An algebraic and categorical approach to local quantum physics

岡村 和弥

中部大学工学部 / AI 数理データサイエンスセンター

1 導入

本原稿では，発表内容に関して以下についてまとめてある：

- 局所量子物理学（local quantum physics, LQP）への代数的・圏論的アプローチを提示する。Segal と Haag-Kastler [HK'64] 以来の C*-代数的量子論に再訪し，C*-代数的量子論における測定理論を定式化する。
- 発表者の貢献は，C*-代数の双対空間の不変部分空間である，**中心部分空間**（central subspace）の導入と応用である [Ok'21]。異なる方法で中心部分空間を比較するために，いくつかの中心部分空間の圏を解析する。この解析は，Fell, Haag-Kastler らの研究のである [Fell'60, HK'64, Emch]。
- C*-L^1 空間とは，C*-代数とその双対空間の中心部分空間の対である。量子インストルメントは 2 つの C*-L^1 空間の完全正値写像に値を取る測度であり，測定過程をふくむ動的な状態変化を記述するために使われる。量子インストルメントにもとづいて，LQP での局所測定を展開する。

2 C*-代数的量子論

C*-代数的量子論は，C*-代数と量子確率論にもとづいている。

$\mathcal{X}$ が C*-代数であるとは，以下の条件を満たすことである：

(1) $\mathcal{X}$ はある Hilbert 空間 $\mathcal{K}$ 上の有界線型作用素のなす集合 $\boldsymbol{B}(\mathcal{K})$ の部分集合である。

(2) $\mathcal{X}$ は $\boldsymbol{B}(\mathcal{K})$ の随伴 $X \mapsto X^*$ で閉じた単位的代数である。

(3) $\mathcal{X}$ は $\boldsymbol{B}(\mathcal{K})$ の一様（ノルム）作用素位相で閉じている。

- 上は C*-代数の「具体的」定義と呼ばれている。Banach 空間であること，$*$-代数であることおよび C*-条件 $\|A^*A\| = \|A\|^2$ という 3 条件による「抽象的」定義がある。
- ども C*-代数も $*$-代数である。
- C*-代数的量子論において，系の物理量は C*-代数の自己共役元で記述される。

2.1 状態と表現

写像 $\omega : \mathcal{X} \to \mathbb{C}$ は以下の条件を満たすとき $\mathcal{X}$ 上の状態と呼ばれる：

(1) $\omega(\alpha A + \beta B) = \alpha\omega(A) + \beta\omega(B)$ for all $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ and $A, B \in \mathcal{X}$.

(2) $\omega(A^*A) \geq 0$ for all $A \in \mathcal{X}$.

(3) $\omega(1) = 1$.

状態は非可換代数への期待値汎関数の一般化であり，系がおかれた物理的状況（もしくは実験設定）に統計

的に対応する。

定理 1 (GNS 表現). $\mathcal{X}$ 上の各状態に対し，$\mathcal{X}$ の表現 $(\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega)$ と $\mathcal{H}_\omega$ の単位ベクトル Ω_ω で

$$\omega(X) = \langle \Omega_\omega | \pi_\omega(X) \Omega_\omega \rangle, \qquad X \in \mathcal{X}, \tag{1}$$

を満たし，$\pi_\omega(\mathcal{X})\Omega_\omega = \{\pi_\omega(X)\Omega_\omega | X \in \mathcal{X}\}$ が $\mathcal{H}_\omega$ で稠密になるものが存在する。3 つ組 $(\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega_\omega)$ はユニタリ同値を除いて一意であり，ω の GNS 表現と呼ばれる。

$(\pi, \mathcal{H})$ が $\mathcal{X}$ の表現であるとは，以下を満たすことである：

(1) $\mathcal{H}$ は Hilbert 空間である。
(2) $\pi : \mathcal{X} \to \boldsymbol{B}(\mathcal{H})$ は $*$-準同型である，すなわち，準同型であってすべての $X \in \mathcal{X}$ に対し $\pi(X^*) = \pi(X)^*$ を満たす。

$\mathcal{X}$ を C*-代数とする。

- $\mathcal{X}^*$ で $\mathcal{X}$ の双対空間を表す。すなわち，$\mathcal{X}$ 上の線型汎函数 ω であって $\|\omega\| = \sup_{X \in \mathcal{X}, \|X\| \le 1} |\omega(X)| < +\infty$ を満たすものの集合である。
- $\mathcal{S}_\mathcal{X}$ で $\mathcal{X}$ の状態空間を表す。$\mathcal{S}_\mathcal{X}$ は $\mathcal{X}^*$ の部分集合である。
- $\mathcal{X}^*$ の双対空間 $\mathcal{X}^{**} := (\mathcal{X}^*)^*$ は C*-代数であり，$\mathcal{X}$ の第二双対と呼ばれる。

3　中心部分空間とその圏

次に，1 つの状態だけでなくいくつもの状態を一斉に扱える枠組みを構築するためいくつかの概念を定義する。

3.1　定義（中心部分空間）.

$\mathcal{X}^*$ の線型部分空間 $\mathcal{V}$ が中心的（central）であるとは，閉部分空間であって不変であるときをいう。後者の条件は，すべての $X \in \mathcal{X}$ に対し，

$$X\mathcal{V} := \{X\omega \mid \omega \in \mathcal{V}\} \subset \mathcal{V}, \qquad \mathcal{V}X := \{\omega X \mid \omega \in \mathcal{V}\} \subset \mathcal{V}$$

を満たすことである。

各 $X, Y \in \mathcal{X}$ と $\omega \in \mathcal{X}^*$ に対し，$X\omega, \omega Y, X\omega Y \in \mathcal{X}^*$ を，すべての $Z \in \mathcal{X}$ に対し，

$$(X\omega)(Z) = \omega(ZX), \quad (\omega Y)(Z) = \omega(YZ), \quad (X\omega Y)(Z) = \omega(YZX) \tag{2}$$

でそれぞれ定義する。

3.2　特徴づけ

次の定理が成り立つ。

定理 2. $\mathcal{X}^*$ の各中心部分空間 $\mathcal{V}$ に対し，$\mathcal{X}^{**}$ の中心射影 C（$C \in \mathcal{Z}(\mathcal{X}^{**})$）で

$$\mathcal{V} = C\mathcal{X}^* = \{C\omega \mid \omega \in \mathcal{X}^*\}$$

を満たすものが存在する。ここで，$C\omega$ は，

$$\langle M, C\omega\rangle = \langle MC, \omega\rangle, \quad M \in \mathcal{X}^{**}$$

で定義される。

更には，以下の例や性質が知られている：

(i) $(\pi, \mathcal{H})$ を $\mathcal{X}$ の表現とする。$\mathcal{V}(\pi)$ で，$\mathcal{X}$ 上の線型汎函数 ω で $\mathcal{H}$ 上のトレースクラス作用素 σ をもちいて定義される線型汎函数の集合を表す。すなわち，

$$\mathcal{V}(\pi) = \{\omega \in \mathcal{X}^* \mid \forall X \in \mathcal{X},\ \exists\rho \in \mathbb{T}(\mathcal{H}),\ \omega(X) = \mathrm{Tr}[\pi(X)\rho]\} \tag{3}$$

である。$\mathcal{V}(\pi)$ は $\mathcal{X}^*$ の中心部分空間である。すなわち，$\mathcal{X}^{**}$ の中心射影 $C(\pi)$ で $\mathcal{V}(\pi) = C(\pi)\mathcal{X}^*$ を満たすものが存在する [Tak'79, Chapter III, Theorem 2.7]。

(ii) $\mathcal{M}$ を Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ 上の von Neumann 代数とする。このとき，$\mathcal{M}$ の前双対 $\mathcal{M}_*$ は，$\mathcal{H}$ 上のトレースクラス作用素で定義される線型汎函数の集合と同一視され，すなわち，

$$\mathcal{M}_* = \{\omega \in \mathcal{M}^* \mid \forall M \in \mathcal{M},\ \exists\rho \in \mathbb{T}(\mathcal{H}),\ \omega(M) = \mathrm{Tr}[M\rho]\} = V(\mathrm{id}_{\mathcal{M}})$$

であり，$\mathcal{M}^*$ の中心部分空間である。

(iii) $\mathcal{H}$ を無限次元 Hilbert 空間とする。$\boldsymbol{B}(\mathcal{H})_*$ で $\boldsymbol{B}(\mathcal{H})$ 上の正規汎関数の集合を表す。$\boldsymbol{B}(\mathcal{H})$ 上の線型汎函数 ω が正規（normal）であるとは，$X \in \boldsymbol{B}(\mathcal{H})$ に対し，$\omega(X) = \mathrm{Tr}[X\rho]$ を満たす $\mathcal{H}$ 上のトレースクラス作用素 ρ が存在するときをいう。Banach 空間として $\boldsymbol{T}(\mathcal{H}) \cong \boldsymbol{B}(\mathcal{H})_* \subsetneq \boldsymbol{B}(\mathcal{H})^*$ であることが知られている。(ii) の特殊な場合として，$\boldsymbol{B}(\mathcal{H})_*$ は $\boldsymbol{B}(\mathcal{H})^*$ の中心部分空間である。

内部完全正値 (CP) 写像 $T : \mathcal{X}^* \to \mathcal{X}^*$ は

$$T\varphi = \sum_{j\in J} K_j^* \varphi K_j, \quad \varphi \in \mathcal{X}^* \tag{4}$$

で定義される。ここで，J は有限集合で $\{T_j\}_{j\in J} \subset \mathcal{X}$ である。中心部分空間の定義から次が成り立つ。

命題 1. $\mathcal{X}^*$ のどの中心部分空間 $\mathcal{V}$ も，$\mathcal{X}^*$ 上の任意の内部 CP 写像の作用で不変である。すなわち，$\mathcal{X}^*$ 上のすべての内部 CP 写像 T に対し，

$$T(\mathcal{V}) = \{T\varphi \mid \varphi \in \mathcal{V}\} \subset \mathcal{V}.$$

3.3 中心部分空間の圏

中心部分空間の圏を 2 つ定義する。

定義 1 ($\mathcal{C}_1(\mathcal{X}^*)$). $\mathcal{X}$ を C*-代数とする。

(1) ω を $\mathcal{X}$ 上の状態とする。$\{A_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n$ に関する ω の物理的近傍を

$$U_\omega(\{A_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n) = \{\varphi \in \mathcal{S}_{\mathcal{X}} \mid |\varphi(A_i) - \omega(A_i)| < \varepsilon_i \text{ for all } i = 1, \cdots, n\}$$

で定義する。ここで，$n \in \mathbb{N}, A_1, \cdots, A_n \in \mathcal{X}$ および $\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n > 0$ である。

(2) $\mathcal{C}_1(\mathcal{X}^*)$ を以下の対象と射をもつ圏として定義する：

 (i) $\mathcal{C}_1(\mathcal{X}^*)$ の対象の集まりは $\mathcal{X}^*$ の中心部分空間 $\mathcal{V}$ の集合からなる。

(ii) $\mathcal{C}_1(\mathcal{X}^*)$ の射 $\mathcal{V}_1 \to \mathcal{V}_2$ を，任意の $\varphi \in \mathcal{S}_{\mathcal{X}} \cap \mathcal{V}_1$ と φ の物理的近傍 $U_\varphi(\{A_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n)$ に対し $U_\varphi(\{A_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n) \cap \mathcal{V}_2 \neq \emptyset$ となることとして定める。

$\mathcal{V}_1 \to \mathcal{V}_2$, のとき，$\mathcal{V}_1$ は $\mathcal{V}_2$ に物理的に包まれるという。また，$\mathcal{C}_1(\mathcal{X}^*)$ の対象として同型 $\mathcal{V}_1 \cong \mathcal{V}_2$ であるとき，$\mathcal{V}_1$ と $\mathcal{V}_2$ は物理的同値であるという。

定義 2 ($\mathcal{C}_2(\mathcal{X}^*)$). $\mathcal{X}$ を C*-代数とする。

(1) ω を $\mathcal{X}$ 上の状態とする。$\{M_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n$ に関する ω の近傍を

$$U_\omega^{**}(\{M_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n) = \{\varphi \in \mathcal{S}_{\mathcal{X}} \mid |\langle M_i, \varphi\rangle - \langle M_i, \omega\rangle| < \varepsilon_i \text{ for all } i = 1, \cdots, n\}$$

で定義する。ここで，$n \in \mathbb{N}, M_1, \cdots, M_n \in \mathcal{X}^{**}$ および $\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n > 0$ である。

(2) $\mathcal{C}_2(\mathcal{X}^*)$ を以下の対象と射をもつ圏として定義する：

(i) $\mathcal{C}_2(\mathcal{X}^*)$ の対象の集まりは $\mathcal{X}^*$ の中心部分空間 $\mathcal{V}$ の集合からなる。

(ii) $\mathcal{C}_2(\mathcal{X}^*)$ の射 $\mathcal{V}_1 \to \mathcal{V}_2$ を，任意の $\varphi \in \mathcal{S}_{\mathcal{X}} \cap \mathcal{V}_1$ と φ の物理的近傍 $U_\varphi^{**}(\{M_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n)$ に対し $U_\varphi^{**}(\{M_i, \varepsilon_i\}_{i=1}^n) \cap \mathcal{V}_2 \neq \emptyset$ となることとして定める。

$\mathcal{V}_1 \to \mathcal{V}_2$ と $\mathcal{V}_1 \subset \mathcal{V}_2$ は必要十分である。そして，$\mathcal{V}_1 \cong \mathcal{V}_2$ と $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2$ は必要十分である。

3.4 定義（C*-L^1 空間）.

C*-L^1 空間 $a = (\mathcal{X}_a, \mathcal{V}_a)$ とは，C*-代数 $\mathcal{X}_a$ と $\mathcal{X}_a^*$ の中心部分空間 $\mathcal{V}_a$ の対である。$\mathbf{C^*L}^1$ で C*-L^1 空間のクラスを表す。各 $a \in \mathbf{C^*L}^1$ に対し，$\mathcal{S}_a = \mathcal{S}_{\mathcal{X}_a} \cap \mathcal{V}_a$ とおく。

4 量子インストルメント

次に，量子インストルメントを定義する。Davies と Lewis [DL’70] が（必ずしも完全正値でない）インストルメント（instrument）の概念を導入した。ここでは量子インストルメントと呼ぶ，完全正値（CP）インストルメントが量子測定理論において中心的な役割を果たす [Ozawa’84, OO’16, Ok’21]。

4.1 先行研究をふまえた研究の経緯

1. Davies と Lewis [DL’70] は反復可能性仮説（the repeatability hypothesis）を放棄し，一般的な測定を統計的に記述するためにインストルメントの概念を導入した。
2. 小澤 [Ozawa’84] は完全正値（CP）インストルメントと測定過程を導入し，I 型因子上の CP インストルメントの測定過程による実現定理を確立した。
3. 岡村と小澤 [OO’16] は CP インストルメントに対する正規拡張性質（normal extension property, NEP）一般の von Neumann 代数上の NEP をもつ CP インストルメントに実現定理を拡張した。更には，この理論を量子場の測定理論に応用した。
4. 岡村 [Ok’21] は中心部分空間を導入し，それを用いて C*-代数的量子論での CP インストルメントを定義した。
5. 講演者は C*-L^1 空間と C*-代数的量子系における状態空間の圏を（前章までに）導入した。そして，これから量子場の測定理論での CP インストルメントについて再吟味を行う。

4.2 定義（量子インストルメント）.

M を有限集合，$a, b \in \mathbf{C}^*\mathbf{L}^1$ とする。$\mathcal{I}$ が (a, b, M) に対する量子インストルメントであるとは，以下の条件を満たすときをいう：

(1) 各 $m \in M$ に対し，$\mathcal{I}(m)$ は $\mathcal{V}_a$ から $\mathcal{V}_b$ への CP 写像である。

(2) $\sum_{m \in M} \mathcal{I}(m)$ は単位を保存する。すなわち，任意の $\varphi \in \mathcal{V}_a$ に対し，

$$\sum_{m \in M} \langle 1, \mathcal{I}(m)\varphi \rangle = \langle 1, \varphi \rangle. \tag{5}$$

より一般の定義は [Ok'21] を参照（この論文では C*-L^1 空間は用いていない)。

4.3 操作的・統計的意味

(a, b, M) に対する量子インストルメント $\mathcal{I}$ で記述される測定装置 $\mathbf{A}(\boldsymbol{m})$ は以下を指定する：

(1) （被測定）系の状態が ω のとき，測定装置のメーター $\boldsymbol{m}$ の出力の確率分布は

$$\Pr\{\boldsymbol{m} = m \| \omega\} = \|\mathcal{I}(m)\omega\|. \tag{6}$$

で与えられる。

(2) ω が系の状態のとき $\boldsymbol{m}$ が m を非零の確率で出力するとき，すなわち，$\Pr\{\boldsymbol{m} = m \| \omega\} \neq 0$ であるとき，測定後の状態 ω_m は

$$\omega_m = \frac{\mathcal{I}(m)\omega}{\|\mathcal{I}(m)\omega\|} \in \mathcal{S}_b. \tag{7}$$

で与えられる。$\mathbf{A}(\boldsymbol{n})$ を (b, c, N) に対する量子インストルメント $\mathcal{J}$ で記述される測定装置とする。$\mathbf{A}(\boldsymbol{m})$ と $\mathbf{A}(\boldsymbol{n})$ の順で実行される逐次測定で系の状態が ω で $\boldsymbol{m}$ が m を非零の確率で出力するときのメーター $\boldsymbol{n}$ の出力に関する条件付き確率は，

$$\Pr\{\boldsymbol{n} = n | \boldsymbol{m} = m \| \omega\} = \Pr\{\boldsymbol{n} = n \| \omega_m\} = \frac{\|\mathcal{J}(n)\mathcal{I}(m)\omega\|}{\|\mathcal{I}(m)\omega\|} \tag{8}$$

で与えられる。

(3) 物理量代数が元の物理量代数と他の代数とのテンソル積で記述される合成系への測定装置 $\mathbf{A}(\boldsymbol{m})$ の拡張 $\mathbf{A}(\boldsymbol{m}')$ は，合成した系と相互作用しないとき，合成系の状態が $\omega \otimes \sigma$ のときのメーター $\boldsymbol{m}'$ は

$$\Pr\{\boldsymbol{m}' = m \| \omega \otimes \sigma\} = \Pr\{\boldsymbol{m} = m \| \omega\} \tag{9}$$

を満たし，$\omega \otimes \sigma$ が系の状態のとき $\boldsymbol{m}$ が m を非零の確率で出力するとき，すなわち，$\Pr\{\boldsymbol{m}' = m \| \omega \otimes \sigma\} \neq 0$ であるとき，測定後の状態 $(\omega \otimes \sigma)_{\{\boldsymbol{m}'=m\}}$ は

$$(\omega \otimes \sigma)_{\{\boldsymbol{m}'=m\}} = \omega_m \otimes \sigma \tag{10}$$

で与えられる。

以上については [Ozawa'04, OO'16] が詳しい。

4.4 定義（量子インストルメントの圏）.

量子インストルメントの圏は，C*-L^1 空間を対象とし，それらの間の量子インストルメントを射とする圏である。

5 局所量子物理学：局所ネット

量子場の「局所観測可能量」を記述する**局所ネット**にもとづく LQP [ArakiQF, HaagLQP] の考察にうつる。

5.1 定義（局所ネット）.

$\mathcal{K}$ を時空（または空間）M の有界領域の集合とする（本来はいろいろと条件がつく）。対応 $\mathcal{K} \ni \mathcal{O} \mapsto \mathcal{A}(\mathcal{O}) \in$ C*-Alg は以下の条件をみたすとき M 上の局所ネット（local net）と呼ばれる：

(1) 包含関係 $\mathcal{O}_1 \subset \mathcal{O}_2$ があるとき，$\mathcal{A}(\mathcal{O}_1) \subset \mathcal{A}(\mathcal{O}_2)$ が成り立つ（isotony, 関手的）。

(2) 2 つの領域 $\mathcal{O}_3$ と $\mathcal{O}_4$ が因果的に分離している（互いに空間的にある）ならば，どの $A \in \mathcal{A}(\mathcal{O}_3)$ と $B \in \mathcal{A}(\mathcal{O}_4)$ も可換である（$[A, B] = AB - BA = 0$）。

6 局所ネット上の状態

物理量の側だけでなく，状態の側でも局所性・因果性を扱うため，局所ネット上の状態として以下の 3 種類考えられる：

大域状態（global state）　大域的（準局所）物理量代数

$$\mathcal{A} = \overline{\bigcup_{\mathcal{O} \in \mathcal{K}} \mathcal{A}(\mathcal{O})}^{\|\cdot\|} \tag{11}$$

上の状態を大域状態と呼ぶ。

部分状態（partial state）　M の（必ずしも有界でない）各領域 $\mathcal{U}$ に対し，物理量代数

$$\mathcal{A}(\mathcal{U}) = \overline{\bigcup_{\mathcal{O} \subset \mathcal{U}} \mathcal{A}(\mathcal{O})}^{\|\cdot\|} \tag{12}$$

上の状態を $\mathcal{U}$ に関する部分状態とよぶ [HK'64]。

最後の 1 種類は，操作（operation）でもある局所状態である。

局所状態（local state）　大域的物理量代数 $\mathcal{A}$ 上の単位的 CP 写像 T は，以下の条件をみたすとき，領域の包含対 $\Lambda = (\mathcal{O}_1^\Lambda, \mathcal{O}_2^\Lambda) \in \mathcal{K}_\Subset$ をもつ $\mathcal{A}$ 上の局所状態と呼ばれる [OOS'16, Wern'87]：

(1) すべての $A \in \mathcal{A}$ と $B \in \mathcal{A}((\mathcal{O}_2^\Lambda)')$ に対し，$T(AB) = T(A)B$.

(2) すべての $A \in \mathcal{A}(\mathcal{O}_1^\Lambda)$ に対し $T(A) = \varphi(A)1$ となる $\mathcal{A}(\mathcal{O}_1^\Lambda)$ 上の状態 φ が存在する。

$E_{\mathcal{A}}^L(\Lambda)$ で Λ をもつ $\mathcal{A}$ 上の局所状態の集合を表す。

7　量子場に対する測定

講演者が考える，一般の C*-代数的量子系にはない，量子場特有の事情は以下でまとめられる：

1. たとえ対称性が理論に課せられていても，測定は環境，特に測定装置の助けを借りて座標依存したかたちで実行される。局所量子物理学において，対称性に関する共変条件を局所ネットが満たしていても，部分状態もしくは局所状態で記述される測定状況が現実的であることを，このことは意味している。
2. 上の要請を満たす量子場に対する測定を記述するため，ある領域 $\mathcal{U}_1$ に関する部分状態（の複素線型結合）の中心部分空間から別の領域 $\mathcal{U}_2$ に関する部分状態の中心部分空間への遷移を記述する量子インストルメントを必要とする、
3. 有界領域 $\mathcal{O}\,(\subset \mathcal{U}_1 \cap \mathcal{U}_2)$ で系と測定装置と相互作用すると仮定する。このとき，「極限」$\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2 \to M$ をとることで，[OO'16] で与えられた局所測定を得る。

参考文献

[HK'64] R. Haag and D. Kastler, An algebraic approach to quantum field theory, J. Math. Phys. **5** (1964), 848–861.

[Fell'60] J.M.G. Fell, The dual spaces of C*-algebras, Trans. Am. Math. Soc. **94**, 365 (1960).

[Ok'21] K. Okamura, Towards a Measurement Theory for Off-Shell Quantum Fields, Symmetry **13** (2021), 1183. https://doi.org/10.3390/sym13071183

[Dixmier] J. Dixmier, *C*-Algebras*, (North-Holland, Amsterdam, 1977).

[Tak'79] M. Takesaki, *Theory of Operator Algebras I*, (Springer, Berlin, 1979).

[Emch] G.G. Emch, *Algebraic methods in statistical mechanics and quantum field theory*, (Wiley-Interscience, New York, 1972).

[DL'70] E.B. Davies and J.T. Lewis, An operational approach to quantum probability, Commun. Math. Phys. **17** (1970), 239–260.

[Ozawa'84] M. Ozawa, Quantum measuring processes of continuous obsevables, J. Math. Phys. **25** (1984), 79–87.

[OO'16] K. Okamura and M. Ozawa, Measurement theory in local quantum physics, J. Math. Phys. **57** (2016), 015209.

[Ozawa'04] M. Ozawa, Uncertainty relations for noise and disturbance in generalized quantum measurements, Ann. Phys. (N.Y.) **331** (2004), 350–416.

[ArakiQF] H. Araki, *Mathematical theory of quantum fields*, (Oxford UP, Oxford, 1999).

[HaagLQP] R. Haag, *Local quantum physics: Fields, Particles, Algebras*, 2nd ed., (Springer, Berlin, 1996).

[OOS'16] I. Ojima, K. Okamura and H. Saigo, Local state and sector theory in local quantum physics, Lett. Math. Phys. **106** (2016), 741–763.

[Wern'87] R.F. Werner, Local preparability of states and the split property in quantum field theory, Lett. Math. Phys. **13**, 325-329 (1987).