

# 早稲田大学の全学数学基盤教育

早稲田大学・グローバル・エデュケーション・センター\* 高木 悟

Satoru Takagi

Global Education Center,

Waseda University

## 1 はじめに

早稲田大学が 2007 年の創立 125 周年に中長期目標として掲げた「Waseda Next 125」の 1 つの柱に「教育の早稲田」があり、全学基盤教育を推進している。具体的には、早稲田大学を卒業する前に、「英語コミュニケーション力」「文章作成力」「数学的思考力」の 3 つの素養 (リテラシー) を身に付けさせることとし、当時早稲田大学独自の LMS (Learning Management System) によるフルオンデマンド講義<sup>1)</sup>として、必修ではないが全学部生に提供することとなった。その後、創立 150 周年に向けた「Waseda Vision 150」が策定され ([18]), この全学基盤教育は「データ科学」と「情報」を加えた 5 つの体制で現在も継続している。本稿では、筆者が担当している「数学的思考力」に関する全学数学基盤教育について紹介する。

## 2 数学の全学基盤教育のスタート

先述のような流れから、早稲田大学では 2008 年度後期から「数学的思考力」に関する科目「数学基礎プラス  $\alpha$  (金利編)」を開講することを決め、その授業設計から授業担当まですべてを担当する助教<sup>2)</sup>を 1 名公募し、筆者が採用された。筆者は 2008 年 4 月 1 日に

---

\* 〒169-8050 東京都新宿区西早稲田 1-6-1

1) 講義だけでなく、試験等も含め、すべて LMS によるオンデマンド形式で完結させる講義のこと。早稲田大学は 2020 年度に LMS を Moodle に変更した。

2) 早稲田大学では 2018 年度に職名変更し、当時の助教は 2018 年度以降の「講師 (任期付)」に相当する。

早稲田大学に着任し、同年 9 月から始まるフルオンデマンド講義を完成させるための準備をした。大学の方針で、この科目はクォーター (セメスターの半分) で開講することとなり、全 8 回 (1 回 90 分) で完結する内容だが、大まかな科目概要は前年度にすでに執行部が作成しており、まずはそれに沿う形で授業構成を考えた。

この数学の全学基盤教育は、すべての学生に (文系学生であっても) 将来必要となる数学的素養 (リテラシー) と論理的思考力を在学中に身に付けさせ、社会に送り出すことを使命としている。理系学生は専門基礎で数学を学ぶため、ここでは今まで数学を避けてきた文系学生を主な対象とし、高校数学の知識を前提としないでも理解できるようにする一方、高校数学だけでなく大学で学ぶ数学にも触れることを基本軸としている。なお、理系学生も受講は可能である。

執行部作成の科目概要では、指数や数列、数列の極限を解説しつつ、金利計算にこれらの数学がどのように使われているのかを学ばせるものであった。特に、実数の連続性や、瞬間的な複利である連続複利に現れるネイピア数について、その存在定理についても触れる内容になっていたが、高校数学の知識を前提としないところから始めて、全 8 回 (うち最終回は試験・振り返り) でそこまで到達するのは不可能であると判断した。そこで、筆者の提案で  $\alpha$  の上位クラス  $\beta$  も作り、 $\beta$  の最終目標を連続複利として、それぞれの科目で扱う内容を再検討した。

$\alpha$  では、数の概念 (自然数から整数、有理数、実数への拡張、ただし実数の連続性は公理とする)、指数、対数、数列とその単調性・有界性を扱うこととし、それらの金利への応用として、単利計算、複利計算、満期前の複利計算などを紹介することにした。 $\beta$  では、漸化式、数列の極限、ネイピア数とその存在定理を解説し、それらの金利への応用として、ローン計算、連続複利計算などを紹介することにした。また、将来的に、金利計算とは別の数学と応用例も扱いたいと考え、線形代数と線形計画法に関する科目新設も検討した。結果的に、2008 年度後期から半年ごとに 1 科目ずつ新設し、2010 年度前期の段階で「数学基礎プラス  $\alpha$  (金利編)」「数学基礎プラス  $\beta$  (金利編)」「数学基礎プラス  $\alpha$  (最適化編)」「数学基礎プラス  $\beta$  (最適化編)」の 4 科目を開講した (表 1)。

|                  | 金利・解析学系統               | 最適化・線形代数学系統             |
|------------------|------------------------|-------------------------|
| $\alpha$ (初級レベル) | 数学基礎プラス $\alpha$ (金利編) | 数学基礎プラス $\alpha$ (最適化編) |
| $\beta$ (中級レベル)  | 数学基礎プラス $\beta$ (金利編)  | 数学基礎プラス $\beta$ (最適化編)  |

表 1 2010 年度前期時点の開講科目一覧

フルオンデマンドという授業形態であっても、対面授業と同等以上の教育効果を目指し、特に以下の点を重視して授業設計を行った。

(1) 数学の実社会への応用例を積極的に紹介する。

身近なところに数学が使われていることを紹介することで興味を持たせ、数学が実社会でも有用であることを理解し、数学を勉強することのモチベーション維持を狙った。具体的には、指数ではねずみ講、対数では地震のマグニチュードや水素イオン指数、ネイピア数ではコーヒーの温度変化などについて、コーヒーブレイクという形で紹介した。

(2) 具体例から一般化する授業構成とする。

単に公式を教えて代入計算するのではなく、具体的な例から法則を見つけ、一般化させて公式 (定理) を作るような流れとした。この過程は、論理的思考力を養うのに適している。

(3) 授業専用の教科書を作成する。

このような独自の内容を教えるにあたり、最適な教科書が存在しないため、本授業専用の教科書を作ることにした。プリントを配布する形でもいいのではないかという意見もあったが、最終的には執行部と事務長にご了解いただき、科目ごとに教科書として作成し、ISBN 付きの一般書籍として発行することになった ([5], [8], [10], [11])。

(4) 板書を重視したビデオ講義とする。

スライドに数式が表示されていて、ただ説明するだけのビデオ講義は誰も見ないと考え、ビデオ講義であっても対面授業を受けているようにしたく、黒板 (白板) に書くスタイルにこだわった。当時は教室に自動収録システムがなかったため、撮影スタッフに依頼して、教室で収録をした。対面授業を意識し、黒板を消すシーンもカットしなかったが、この点については受講生から否定的な意見が多く出たため、数年後から編集してカットすることにした。

(5) フルオンデマンドでも対面で質問できる環境を整備する。

双方向性が重要であることと、そもそも数学が苦手な学生がメールなどで質問をすることはハードルが高い (数式をメールで入力できない面もある) ため、対面で質問を受け付けるブースを用意し、担当教員の他、数学専攻あるいは数学の得意な大学院生を TA (Teaching Assistant) として雇用してシフト制で対応した。なお、大学院生を TA として採用する際は、担当教員と面談し、対応能力があることを確認している。

(6) 理解度に応じた補助教材を用意する.

教科書やビデオ講義では丁寧に説明しているものの、理解に時間のかかる受講生は一定数いると判断し、それをフォローするための補助教材を作成した。これは LMS で実施する小テストの類題も含まれており、提出することで TA が添削してコメントを付して返却することとした。一方で、数学が出来る学生も受講すると想定し、当該単元に関連する難しい問題を用意した。これらは成績評価には加えない任意教材とした。

(7) 途中過程も評価する LMS 上の試験とする.

LMS で解答させる試験では、特に数学の場合は数式の入力が困難なため、選択式のものが多かったが、正しく理解しているかどうかを確認するため、解答の途中過程を穴埋め形式で出題し、当てはまる有理数を答えさせるようにした。整数でない有理数は、小数あるいは既約分数で入力することを明記し、その入力方法はガイダンス資料で明示することとした。LMS での解答に慣れない受講生も多いと思われ、解答練習用の問題も用意した。

(8) 学習しやすい授業スケジュールを設計する.

具体的なスケジュール (1 週間ごとに 1 単元) を本科目用の授業カレンダーとして作成し、受講生に公開した。指定された 1 週間のうち、受講生は各自の都合のよいタイミングで受講してよいこととした。ただし、科目登録 2 次で履修登録された場合はすでに授業が始まっているため、初回の授業のみ 2 週間受講できるようにした。

以上の取り組みは、2026 年度現在でもほぼ継続されており、現在の早稲田大学における全学数学基盤教育の特徴となっている。ビデオ講義の収録については、その後、教室に自動収録システムが設置されて収録が容易になったものの、残念ながら運用終了となったため、現在はオンライン会議システムの録画機能を用いて、電子ノートに電子ペンで書き込む形でビデオ講義を収録している。また、担当教員によってはスライドを用いているが、アニメーション機能により、数式がどのように変化していくのかが分かるよう工夫している。

### 3 担当教員・科目の変遷

筆者が着任した 2008 年度から助教 1 名体制が 3 年続いていたが、4 年目の 2011 年度にもう 1 名助教を採用していただいた。筆者は当時、最大 6 年任期の助教であり、専任に移行できる可能性は 0 であることが分かっていたので、他大学への教員公募に応募し、2012 年

4月に他大学に移籍した。移籍後しばらくは、業務引き継ぎもあるため非常勤教員としてかかわっていたが、筆者の後任が採用されたこと、2014年度に専任教員が採用されたこと、助教の人数が増えたこと、助手を採用したことなどから、筆者は徐々に手を引くことにした。なお、2013年度前期の時点で、以下の6科目を開講していた(表2)。

|                  | 金利・解析学系統                | 最適化・線形代数学系統               |
|------------------|-------------------------|---------------------------|
| $\alpha$ (初級レベル) | 数学基礎プラス $\alpha$ (金利編)  | 数学基礎プラス $\alpha$ (最適化編)   |
| $\beta$ (中級レベル)  | 数学基礎プラス $\beta$ (金利編)   | 数学基礎プラス $\beta$ (最適化編)    |
| $\gamma$ (上級レベル) | 数学基礎プラス $\gamma$ (解析学編) | 数学基礎プラス $\gamma$ (線形代数学編) |

表2 2013年度前期時点の開講科目一覧

その後2025年度までは、この6科目体制を継続することとなるが、ビデオ講義を作成した助教が退任するたびに撮り直しが発生した。内容を継続する場合もあるが、必要に応じて改訂もしていた。金利編については、筆者の助教退任後も、筆者の作成したカリキュラムのまま、数学の単元を学習してから後半に金利計算を学ぶ流れとしていたが、受講生から早く金利計算をやりたいという要望が多く、筆者の後任で採用された上江洲弘明氏(現在、金沢工業大学准教授)が2016年度に改訂し、最初の段階から金利計算を織り交ぜ、数学単元とともに学習していくカリキュラムを構築した。このカリキュラムは好評で、現在のカリキュラムのベースとなっている。筆者の作成したものとの違いについては、[3]に記事がある。

また、専任教員の曾布川拓也氏は、英語バージョンのニーズに応えるため、初級中級レベルの計4科目について、英語版のフルオンデマンド科目を新設した。英語版の教科書はないが、スライドを作り込み、英語のナレーションを入れて、工夫したビデオ講義を作成している。

2018年度に向けて大きな動きがあった。もう1名専任教員(テニュアトラック教員)を公募することとなり、筆者が応募して採用された。

2018年度に筆者が再び着任した。科目体制は上記表2のままであったが、専任教員が2名体制になったことで、内容をじっくりと見直し、専任教員がビデオ講義を作成することで、助教退任のたびに撮り直す作業が発生しないようにした。金利編については、上江洲氏が改訂したものをベースに、より数学が苦手な学生にも理解してもらえるよう工夫をして、2022年度に改訂した。教科書も $\alpha$ と $\beta$ を1つにまとめ、電子教科書も利用できるようにした([16])。最適化編については、これまでの改訂でより難しくなってしまったので、

最初の頃に戻すような改訂を曾布川氏とともにに行った ([14], [15]). 当初はもっと早く改訂作業が完了する予定であったが, 2020 年の新型コロナウイルスによる対応や, 早稲田大学の LMS 入れ替えに伴うコンテンツ移行作業, また, 1 コマ 100 分授業 (全 7 回) への移行もあり, それを踏まえた授業計画の再構築が必要となったため, 後ろ倒しした.

この頃には, 年間受講者数が 9 千人を超えるほどになっていた. 理系学生であっても, 数学の実社会への応用例を知りたいという学生が多く受講していた. 理系文系問わず, 数学が好きになった受講生からは, 他の数学科目を作してほしいという要望が多く出された. 執行部検討のもと, 結果的に, この数学基礎プラスシリーズとは別に, 講師 (任期付) の専門分野を生かした科目の新設が認められ, 群論, 整数論, 結び目理論に関するそれぞれの科目が新設された. また, これらに関する教科書も発行された ([2], [1]).

## 4 全学数学基盤教育の現在とこれから

金利と最適化の改訂が完了し, 初級中級の土台がしっかりしたことから, 上級の改訂をすることとなった. 具体的には, 2026 年度に向けて,  $\gamma$  (解析学編) を改訂し, さらにその上位科目となる  $\delta$  (解析学編) を新設することとした.  $\delta$  (解析学編) では 2 階線形微分方程式を扱う予定であったため, 従来の  $\gamma$  (解析学編) で扱っていなかった三角関数や逆三角関数も加えることとなった. また,  $\gamma$  (線形代数学編) については, 検討の結果, これを廃止し, 代わりに行列を使わないで行列式を扱う初級中級レベルのカリキュラムを構築し,  $\alpha$  (線形システム編) と  $\beta$  (線形システム編) を新設することとなった. 解析学編を筆者が, 線形システム編を曾布川氏が担当することとなり, 2026 年度春学期時点での数学基礎プラスシリーズは, 以下の 8 科目が開講されている (表 3).

| 数学基礎プラス           | 金利・解析学系統        | 最適化・線形代数学系統     |                    |
|-------------------|-----------------|-----------------|--------------------|
| $\alpha$ (初級レベル)  | $\alpha$ (金利編)  | $\alpha$ (最適化編) | $\alpha$ (線形システム編) |
| $\beta$ (中級レベル)   | $\beta$ (金利編)   | $\beta$ (最適化編)  | $\beta$ (線形システム編)  |
| $\gamma$ (上級レベル)  | $\gamma$ (解析学編) |                 |                    |
| $\delta$ (最上級レベル) | $\delta$ (解析学編) |                 |                    |

表 3 2026 年度春学期時点の開講科目一覧

数学基礎プラスとは別の科目については, 2026 年度春学期時点で以下の 3 科目が開講されているが (表 4), 2026 年度秋から「曲線の微分幾何学」が新設される.

| 科目名          | 分野           |
|--------------|--------------|
| 視覚的に捉える群論入門  | 代数学, 群論      |
| 素数の魅力と暗号理論   | 整数論, RSA 暗号  |
| 結び目で見える数学の世界 | 位相幾何学, 結び目理論 |

表 4 2026 年度春学期時点の数学基礎プラス以外の開講科目一覧

これらの科目は、講師（任期付）の専門分野を生かした科目であるが、彼らの退職後は筆者が引き継ぎ、授業プリントとビデオ講義を作り直して継続開講している。

受講者数については、2018 年度までは順調に伸びていたものの、2019 年度から理工 3 学部（基幹理工学部、創造理工学部、先進理工学部）が卒業算入単位に含めない扱いにしたことから減少した。さらに、新型コロナによるオンライン受講の疲れのみえた 2021 年度は年間 4 千人弱にまで減少したが、2025 年度は年間で 8,637 人、2026 年度は春学期だけで 5,116 人が受講していることから、受講者数は回復傾向にあり、全学基盤教育として定着してきていると考えられる。

一方で、生成 AI の活用が急速に広がり、フルオンデマンドの数学科目を受講する際の生成 AI 使用ルールをどのように定めるか、悩んでいる。最終試験のみ対面で実施する、卒業算入単位に含めない、成績評価のグレードを廃止して合格・不合格のみとする、なども考えているが、現時点（2026 年 6 月）ではまだ決まっていない。いろいろな方と意見交換をし、全学数学基盤教育としての役割を維持しつつ、より良い運営方法を模索していきたい。

## 参考文献

- [1] 遠藤直樹・高木悟, 群論への途, 共立出版, 2026.
- [2] 野口和範, 整数論体験入門, 共立出版, 2022.
- [3] 曾布川拓也, 書籍紹介「数学基礎プラス  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$  (金利編/解析学編)」, 早稲田大学数学教育学会誌, **33**(1), 65–66, 2015.
- [4] T. Sobukawa, S. Takagi and H. Uesu, Introduction to University Calculus for “Bunkei” Students in Waseda, *Higher Education in Russia*, **28**(2), 63–68, 2019.
- [5] 高木悟, 数学基礎プラス  $\alpha$  (金利編), 早稲田大学出版部, 2008.
- [6] 高木悟, 早稲田大学における数学の全学基盤教育, 早稲田大学数学教育学会誌, **26**(1), 31–33, 2008.

- [7] 高木悟, 早稲田大学における数学リテラシー教育, 数学教育学会誌臨時増刊 2009 年度春季年会発表論文集, 130–132, 2009.
- [8] 高木悟, 数学基礎プラス  $\alpha$  (最適化編) 2009, 早稲田大学出版部, 2009.
- [9] 高木悟, 早稲田大学の全学基盤教育の取り組み, 日本教育工学会第 25 回全国大会講演論文集, 707–708, 2009.
- [10] 高木悟, 数学基礎プラス  $\beta$  (金利編) 2009, 早稲田大学出版部, 2009.
- [11] 高木悟, 数学基礎プラス  $\beta$  (最適化編) 2010, 早稲田大学出版部, 2010.
- [12] 高木悟, 早稲田大学における ICT を活用した数学リテラシー教育の報告, 獨協大学情報センター 情報科学研究, (28), 73–79, 2011.
- [13] 高木悟・遠藤直樹, 早稲田大学の全学数学基盤教育「数学基礎プラス」シリーズ, 数理教育のロゴスとプラクシス 2020 年 2 月号, 31–34, 2020.
- [14] 高木悟・曾布川拓也, 線形の世界 ～ 線形代数学への入り口 ～, 共立出版, 2023.
- [15] 高木悟・曾布川拓也, 演習編 線形の世界 ～ 線形代数学への入り口 ～, 共立出版, 2023.
- [16] 高木悟・上江洲弘明, 金利の計算 ～ 解析学への入り口 ～, 共立出版, 2022.
- [17] 高木悟・上江洲弘明, 解析をまなぶ ～ 微分・積分から微分方程式へ ～, 共立出版, 2026.
- [18] 早稲田大学「Waseda Vision 150」, <https://www.waseda.jp/inst/vision150/> (最終閲覧日: 2026 年 6 月 30 日), 2025.

Global Education Center,  
Waseda University  
Tokyo 169-8050  
JAPAN  
E-mail: satoru@waseda.jp

早稲田大学・グローバル・エデュケーション・センター 高木 悟