

# 応用の文脈を通して教える大学数学 (I): UCLA の微積分改革の紹介 \*

大阪公立大学・国際基幹教育機構<sup>†</sup> 川添 充

Mitsuru Kawazoe

Faculty of Liberal Arts, Sciences and Global Education,  
Osaka Metropolitan University

## §1. はじめに

アメリカの大学の生命科学系の数学教育で大きな改革の波が起こっている。アメリカの大学での微積分コースといえば、Stewart の「Calculus」([19]) に代表されるような工学等での応用を題材にした演習問題を満載した分厚い教科書が有名であり、日本よりも数学科以外の学生のニーズに配慮している印象があるが、それでも、微積分が STEM 分野に進もうとして入学してくる学生の前に「門番 (gate keeper)」として立ちはだかり、多くの学生が微積分のコースで挫折して STEM 分野に進むことを諦めてしまうという問題が以前から指摘されていた ([3], [6])。本稿で紹介するカリフォルニア大学ロサンゼルス校 (UCLA) での生命科学系向け微積分コースの改革は、従来の標準的な微積分コースが抱えていた問題を大きく改善し、最近ではハーバード大学などアメリカの他の大学に UCLA のコースが「移植」されるという広がりを見せている ([7])。UCLA の改革の特徴をかいつまんで述べると、生物学を含む生命科学の問題を題材とする数理モデリングを前面に出したストーリー展開で微積分を教える構成になっていること、数学的な知識を教える順序はそのストーリー展開に沿って再構成されていること、概念は最初はインフォーマルに導入され、直感的に意味を十分に掴ませてから数学的に厳密な定義が教えられるようになって

---

\* 本稿は、Earcome9 での講演 [10] の一部を元に、それをさらに発展させて大幅に加筆したものである。

<sup>†</sup> 〒536-8525 大阪市城東区森之宮 2 丁目 1 番 132 号

ていることである。本稿では、この UCLA の微積分改革の背景・経緯・内容を紹介する。

## §2. 改革の背景・経緯・効果

UCLA の生命科学系向けの微積分改革は Scientific American 掲載の記事 ([5]) や EdSurge の記事 ([13]) でその経緯も含めて簡単に紹介されているが、より詳しい内容が改革の当事者である Garfinkel らの報告 ([8]) に記載されている。本節では、文献 [8] に基づいて UCLA の改革の背景・経緯・効果を紹介する。

Garfinkel ら ([8]) によれば、改革の発端は、従来の微積分コース「生命科学のための微積分 (Math 3)」が学生のニーズに十分応えられていないのではないかと懸念が調査結果で裏付けられたことだったという。2013 年に実施された学生へのこの調査では、学生の 58.8 % が「このコースには生命科学からの例題が含まれていない」と回答し、83.7 % が「微積分シリーズを修了しても生物学への関心が高まらなかった」と回答している。さらにこれに加えて、最初の学期の微積分コースでの体験が STEM 分野からの離脱要因の一つになっており、また離脱者の大半が女性やマイノリティ学生であったことも重く受け止められた。これらのことから、改革の必要性を強く実感した UCLA 生命科学部門の執行部は、この現状を改善するために新しいコースの開発を決断することとなった。

新しいコースを開発するにあたって、UCLA の生命科学部門は三つの報告書 (声明・見解) を参考にしている。その三つとは、米国医学大学協会 (AAMC) とハワード・ヒューズ医学研究所 (HHMI) による「Scientific Foundations for Future Physicians」([2]), 米国科学振興協会 (AAAS) による「Vision and Change」([4]), 全米研究評議会 (NRC) による「Bio2010」([14]) である。これらは生物学的ダイナミクス (正負のフィードバックを備えた動的システムとして捉えられる) の重視という点で共通している。数学の手法そのものではなく、数学的手法がいかに生物学的ダイナミクスを解明するかに重点を置くことが重要とされ、そのモデルとしての微分方程式もオイラー法によるアプローチが提唱されている。新しいコース「生命科学者のための数学 (LS30)」([20], [21]) は、これらを参考に「modeling first」アプローチで設計された。すなわち、生物学的ダイナミクスの理解・説明のために数理モデリングが必要という文脈設定がなされ、そこに必要な数学の概念を学んでいくという形式で内容が構成されたのである。

この新しい数学コース (LS30) の内容については次節で詳しく扱うが、その前にこれがどれほどの効果を挙げているかについて紹介しておこう。文献 [8] には、新しいコース (LS30) の履修者のうち約 8 割の学生がコース受講後に数学的能力に対する自信が高まったと回答し、9 割を超える学生が生命科学のコースをもっと履修したいと回答したという

データが示されている。これに対して、従来の「生命科学のための微積分 (Math 3)」の履修者では、数学的能力に対する自己評価が受講前よりも受講後のほうが低くなっており、生物科学への関心が高まったと回答した学生も 15% 程度にとどまったというデータが示されている。さらに、この新しいコース (LS30) は数学以外の理系科目 (物理学や化学) の履修にもよい効果を与えている。その詳細は文献 [15] に載っているが、文献 [8] でもその結果が簡単にまとめられており、LS30 履修者は Math 3 履修者に比べて物理学や化学の成績がよい傾向があることが示されている。学習者が興味関心をもつトピックを中心にして学習の文脈を設定することがいかに重要かということを示しているといえよう。

### §3. 教科書「Modeling Life」から見える特徴

UCLA の「生命科学者のための数学 (LS30)」は専用の教科書が発行されている。ここでは、「Modeling Life」というタイトルのその教科書 [9] の中身について紹介しよう。

#### 「Modeling Life」の目次

「Modeling Life」が異色の教科書であることは目次を見るとわかる。「Modeling Life」の目次から 1 変数の微積分の内容に対応する第 3 章までの章・節タイトルを抜き出すと以下のようにになっている。

1. Modeling, Change, and Simulation
  - 1.1 Feedback
  - 1.2 Functions
  - 1.3 States and State Spaces
  - 1.4 Modeling Change
  - 1.5 Seeing Change Geometrically
  - 1.6 Trajectories
  - 1.7 Change and Behavior
2. Derivatives and Integrals
  - 2.1 What is  $X'$ ?
  - 2.2 Derivatives: Rates of Change
  - 2.3 Derivatives: A Geometric Interpretation
  - 2.4 Derivatives: Linear approximation
  - 2.5 The Derivative of a Function

- 2.6 Integration
- 2.7 Explicit Solutions to Differential Equations
- 3. Equilibrium Behavior
  - 3.1 What  $X'$  Is Zero?
  - 3.2 Equilibrium Points in One Dimension
  - 3.3 Equilibrium Points in Higher Dimensions
  - 3.4 Multiple Equilibria in Two Dimensions
  - 3.5 Basins of Attraction
  - 3.6 Bifurcations of Equilibria

教科書全体は7章構成であり、第3章の後は、振動（第4章）、カオス（第5章）、線形代数（第6章）、多変数システム（第7章）と続く。ここでは、第3章までの内容に絞って、1変数の微積分のコースがどのように再構成されたかを見ていくことにする。

## 具体的な内容

### 第1章（Modeling, Change, and Simulation）の内容

冒頭に実データから作成されたオオヤマネコとカンジキウサギの20年間の個体数の推移のグラフが掲げられている。二つのグラフの形は似ていて、増減を周期的に繰り返す、カンジキウサギのグラフにオオヤマネコのグラフが少し遅れて追従しているようすが見てとれる。これを導入として、捕食者・被捕食者の動的システム（サメ・マグロの例も紹介される）が正と負のフィードバックを含むシステムであること、このようなフィードバックシステムは生命科学の他の領域でも重要であること（人体の血液中でのインシュリンとグルコースの関係など）、このシステムの挙動を理解するためにはモデル化が必要であることが述べられる。ここでのモデルとは、数学を用いて作る**数理モデル**（mathematical model）のことである。

モデルの必要性が語られたのち、時間と個体数の関係のような一般に入力と出力の関係を表すためのものとして**関数**の概念（定義域と値域といった用語やさらには「 $f: X \rightarrow Y$ 」の読み方まで）が説明され、捕食者・被捕食者の数値の組をプロットして動きを見るための空間（状態空間と呼ばれる）として座標空間（ $\mathbb{R}^n$ ）が導入される。さらに、システムの状態の時間的変化を捉えるためのものとして単位時間あたりの変化率が導入される。この変化率はいわゆる平均変化率であり、この段階ではまだ微分は導入されないことには注目する必要がある。微分の定義は**意図的に後回し**にされているのである。しかし、この段

階で時間に依存して決まる変数  $X$  の変化率を表す記号として  $X'$  が導入される (1.4 節, p.24). これはのちに  $X = X(t)$  の  $t$  による微分として捉え直されることになるが, この時点では, 単位時間あたりの変化を表すものとしてインフォーマルな捉えのまま進む. たとえば, 動物の個体数の変動の例では, 個体数  $X$  に対して,

$$X' = \text{birth rate} - \text{death rate}$$

として意味が説明される. そして, さらにこの段階で, 繁殖や死亡率に関するいくつか仮定のもとで,  $\text{birth rate} = bX$ ,  $\text{death rate} = dX$  と表せることが説明され,  $X' = (b-d)X$  という方程式 (後で微分方程式と呼ばれることになるもの) が導かれる.

$X' = f(X)$  (2 変数の場合は  $X' = f(X, Y), Y' = g(X, Y)$ ) によってモデル化されるシステムで変数の値がどう動いていくかは,  $X$  (2 変数の場合は  $(X, Y)$ ) の状態空間 ( $X$  の場合は  $\mathbb{R}^1$ ,  $(X, Y)$  の場合は  $\mathbb{R}^2$ ) において,  $X'$  (2 変数の場合は  $(X', Y')$ ) を矢印で書き込む (状態空間  $\mathbb{R}^n$  の各点に  $(X'_1, \dots, X'_n) = (f_1(X_1, \dots, X_n), \dots, f_n(X_1, \dots, X_n))$  によって  $n$  次元ベクトルを対応させる) ことで視覚的に表されることが説明される (ベクトル場  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  の導入) (図 1).

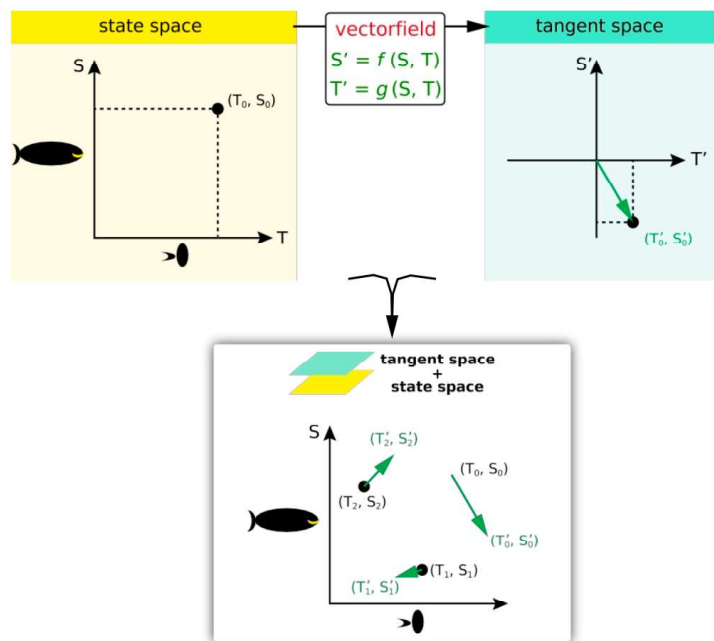


図 1 Garfinkel et al. (2022), Fig. 4 [8]

CC BY 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

そして, システムの各時点での状態 ( $\mathbb{R}^n$  の点として表される) を初期状態を表す点からスタートして矢印に沿って追うことで, 状態変化 (初期状態から始めた挙動) が状態空

間の中での軌跡  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  として視覚的に得られることが説明される。これは、微分方程式のオイラー法による解法の直感的説明になっている（図 2 右）。

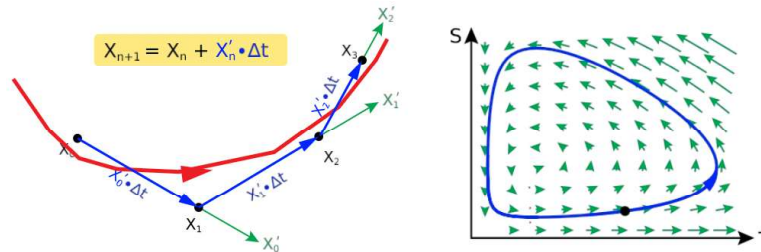


図 2 Garfinkel et al. (2022), Fig. 5 [8]

CC BY 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

合わせて、微分方程式でモデル化される現象の具体例が生命科学分野を中心に多数紹介される。この章の目的は、微分方程式によるモデル化をまずはインフォーマルに理解させること、微分方程式でモデル化される現象が生命科学やその他の分野に多数あることを理解させることであるように思われる。最終的にこの章では、**オイラー法**が、状態空間が 1 次元の場合にはあるが、初期状態  $X_0$  をスタートとして微小時間  $\Delta t$  ごとに

$$X'_i = f(X_i), \quad X_{i+1} = X_i + X'_i \Delta t = X_i + f(X_i) \Delta t$$

で逐次計算していくものとして説明される（図 2 左）。

## 第 2 章 (Derivatives and Integrals) の内容

「 $X'$  とは何か？」と題する節から始まり、章の大部分が微分 (derivative) の説明に当てられる。まず、前章のオイラー法の式から

$$X(t + \Delta t) \approx X(t) + X'(t) \Delta t$$

$$X'(t) \approx \frac{X(t + \Delta t) - X(t)}{\Delta t}$$

を導くことで  $X'$  が瞬間変化率として意味付けされ、速度と距離の問題において、瞬間の速度として極限の記号を用いた式

$$t_0 \text{ での瞬間速度} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{X(t_0 + \Delta t) - X(t_0)}{\Delta t}$$

で初めて記述される。自由落下運動における時間  $t$  と落下距離  $H(t)$  の関係の事例では極限を用いた  $H'(t)$  の計算方法も説明され、一般に、時間についての関数  $X(t)$  に対して「 $t_0$

における微分 (derivative) 」が

$$X'(t)|_{t_0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left. \frac{\Delta X}{\Delta t} \right|_{t_0}$$

として定義されるに至る (2.2 節, p.75). 微分できないことがあることもこの時点で注意される. さらに, 高度に対する気圧の変化を例として, 時間以外についての関数  $Y = f(X)$  に対しても微分の定義が拡張され, 通常の数学での定義に辿り着く (2.2 節, p.77).  $X'$  の記号が最初に登場するところ (1.4 節, p.24) から 50 ページ以上かけて微分の定義に辿り着く構成は非常に興味深い.

微分の内容はこの後 2.5 節まで続く. ライプニッツ流の記号  $\frac{dX}{dt}$  とニュートン流の記号  $X'(t)$  が説明され (2.2 節), 微分がグラフの接線の傾きであること (2.3 節), 1 次関数近似を与えること (2.4 節) の説明を経て, 数学的なまとめ (高階導関数含む) と計算のための公式の紹介 (2.5 節) で微分の内容を終える. なお, 微分不可能な関数の例が 2.4 節の最後に複数示されている.

積分に当てられているのは 2.6 節だけである. 関数の微分は簡単だが逆 (何かの微分になっている関数から元の関数を求めること) は難しいこと, 実際にそのような逆問題の例が現実存在すること (点滴速度の時系列データから投与量を求める問題など) が最初に述べられる. この逆問題もまたオイラー法からアプローチされる.  $X'(t)(= V(t))$  が既知で  $X(t)$  が未知のとき,

$$X(t) \approx X(0) + \sum_{k=0}^n V(k\Delta t)\Delta t$$

のようにして逐次計算で  $X(t)$  の近似値が求められることから,

$$X(t) = X(0) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n V(k\Delta t)\Delta t$$

となることが説明される ( $\Delta t \rightarrow 0$  のとき  $n \rightarrow \infty$ ). これにより, リーマン和による定積分の定義に自然につながるとともに, 微積分学の基本定理も点滴の問題を事例に,  $X(t + \Delta t) - X(t) \approx V(t)\Delta t$  を用いて説明される. 微分の節とは異なり, 積分については逆微分による具体的な定積分の計算は本文中では扱われない\*<sup>1</sup>. 積分の種々の公式も紹介されない. 節の最後では, 現実のデータはどんな関数で表せるか不明であり, またそれが原始関数が簡単に求まるような単純な関数でないことは事実であること, したがって微

---

\*<sup>1</sup> LS30 では, 基礎的な計算の扱いが少ないかわりに, コンピュータを用いたプログラミングを含む演習がついている.

小幅の長方形の和による近似計算が重要であることが強調されている．このためか，積分の具体的な計算は節末の演習問題で  $F(x) = \cos x - x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = x^4 + 1$  が扱われているのみで，後者二つは区分求積法による近似計算と合わせた演習となっている．

最後に 2.7 節で，微分方程式の厳密解について（それが求まるのは非常に稀な場合だがとの但し書き付きで）説明される．ただし，ここでは， $X' = rX$  の解が初期値  $X_0$  に対して  $X_0 e^{rt}$  となることに簡単に触れる程度にとどめられており，常微分方程式の基本的解法の習得は主眼とされていない．

### 第 3 章 (Equilibrium Behavior) の内容

普通の数学の教科書では「微分 = 0」や「微分 > 0」「微分 < 0」の意味付けは極大・極小問題を使って行われるが，「Modeling Life」では平衡点が使われる．微分方程式  $X' = f(X)$  でモデル化されるシステムの平衡点が  $X' = 0$  となる点であること，平衡点  $X_0$  の安定・不安定が  $f'(X_0)$  の符号でわかることなどが， $X' = rX(1 - \frac{X}{k})$  などのロジスティック方程式を用いて説明される（図 3）．

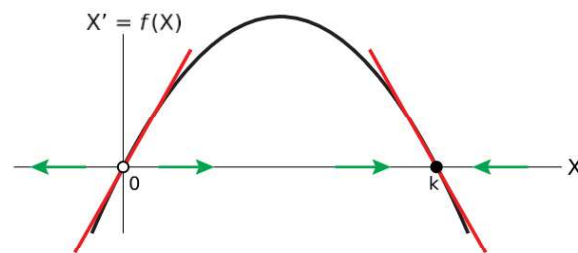


図 3 Garfinkel et al. (2022), Fig. 6 [8]  
CC BY 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

ロジスティック方程式を導くところから平衡点の解析を行うまでの一連の分析の流れも，タカとハトによる生存競争の問題を題材に丁寧に説明される．後半では，連立微分方程式を用いて，2次元のシステムの平衡点，さらには  $n$  次元のシステムの平衡点が扱われるとともに，モデルの係数を変化させたときの平衡点の変化（分岐）についても紹介される．

### 「Modeling Life」の特徴のまとめ

第 1～3 章から見てくる「Modeling Life」の特徴をまとめると以下のようなになる．

1. **応用から始まる構成:** 生命科学分野のトピックから始まり、その数理モデリングという文脈が中心に据えられている。
2. **モデリング・プロセスに沿った内容構成:** 数学の学習内容は、モデリング・プロセスの中で必要なものが、その必要性を認識してから学ばれるという順序で構成されている。
3. **応用トピックによる一貫したストーリー:** 生命科学分野での応用トピックが章全体や複数の章を貫く大きな学習のストーリーの核となっている。

Garfinkel らも [8] で「生物学的システムを単なる例としてではなく数学的概念を学ぶための核となる動機として用いている」点が通常の数学のコース (UCLA でいえば「生命科学のための微積分 (Math 3)」) との相違点だと述べている。

このように革新的なスタイルの「Modeling Life」であるが、第 4 章以降は、第 5 章までと第 6 章以降で筆致が異なる。第 5 章までは、第 4 章が振動現象、第 5 章がカオスをテーマとしており、第 3 章までと同様に生命科学分野での現象を中心にして展開する記述となっている。一方で、第 6 章以降は、第 6 章で線形代数、第 7 章で多変数関数の偏微分が扱われるが、生命科学分野の事例が使われるものの、まず数学の概念を説明してからその応用を扱う形式になっている。授業でこれらのトピックに触れる時間が少ないなどの理由でこうせざるを得なかったのか、この段階までくると従来型の授業展開でも受講生が十分ついてこれるという判断なのか不明であるが、Stewart の「Calculus」([19]) などの標準的な数学の教科書に近い「ふつう」の書きぶりになっている。

## §4. まとめ

本稿では、UCLA が微積分コースの改革として開発した生命科学系の学生向けの数学コース「生命科学者のための数学 (LS30)」について、その教科書である「Modeling Life [9]」の内容を中心に紹介した。このコースの特徴（標準的な数学コースとの相違点）は、数学的な知識を学んだ後に応用を学ぶのではなく、応用トピックを中心に据えてそのモデル化を扱いながら数学を学ぶデザインにある。O’Leary ら [15] はこのような特徴をもつコースを「文脈化された数学コース (contextualized math course)」と呼んでいる。

LS30 は生命科学系向けのコースであるが、そのコースデザインは他の分野の学生向けの数学教育改革の参考になるように思われる。LS30 のような授業を作るために必要なことは何だろうか。筆者の私見だが、次のことが必要になると思われる<sup>\*2</sup>。

---

<sup>\*2</sup> このことは 2025 年の Earcome9 での講演 [10] で筆者が指摘したことの繰り返しになる。

- I. コースのなるべく広い範囲で一貫して学習の文脈の核として使える応用トピックを見つける.
- II. そのような応用トピックを必要ならば複数組み合わせることでコース全体をカバーできるようにする.
- III. 各回の授業はモデリングを中心に展開するようにし、モデリングの中で数学の新しい概念に出会うようにする.

このうち三つめについては、日本でもモデリングを通して数学を学ぶというストーリー展開の教科書およびそれに基づいた授業はある ([12], [17] など). しかし, [12] や [17] では, 応用トピックは章ごと, あるいは節ごとに異なり, それぞれが独立している. LS30 (およびその教科書である「Modeling Life」) の革新性は最初の二つにあり, そしてここがもっともチャレンジングな部分であるといえる. UCLA のようなコース改革を他の分野 (工学系や文系など) や他の科目 (たとえば線形代数など) でもできるのか. これについては本稿に続く後編 ([11]) で報告する.

最後に, UCLA の改革について重要なことを補足しておきたい. それは, この改革が数学者 (あるいは数学教室) によって行われたのではないということである. UCLA の数学教室はこの改革に反対してコース開発の協力を拒んでおり, さらに, 数学だけでなく物理学や化学もこの改革に反対したという ([5]). そんな中で生命科学部門のスタッフたちだけで作り上げたのが「生命科学者のための数学 (LS30)」という授業であり, 「Modeling Life」という教科書なのである. 多くの数学者は, 数学は応用と切り離してできるだけ一般的に教えるのがよいという素朴な考えを持っているが, 数学科以外の学生に対してそのような教え方ではうまくいかないということはさまざまな研究が示している (e.g., [18, p.159]). 大学の数学教育の課題に関する報告書ではしばしば数学教員と工学系などの応用分野の教員との協働の必要性が指摘されるが (e.g., [1, p.7]), 中には, 数学者ではなく応用分野の研究者が開発し教える数学の授業が必要と指摘しているものまである ([16, p.29–30]). 数学者にとっては耳の痛い話であるが, 数学者 (とくに純粋数学を専門とする数学者) は数学部門のミッションとして担っている数学教育と自身の研究で向き合っている数学とを一旦切り離して, 応用分野の学生の数学教育に何が必要か, UCLA の事例に学ぶべきであろう.

## 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP23K22337 の助成を受けたものである.

## 参考文献

- [1] Alpers, B., Demlova, M., Fant, C.-H., Gustafsson, T., Lawson, D., Mustoe, L., Olsson-Lehtonen, B., Robinson, C., & Velichova, D. (Eds.) (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education*. Brussels,Belgium: SEFI.
- [2] American Association of Medical Colleges and Howard Hughes Medical Institute (2009). *Scientific foundations for future physicians*.
- [3] Bressoud, D., Mesa, V., & Rasmussen, C. (eds.) (2015). *Insights and Recommendations from the MAA National Study of College Calculus*. The MAA Notes Volume 84. MAA Press.
- [4] Brewer, C. A., Smith, D. (eds.) (2011). *Vision and change in undergraduate biology education*. <http://www.visionandchange.org/>.
- [5] Burdman, P. (2022). To keep students in STEM fields, Let’ s weed out the weed-out math classes, *Scientific American Space & Physics*, **5**(3). <https://doi.org/10.1038/scientificamerican062022-1dCKgIpH710uCwf2k6zRKd>
- [6] Burdman, P., Baker, M., & Henderson, F. (2021). *Charting a new course: Investigating barriers on the calculus pathway to STEM*. California Education Learning Lab. <https://calearninglab.org/wp-content/uploads/2021/12/Learning-Lab-Calculus-Report-Layout-ADA.pdf>
- [7] Czocher, J.A., Kelly, B. (2026). From Vision to Reality: How Five Universities Successfully Transformed Calculus for Life Sciences into Mathematics with Purpose. Joint Mathematics Meeting (JMM2026). <https://meetings.ams.org/math/jmm2026/meetingapp.cgi/Paper/58686>
- [8] Garfinkel, A., Bennoun, S., Deeds, E., & Van Valkenburgh, B. (2022). Teaching dynamics to biology undergraduates: the UCLA Experience. *Bulletin in Mathematical Biology*, **84**, article number 43. <https://doi.org/10.1007/s11538-022-00999-4>
- [9] Garfinkel, A., Shevtsov, J., & Guo, Y. (2017). *Modeling life: The mathematics of biological systems*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-59731-7>
- [10] Kawazoe, M. (2025). Teaching mathematics through applications: A case of mathematics education for non-STEM undergraduate students. In O. Kwon, B.

- Kaur, J. Pang, J. Noh, S. Lee, S. Han, S. Yeo, & M. Lim (Eds.), *Proceedings of the 9th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol. 1) (pp.223–242). Seoul National University, Siheung Campus, Korea: EARCOME9.
- [11] 川添充 (2026). 応用の文脈を通して教える大学数学 (II): 統計と接続する文系向け線形代数. 数理解析研究所講究録. 本巻に掲載.
- [12] 川添充・岡本真彦 (2021). 思考ツールとしての数学 第2版. 共立出版.
- [13] Mollenkamp, D. (2023, January 17). UCLA life sciences revamped how it teaches math. Is it an example others should follow? *Ed-Surge*. <https://www.edsurge.com/news/2023-01-17-ucla-life-sciences-revamped-how-it-teaches-math-is-it-an-example-others-should-follow>
- [14] National Research Council (2003). *BIO2010: Transforming undergraduate education for future research biologists*. National Academies Press, Washington, DC
- [15] O’Leary, E. S., Sayson, H. W., Shapiro, C., Garfinkel, A., Conley, W. J., Levis-Fitzgerald, M., Eagan, M. K., & Van Valkenburgh, B. (2021). Reimagining the introductory math curriculum for life sciences students. *CBE-Life Sci Edu*, **20**(4):p.ar62. <https://doi.org/10.1187/cbe.20-11-0252>
- [16] Olson, S., Riordan, D.G. (2012). *Engage to excel: producing one million additional college graduates with degrees in science, technology, engineering, and mathematics. Report to the President*. President’s Council of Advisors on Science and Technology, Washington, DC. <https://obamawhitehouse.archives.gov/sites/default/files/microsites/ostp/pcast-engage-to-excel-final.2-25-12.pdf>
- [17] 尾山大輔・安田洋祐 (2013). [改訂版] 経済学で出る数学. 日本評論社.
- [18] Sfard, A. (2014). Reflections on mathematical literacy. In M.N. Fried, & T. Dreyfus (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground* (pp.157-174). Springer-Verlag.
- [19] Stewart, J., Clegg, D. K., & Watson, S. (2021). *Calculus (9th ed.)*. Cengage Learning.
- [20] UCLA CEILS. Mathematics for Life Scientists (LS 30AB). <https://ceils.ucla.edu/mathematics-for-scientists/>
- [21] UCLA modeling class (2019). Mathematics for Life Sciences [Video]. <https://modelinginbiology.github.io/Videos/>