

電子コンパスを利用した数学教育における作図活動の提案

国立教育政策研究所・教育課程研究センター・基礎研究部 安野 史子

Fumiko Yasuno, Department for Curriculum Research, Curriculum Research Center,
National Institute for Educational Policy Research

株式会社ワコム・宮澤 寛

Hiroshi Miyazawa, Wacom Co, Ltd

株式会社ワコム・朝倉 僚

Tomo Asakura, Wacom Co, Ltd

株式会社ワコム・堀江 利彦

Toshihiko Horie, Wacom Co, Ltd

東京農工大学・中川 正樹

Masaki Nakagawa, Tokyo University of Agriculture and Technology

1 はじめに

本研究は、数学教育における作図活動に電子コンパスを活用することを提案する。わが国での従来の定規とコンパスを使用した作図教育は、長い歴史があり、1940年代以降、数学の学習内容として扱われている。現行の学習指導要領[13, 15]では、小学校第3学年からコンパスの利用が明記されており、中学校では定規とコンパスを用いた作図指導が本格化する。一方で、デジタル技術の進展に伴い、動的幾何ソフトウェア(DGS)の利用が広がっている。本研究では、これらアナログとデジタルの長所を兼ね備えた「電子コンパス」を試作し、作図過程のデータ収集や分析を可能にした。電子コンパスを用いることで、描画の速度や手順などの詳細なデータが取得でき、学習者の試行錯誤や理解の過程を可視化できる。これにより、従来の紙と鉛筆では得られなかった新たな教育効果が期待される。今後、生徒を被験者とした作図活動の分析を行い、将来的にはこのデータを基にした自動採点や指導の個別化の実現を目指す。

2 研究の背景と目的

2.1 わが国における作図の指導の歴史

定規とコンパスを使った幾何学の作図は、古代ギリシャ時代に確立されていたことは既知のことである。わが国では、コンパスが寛永(1624-1644)の末にオランダ人が伝えた「紅毛火術録」に「こんぼす之図」があると言われ[22]、オランダから測量術や航海術が伝えられ、測量や製図器具としての利用がなされていたようである。作図書の刊行は、『溝口流規矩術圖解』(1820)が専門書と言われるもので、他に『真元算法』(1844)に垂線の作図法等が示され、これは図学の起こったものとされている[22]。

明治期に入ると、明治5年(1872年)8月2日に、わが国の近代学校教育制度に関する法令である学制が制定され、同年9月8日に「小学教則(抄)」(文部省布達番外)が、同日に「中学教則略」が公布された。同年11月10日に「小学教則概表」(文部省布達番外)が示された。「小学教則概表」及び「中学教則略」に、各級別¹に、教科²、時数が示されている。また、教科(教課)の簡単な内容は、「小学教則」には簡潔に記されているが、「中学教則略」には明記されておらず、それより先立って、明治5(1872)年8月に文部省布達番外をもって頒布された「外国教師ニテ教授スル中学教則」に記されている[23, 24]。

定規(定木)とコンパス(圓規, ぶんまわし)を使った洋式の作図は、「小学教則」によると、上等6級(11歳)の「罫畫(罫画)」に、「南校版罫画本ヲ用キテ点線正形ノ類ヲ学ハシムル事習字ノ法ノ如シ」と明記され、「罫画は数学としての作図ではなく、図学に含まれる物であった。」と野口も述べている[22]。その後の明治8(1875)年以降に刊行された罫画の教科書は、内藤類次郎氏が英国のキングス・カレッジ・ロンドン(KLC)の教授 William Joseph Glenney(1838-1886)氏から受けた教えや「エンゼル」氏「ブラッドリー」氏等の「罫画書」等を参考に編纂された『罫画法 小學之部』[18, 19]を始め、『罫画新書』[4]、『幾何画学』[25]等がある。それらには、垂直二等分線、垂線、平行線、角の二等分線、直角の三等分等、現行の中学校の数学に含まれている作図は、ほぼ網羅されている。しかし、『小學習畫帖：幾何画法』[6]等を見ると、畫學用機械を使って、基本的な作図を学んだ後、紋形等への実地練習へと進んでいくことが確認でき、あくまでも画法のみの習得を目指すものとなっている。

一方、小学上等5級(11歳半)以降から中学上等4級(18歳)での「幾何学」は、教科書『小學幾何用法』[20, 21]を見ると、米國「デウイス」氏の原書[3]を抄訳したものである旨が記され、「外国教師ニテ教授スル中学教則」においても、英、仏、独の洋書が教科書として1冊ずつ示されていて、英語のものは同書³となっている。この書物は、第二教(Second Book)圓ノ部(Of the Circle)で、15の定義、19の定理の後に、第一教と第二教に関する問題が掲載されていて、コンパスや定規の説明の後、23の作図題とその解答解説が示されている。作図題の解答解説は画法が主ではなく、性質を絡めた丁寧な説明になっている。当時、教則通りに実施されていたかは定かではないが、作図という技能が主ではなく、図形の性質が色濃い作図題が幾何学に含まれていたことが窺える。

明治12(1879)年9年に「学制」が廃止となり、それに代わって「教育令」が公布され、「罫画」は「図学」となり、明治13(1880)年12年「教育令」が改正され、明治19(1886)

¹小学は、上下二等とし、下等は6歳より9歳の4年、上等は10歳より13歳の4年。小学を卒業した者に普通の学科を授ける所として、中学が規定され、上下二等とし、修業年限は、下等は14歳から16歳の3年、上等は17歳から19歳の3年が原則である。小学は下等上等等とも8級に、中学は下等上等等とも6級に分け、毎級6ヶ月で、学に入る者を小学は第8級、中学は第6級と定めて1級に進む[9]。

²現行の算数・数学にあたるものは、小学教則では「洋法算術」が全ての級に、「幾何」が上等5級(11歳半)から上等1級(13歳半)に、中学教則略では「算術」が下等中学6級(14歳)から1級(16歳半)に、「幾何学」が下等6級(14歳)から上等4級(18歳)に、「代数学」が下等4級(15歳)から上等2級(19歳)に、「測量」が上等6級(17歳)から上等1級(19歳半)となっている[9]。

³「外国教師ニテ教授スル中学教則」には、「英 デービス氏幾何学書 インメンタリー、ジオメトリー、エンド、ツリコノメトリー」と記されているが、英語の Davies: "Elementary Geometry and Trigonometry" という書物は発見できていないが、背表紙がこれと同じ表題の書籍が[3]に該当し、「外国教師ニテ教授スル中学教則」に示された級毎に取り扱う部分が、この書物の目次と一致することから、おそらくこれを教科書として指定していたのであろう。

年2月「師範学校令」,「小学校令」,「中学校令」が公布され,小学校令の施行とともに教科書の検定制度が実施され,尋常中学校の学科目において,算術,代数,幾何ではなく数学となった[17]. 藤澤利喜太郎は,「明治二十一年ニ始メテ日本人ノ作ツタ幾何ノ書物が現ハレマシタ,ソレハ菊池サンノ本デ」と述べており[5],それに該当すると思われる『初等幾何學教科書:平面幾何學』[7]『初等幾何學教科書:立體幾何學』[8]は,Davies氏の書[3]と同様に,定義,定理の後に,作図題といった構成になっている.その後,学校令の公布や改正が繰り返された学校令期において,昭和10(1935)年頃までの教科書を見る限り,引き続き幾何画法,用器画法といった画法は図学,作図題は数学で同様の扱いとなっている.

昭和15(1940)年日本中等教育數學會(現,日本数学教育学会)の第22回總會記事に,出席者約200名の「E. 作圖教授ニ關スル部會」の記録によると,「ゆーくりっど流ノ作圖ノ規矩(公法)ハ廢シテ物差ヤ分度器,三角定木等ヲ自由ニ使用スルコトヲ許スヤウニシタイ」さらには「所謂用器畫ハ數學ノ中ニ取入レテ圖法ノ數理ヲ了解サセ,數理ヲ了解シタ上デ圖ヲ畫クコトガ出來ルヤウニシナケレバナラヌ.」との記述が残っており[10],現行のように画法も併せて数学で行う方向へと進んだ.昭和16(1941)年の3月1日「国民学校令」の公布により,小学校の算術は算数に,図学は芸能科図学になり,昭和18(1943)年1月21日「中等学校令」の公布後の中学校規程により,数学は理数科数学,図学は芸能科図学になり,その後,戦後の学習指導要領の時代となり今に至る.

2.2 現行の学習指導要領の下での作図の指導

現行(平成29年告示)の学習指導要領の下で,算数・数学教育における作図は,小学校〔第3学年〕の「内容の取り扱い」の(6)には,「内容の「B図形」の(1)の基本的な図形については,定規,コンパスなどを用いて,図形をかいたり…」([13], p.75)とあり,コンパスの利用がはじめて明記されている.内容「B図形」の(1)ア(ウ)の解説では,「コンパスは単に円をかくだけでなく,等しい長さを測り取ったり移したりすることができる道具で,長さを比べたりする場面などでも活用できる」([14], p.162)というように,道具の特徴が明確に示されている.さらに,〔第5学年〕では,「正多角形の学習では「正多角形は円に内接すること」を基に定規とコンパスなどを用いてかくことを指導する」([14], p.331)となっている.さらに,中学校へ進むと,〔第1学年〕の内容の「B図形」の(1)ア(ア)において,「角の二等分線,線分の垂直二等分線,垂線などの基本的な作図の方法を理解すること」([15], p.67)として示され,小学校算数科では物差しや分度器も使って作図指導が行われていたが,中学校数学科では物差しや分度器を用いずに定規とコンパスによる作図の指導が本格化する.学習指導要領解説には,「数学において作図とは,定規とコンパスだけを用いて,一定の条件を満たす図形をつくることを意味し,定規は2点を通る直線をひく道具として使い,コンパスは円をかいたり長さを写し取ったりする道具として使う」([16], p.75)との記述がなされている.

2.3 幾何ソフトウェアの出現

幾何ソフトウェアの発展に目を向けると、1980年代に、Geometric Supposerが開発され、その後、対話式幾何学ソフトウェア (Interactive Geometry Software) として、ヨーロッパで Cabri Geometly(1986-)、Cinderella(1998-) が登場した。これらは現在、動的幾何学ソフトウェア (Dynamic Geometry Software: DGS) と呼ばれ、教育現場では GeoGebra(2001-) などが広く活用されている。近年、北米を中心に数学や物理の教育現場で、利用が広がっている Desmos(2011-) は、DGS ではなく高度なグラフ計算機であるが、2023年に幾何学ツールが追加され、さらに多機能化が進んでいる。

それら DGS は、ツールとしてコンパスを有しているが、半径を与える線分を指定するか、中心と周上の2点を指定すると円が描かれる。道具としては同じ機能であるが、円弧ではなく円が一気に描かれるものが主流である。逆に、実物のコンパスではできない、3点を指定して、3点を通る円や円弧が簡単に描ける。

2.4 作図教育におけるコンピュータの活用

学校教育におけるコンピュータ活用については、近年、教育現場での ICT 活用が推奨され、政府が推し進める GIGA(Global and Innovation Gateway for All) スクール構想により、1人1台の端末環境が実現した。これに伴い、各教科の指導で ICT を活用することが求められている。

一方で、デジタル教科書は、平成20(2008)年3月・平成21(2009)年3月告示の学習指導要領下で、指導用デジタル教科書が小学校から高等学校まで整備された。平成29(2017)年3月・平成30(2018)年3月告示の現行学習指導要領の下では、学習者用デジタル教科書が制度化され、これまでの紙の教科書を主たる教材として使用しつつ、必要に応じて学習者用デジタル教科書を併用することができるようになった。算数・数学のデジタル教科書にはツールとしてコンパスが具備されているが、実物のコンパスの動きを模しているものの、2次元の操作に限定されるため、デジタル特有の移動や回転操作がかえって実物のコンパスより操作性に劣る場合がある。

初等中等教育での作図に話を戻すと、中学校数学科で取り扱われる定規とコンパスによる作図の理論は、古代ギリシャの数学者ユークリッドの『原論』に遡るものである。中学校数学科において、「図をかくという操作は、図形に対する興味や関心を引き起こし、図形の性質や関係を直観的に捉え、その論理的な考察を促すという意義をもつ。」([16], p.75) と示されていて、上述の現状下では、定規とコンパスによる作図と、DGS による作図の両方を備えることが求められるといえる。さらに、デジタル社会において電子ペンが普及したのと同様に、手書きのアナログ情報をデジタルデータに変換すると、さまざまな用途に利用できる。そこで、本研究は、定規とコンパスによるアナログの作図と DGS によるデジタルの作図の長所を兼ね備えた「電子コンパス」を試作し、それを利用した算数・数学教育における作図活動を提案することを目的とする。

3 研究の方法

3.1 電子コンパスの要件

筆者らは、手書き解答の自動採点を目標に、市販の学習ドリルのデジタル化と筆記解答の収集を行ってきている [1, 2]. オフラインによるスキャニングデータよりも電子ペンを用いて筆記したデータ、すなわちストロークデータの方がより多くの情報量が得られるため、手書きの解答データは、電子ペーパーにおける電子ペン入力を採用している [11]. 電子ペンによる入力データは、Extensible Markup Language (XML) 形式で記述した Ink Markup Language (InkML) が標準仕様であることから、問題及び正答例も XML 形式でデジタル化を行っている. 一連の研究の中で、市販の算数ドリルの電子化を行い、小学生に解答してもらい、データの収集を行った [12]. 算数ドリルは、算数の内容全てを網羅しているため、作図問題が存在する. ただし、算数での作図であるため、三角定規、分度器、コンパスを用いて、図形をかく作図問題である. 最初に試作した電子コンパスは、一般的なコンパスの脚部の筆記側に電子ペン、針側に可動域がある吸盤を装着したものである (図 1 の左図). 電子ペンであるため、描画の記録は、時刻、座標、筆圧、高さが InkML 形式で記録される. また、書き直しや修正には、電子消しゴムを使用することができ、電子消しゴムで消した部分は、画面上から消去されるが、電子情報は保持される. これは、筆記部分を電子ペンにしたに過ぎないため、実物のコンパスを利用した作図と極めて近い環境で、デジタルの特徴である描画の手順が記録される利点があるだけである. そのため、この電子コンパスは、コンパスの針の位置、すなわち円の中心の座標情報が得られていないだけでなく、コンパスを使用したという電子的記録が得られていない. 特に、コンパスを測長のために用いた場合、測長した線分の片側しか

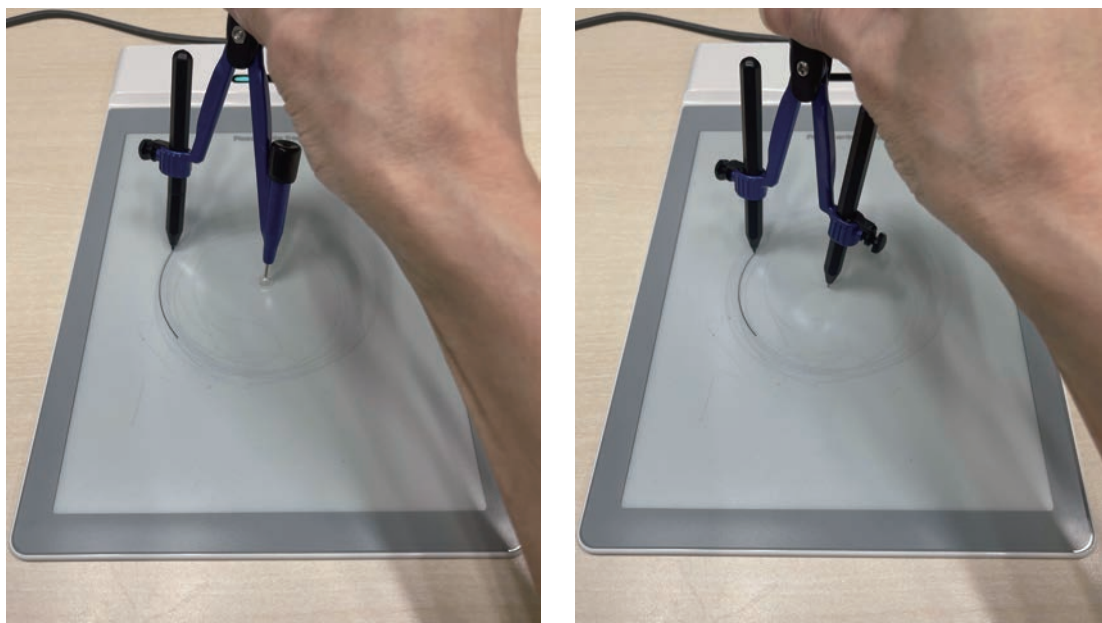


図 1: 電子ペーパーにおける電子コンパスの描画

(あるいは両側とも)座標情報が得られていないため、作図の電子情報としては不完全である。上述のことは、作図過程の行動分析や自動採点の精度へ影響を及ぼすと考えられる。実際、学校現場での紙筆による作図問題の採点では、必要に応じて、コンパスの針による用紙にできた穴の確認が行われたりしている。コンパスの使用に関する電子情報が得られれば、円弧上の任意の3点の座標情報から針の位置である円(または円弧)の中心座標を計算で求めて提示することも可能であるが、測長のために用いた場合を考慮すると、コンパスの針の位置情報を取得した方が、データの活用において、さまざまな用途に利用できると考えられる。そこで、コンパスの針の電子的位置情報も、取得できることを要件とした。

3.2 電子コンパスの試作

コンパスの針の位置情報を取得するために、本研究で試作した電子コンパスは、筆記側は電子ペン、針側は電子ペンを改良した電子情報が取得できる針を装着したものである(図1の右図)。電子コンパスのペンと針を交互にサンプリングして、円弧の描き始めのタイミングで針の座標をInkMLに残す仕組みとしている。InkMLの具体的な記述は、図2に示す形式で、コンパスの描画のストロークデータの冒頭部分に取得した針の座標情報を付与している。図3は、得られたデータを3Dにしたものである。左側の図

```
<inkml:trace contextRef= "#tx0" type= "penDown"
timeOffset= "18874" brushRef= "#br_compass_1_1" >
<inkml:annotation type= "compassCenter" > 6844 11799 0 0
-600 -2100 0 18874 </inkml:annotation>
9442 12857 480 0 1000 -1900 336 18874, 9443 12855 632 0 1000
-1900 336 18876, 9444 12853 750 0 1000 -1900 336 18878, 9445
12852 847 0 1000 -1900 336 18880, 9446 12851 913 0 1000 -1900
336 18882, 9447 12851 964 0 1000 -1900 336 18884
</inkml:trace>
```

図 2: 電子コンパスの針座標の InkML 表記例

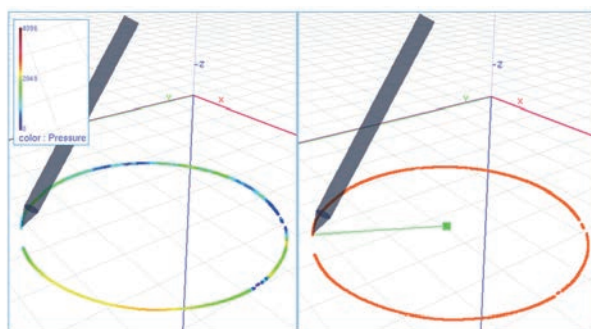


図 3: 電子コンパスで描いた記録の 3D 表示

は電子ペンの線のみ、右側の図は記録された針側の座標を使って対応する筆記と針の座標を緑の線で繋いだものである。

4 結果

算数ドリルと同様に、中学校数学科の作図に関する問題を XML 形式でデジタル化し、電子消しゴム付き電子ペン、電子コンパス、定規を使って、電子ペーパーへの描画を試みた。具体的には、垂直二等分線、角の二等分線、垂直な直線、定点を通る垂直な直線、定点を通る平行な直線、点の回転移動、図形の回転の中心、条件を満たす円の中心・円の接線等の作図問題である。定規は、電子データの取得機能を有しない一般的な定規を使用している。なお、電子消しゴム付き電子ペンと電子コンパスの筆記側の電子ペンのデータは、識別ができない形で取得されている。描画の記録は、針の座標以外は、時刻、座標、筆圧、高さが InkML 形式で記録される。以下で、角の二等分線の作図結果を事例にして、得られるデータ情報について詳述する。

図4の左図は、作図の描画結果である。ただし、この図には、各ストロークに丸囲み番号を付しており、番号はストロークの順序を示している。また、各ストロークは、丸囲み番号を付した側から描き始めている。①から③は、電子コンパスによる描画で、④は定規を使用しての電子ペンによる描画である。この描画においてストローク数は、見た目では4となっているが、データとして5となっている。これは、紙筆でもよくあるように、コンパスや定規での描画で、途中で途切れて重ね書きしたり、点の位置にペン先を置き、定規の位置を調整したりすることによる。なお、描画開始から終了まで、31.543秒であった。図4の右図は、描画速度情報を示したもので、経時変化も確認できる。線の濃さは描画速度を示していて、薄いところは速度が遅く、濃いところは速度が速い。このデータにより、各ストロークでの詳細な描画速度や、停滞や書き直していた箇所や時間などがわかる。

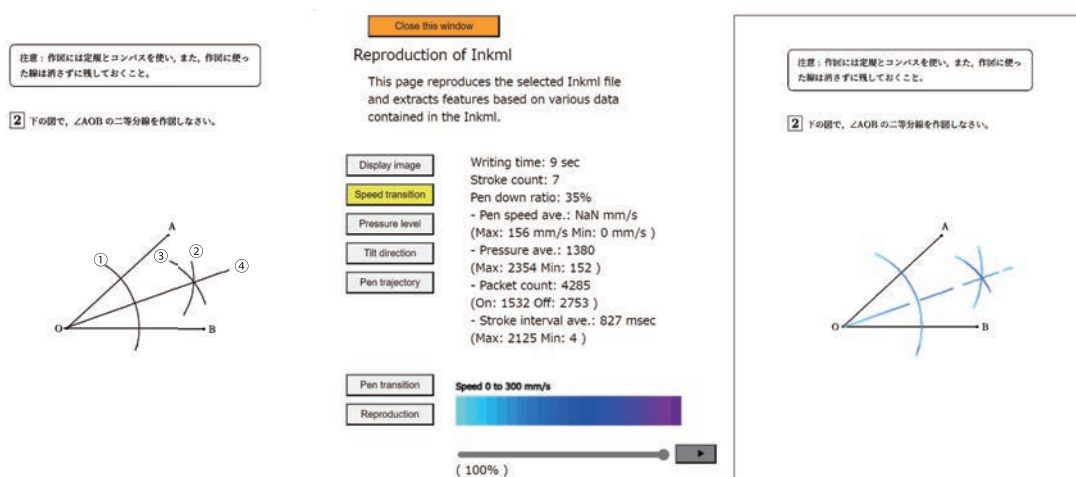


図 4: 定規と電子コンパスによる描画結果と描画速度情報

描画速度と同様に、描画の筆圧のデータも取得できているが、紙幅の関係で、割愛する。筆圧と速度を経時変化で示すと図5となる。上部が電子ペンの筆圧、下部が電子ペンの速度である。高さ情報を含む描画における軌跡の情報も得られている。さらには、電子消しゴムの情報も同様に得られている。

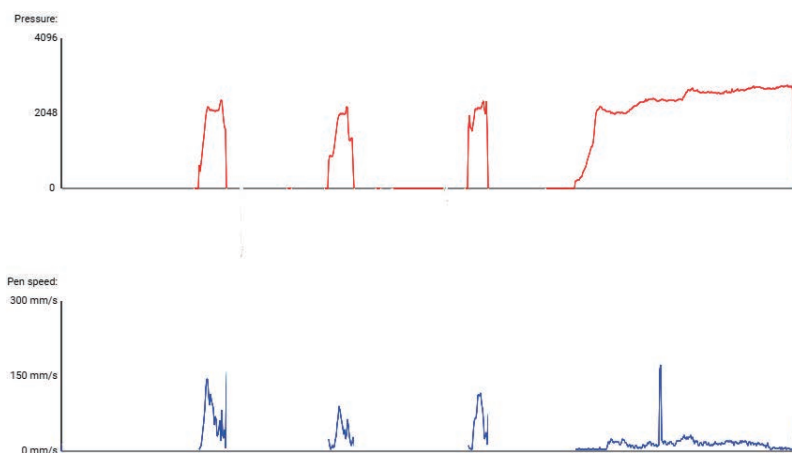


図 5: 描画の筆圧と速度の経時変化

5 考察

これまで中学校の数学の作図問題においては、「作図には定規とコンパスを使い、作図に使った線は消さずに残しておくこと」というような注意を促し、描画結果のみでの評価が行われてきている。本研究所で提案している電子コンパスを用いることにより、描画手順のみならず、様々なデータが取得できる意義は大きい。解答者がどの程度試行錯誤したのか、時間やストロークデータ数といった単純な量的指標はもちろんのこと、手順のどの部分で停滞したり、修正が行われたりしているのかといった、紙筆では得られなかった解答行動の分析結果を指導に活かせることが期待される。ただし、解答者が描画する手法そのものは、紙筆とほぼ同じ環境であるため、書き直して、電子消しゴムで消去する際に、交差している線を全て消すことになり、デジタルの特徴である1ストローク取り消せる(戻れる)機能が具備されていると解答者のストレスの軽減になるばかりでなく、紙筆よりも有意であるといえ、改良の余地がまだある。

今後、生徒を被験者とした作図問題の描画情報を収集予定である。そして、そこで得られたデータを利用し、作図過程の解答行動分析を行うことを検討している。それと並行して、電子コンパスを用いた作図問題についても、描画情報の InkML から、自動採点の検討を行うことを計画している。

6 おわりに

2.1で述べたように、わが国の教育での作図活動は、画法は「図学」、作図による幾何的性質や関係は「数学(幾何学)」という起源を持ち、現在は画法も含め「数学」で取り扱っている。「学制」から150年以上経ち、現在わが国では、STEAM教育等の各教科等横断的な学習が推奨されている。文部科学省は、STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics)に加え、芸術、文化、生活、経済、法律、政治、倫理等を含めた広い範囲でAを定義し、各教科等での学習を実社会での問題発見・解決に生かしていくための教科等横断的な学習を推進している。また、近年、GeoGebraやDesmosの別の用途として、様々な関数を用いてイラストや3D作品といった数学アート(関数グラフアート)の制作にも活用されるようになった。国内外において、数学アートコンテストも実施されている。例えば、Desmos Art Expoが毎年開催されている。そして、数学と芸術の親和性の指摘もなされるようになってきた。現在は、定規やコンパスなどのアナログツールと、DGSのようなデジタルツールの両方が活用される時代となっており、本研究で提案する電子コンパスのように、アナログとデジタルの両方の特徴を持つツールが今後も開発されることが期待される。どの教科科目で何を目標に、何を使って何を学ぶのか、適時性も含め再整理する必要があるといえる。

謝辞

本研究は東京農工大学に設置されたワコム－東京農工大学共同研究講座において行われている、手書き解答の自動認識・自動採点に関する研究の一環で実施されたものであり、一部はJSPS 科研費 JP21K18136, JP22H0008, JP24H00738 の助成を受けたものである。

付記

本稿は[26]をもとに、加筆改編を行ったものである。また、本稿で紹介した電子コンパスは、「自動採点装置、プログラム、及びシステム」として特許出願中である(特願2024-030402 発明者 宮澤寛, 朝倉僚, 堀江利彦, 山本高廣, 土田洋一, 伊藤雅充, 安野史子, 中川正樹, グエン トゥアン フーン, トルン タン ギア, リー ツゥアン ナム)。

参考文献

- [1] 朝倉僚, グエン トゥアン フーン, グエン トゥアン クーン, 宮澤寛, 土田洋一, 山本高廣, 伊藤雅充, 堀江利彦, 清水郁子, 中川正樹: 手書き解答の自動採点に向けた学習ドリルのデジタル化と筆記解答の収集, 電子情報通信学会 信学技報, vol.122 PRMU-314, pp.70-75, 2022.
- [2] Asakura,T., Nguyen,H.T., Truong,N.T., Ly,N.T., Nguyen,C.T., Miyazawa,H., Tsuchida,Y., Yamamoto, T., Ito,T., Horie,T., Yasuno.F, Ishioka,T., Kobayashi,K., Shimizu,I., Nakagawa.M. : Digitalizing educational workbooks and collecting handwritten answers for automatic scoring, iTextbooks@AIED 2023: pp.78-87, 2023.

- [3] Davies, Charles : Elements of Geometry and Trigonometry, with Applications in Mensuration, New York, A.S. Barnes & Co., 1867.
- [4] 藤井最證：幾何必携 野画新書, 文化堂, 1876.
<https://doi.org/10.11501/845628>.
- [5] 藤澤利喜太郎：數學教授法講義筆記, 大日本図書, 1900.
- [6] 井汲陸二郎編輯：小學習畫帖：幾何画法 前編, 出版人 大場石男, 1886.
- [7] 菊池大麓編纂：初等幾何學教科書：平面幾何學, 文部省編輯局, 1888.
- [8] 菊池大麓編纂：初等幾何學教科書：立體幾何學, 文部省編輯局, 1889.
- [9] (文部省内) 教育史編纂会：明治以降教育制度発達史 第1巻, 教育資料調査会, 1938.
- [10] 日本中等教育數學會：第22回總會記事, 日本中等教育數學會雜誌, 第22巻 第5号, pp.198–241, 1940.
- [11] 宮澤寛：電子ペーパーにおける電子ペン描画の高速化, 情報処理学会 インタラク ション 2022 論文集, pp.706–707, 2022.
- [12] 宮澤寛, 朝倉僚, グエン トゥアン フーン, トルン タン ギア, リー ツゥアン ナム, 安野史子, 堀江利彦, 中川正樹：手書き幾何図形解答の自動採点に向けた正答例の 記述, 日本教育工学会 2024 年春季全国大会, pp.663–664, 2024.
- [13] 文部科学省：小学校学習指導要領 (平成 29 年告示), 2017.
- [14] 文部科学省：小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 算数編, 2017.
- [15] 文部科学省：中学校学習指導要領 (平成 29 年告示), 2017.
- [16] 文部科学省：中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 数学編, 2017.
- [17] 文部省：学制百年史, 帝国地方行政学会, 1972.
- [18] ウィルリアム グレニー等著, 内藤類次郎譯：野画法 小學之部 上編 (Practical Ge- ometry), 内藤氏藏版, 1875. <https://doi.org/10.11501/845631>.
- [19] ウィルリアム グレニー等著, 内藤類次郎譯：野画法 小學之部 下編 (Practical Ge- ometry), 内藤氏藏版, 1875. <https://doi.org/10.11501/845632>.
- [20] 中村六三郎譯：小學幾何用法 卷上・卷中, 紀伊國屋源兵衛, 1873.
- [21] 中村六三郎譯：小學幾何用法 卷下, 紀伊國屋源兵衛, 1873.
- [22] 野口泰助：日本における作図の変遷, 日本数学史学会「数学史研究」, pp.9–17, 1985.
- [23] 奥田真丈監修, 生江義男ほか編：教科教育百年史, 建帛社, 1965.

- [24] 奥田真丈監修，生江義男ほか編：教科教育百年史 (資料編), 建帛社, 1965.
- [25] 城谷謙纂輯：小學教則 幾何画學 全二冊, 岡田茂平治, 1877.
- [26] 安野史子，宮澤寛，朝倉僚，堀江利彦，中川正樹：電子コンパスを利用した算数・数学教育における作図活動の提案，日本科学教育学会第 48 回年会論文集, pp.505–508, 2024.