.saloon.jp/cabinets/cabinet_files/download/210/591d01483fa35824cadaa903a59a5eec?frame_id=301

（図1）*[15]

先端科学分野などから興味深い 86 個の応用事例が掲載されている。我々周囲の「物」や「事」が、数学と無縁ではないことを、応用事例で説明している。ロシアの数学教育は、学校カリキュラムとは別に、日常の事例や遊びの中に、数学を発見させることを重視している。遊びの要素のない数学ドリルを解くのでは、論理的思考を養い問題解決の手法を得るのに役立たないからである。数学オリンピック、数学コンクール、数学ツアーもこの流れにある。

日本でも、同様な試みの先行事例に、文科省「学習内容と日常生活との関連性の研究」調査報告*[16]がある。また「楽しい数理実験」*[17]のように数学と理科を結びつけた啓蒙の方法もある。

『数学的構成要素Математическая Составляющая』の内容

数学の分類			応用
解析			11例
初等幾何学	解析幾何学		37例
幾何学	位相幾何学		14例
論理学	数学の基礎		4例
代数学			10例
数論			5例
微分方程式	数理物理の方程式	最適制御理論	10例
力学			5例
確率論	数理統計学	組合せ	9例
離散数学			6例

注)
1つの応用例が複数の数学要素に対応する場合もある

数学要素	応用
確率と組合せ	確率
	故障の検出 (22)
	暗号への数学の応用 (36);
	量子計算機科学 (38)
	短い待ち行列の選択 (50)
	テストの精度 (51)
	言語統計 (186)
	ランダムウォーク (170)
	パターンはどのように起こる (178)
	音楽モジュロ演算 (202)
	不変量
	「15」ゲーム (148)
	グラフ
	ケーニヒスベルクの散策からゲノムの再構築まで (13)
	インターネットの数学 (16)

注) ()内数字は、本書の対応するページ

（図2）*[15]

『Математическая Составляющая 数学的構成要素』*[14]に掲載されている応用事例（日常生活や先端科学技術）の基礎になっている数学要素にどのようなものがあるだろうか。

ここに登場する応用事例は、計 111 個のようだが、1つの事例が複数の数学要素に対応する場合があるので、重複を除けば 86 個である。応用事例が、どの数学要素の利用にあたるかを表にしたものが左図。詳細表を作ると膨大になるので、確率・統計・組合せに係わる応用例の部分だけ詳細表にしたものが右図。確率・統計・組合せの部分の応用事例は以下の 12 種である：

故障の検出、暗号への数学の応用、量子計算機科学、短い待ち行列の選択、テストの精度、言語統計、ランダムウォーク、パターンはどのように起こる、音楽モジュロ演算、「15」ゲーム、ケーニヒスベルクの散策からゲノムの再構築まで、インターネットの数学。

(5) 常識, 倫理, 論理, および, 「文章で正しく表現し, 文章を正しく理解する」ためのビジネス散文教育は必要である.

(6) 「問題を解く」という学校カリキュラム教育の他に, 現実のものや現象から「数学的要素と論理を発見する」能力の訓練は必要である. ロシアの教材「数学構成要素」がその見本である. これは, 数学の適用事例に足場を張る数学月間流の心と同じである. 数学月間活動の詳細は以下のウェブサイトを参照されたい*[18].

参考文献

- [1] 片瀬豊・谷克彦「数学文化」no.6, p.8-14 (2006) 数学月間のすすめ
- [2] 小林昭七「顔をなくした数学者」岩波 (2013)
- [3] 谷克彦「数学文化」no.39,p.97(2023) 社会と数学の架け橋—数学月間事始めと片瀬豊さん
- [4] G. H. Hardy, C. P. Snow「ある数学者の生涯と弁明」丸善 (1940)
- [5] 藤原毅夫「数理解析研究所講究録 1801」p.44-47, 理工系(非数学)学生のための教育数学
- [6] 藤原毅夫「数理解析研究所講究録 2021」p.64-67, 理工系数学教育の問題点といくつかの試み
- [7] R.クーラン, D.ヒルベルト 「数理解析の方法」序文(1924)
- [8] イアン・スチュアート「無限をつかむ」近代科学社(2007)
- [9] 「パターン識別」監訳:尾上守夫, 新技術コミュニケーションズ(2001)
- [10] 数学月間懇話会(2019)講演 + 秋葉忠利「数学書として憲法を読む」法政大学出版局(2019)
- [11] 阿部圭一「数理解析研究所講究録 2245」p47-53, 日本人のための日本語教育を考える
- [12] B. A. Успенский, “Апология математики” (2017): B. A. ウスペンスキー「数学の弁明」
- [13] A. V. Shubnikov, V. A. Koptsik, “Symmetry”, Plenum press (1974)
- [14] “Математическая составляющая”(2019): 「数学構成要素」ステクロフ数学研究所編
- [15] 谷克彦「数学教育に活かそう数学月間の心」, 日本学術会議公開シンポジウム(2023.08.02)
- [16] 文科省「学習内容と日常生活との関連性の研究」調査研究事業報告書(数学班統括:岡部恒治), (2007.3) +事例集抽出ソフト作成 (数学月間の会;尾木純・片瀬豊)
- [17] 高木隆司「楽しい数理解析」講談社(2008)
- [18] 数学月間の会ウェブサイト <https://sgk2005.org/>