

On the local Langlands correspondence for depth zero supercuspidal representations

東京大学大学院数理科学研究科 藤井天守

Amoru Fujii

Graduate School of Mathematical Sciences,
The University of Tokyo

概要

本稿では、随伴型単純群の一部に対して深度 0 超尖点表現の局所 Langlands 対応を構成した [Fuj25] の結果について概説する。また、本結果を一般の連結簡約群に拡張する方法について、筆者の近年の結果 [Fuj26] にも触れながら展望を述べる。

1 背景：局所 Langlands 対応の明示的構成

本稿の主目的は、[Fuj25] による深度 0 超尖点表現の局所 Langlands 対応の構成について概説することである。まず本結果の背景として、局所 Langlands 対応の明示的構成について簡単に紹介する。

F を p 進局所体、 G を F 上の連結簡約群とする。 $G(F)$ の既約（スムーズ）表現の同型類の集合を $\text{Irr}(G(F))$ とおく。局所 Langlands 対応とは、 $\text{Irr}(G(F))$ が **L パラメータ** という Galois 表現の類似によって自然にパラメータ付けできる、という予想であった。このような対応の構成についてはさまざまなアプローチが存在しているが、ここで紹介する「明示的構成」とは既約表現 $\pi \in \text{Irr}(G(F))$ の具体的な表示から対応する L パラメータを割り当てる、という方向の研究を指す。局所 Langlands 対応の明示的構成では各 π に良い表示を与える必要があるため、 $\text{Irr}(G(F))$ の分類理論が重要な役割を果たすことになる。

$\text{Irr}(G(F))$ の分類理論では、まず**尖点台写像**の存在が重要である：すなわち、任意の $\pi \in \text{Irr}(G(F))$ に対して、 G の Levi 部分群 L および $L(F)$ の超尖点表現 $\pi_L \in \text{Irr}(L(F))$ が存在し、 π は π_L の放物誘導の部分商に現れる。しかも、このような組 (L, π_L) の $G(F)$ 共役類は π から一意的に定まる。この事実により、 p 進簡約群の既約表現の分類は、超尖点表現の分類と放物誘導の分解に帰着できる。さらに、 p が G に対して十分大きい場合、 $G(F)$ の超尖点表現を明示的に与える **Yu の構成法** [Yu01] が知られている。この結果によると、 $G(F)$ の超尖点表現は G の捩れ Levi 部分群 L および $L(F)$ の**深度 0 超尖点表現**の組 (L, π_0) に適当な指標の情報を添加することで得られる。

実は、このようにより狭いクラスへ帰着していく様子は、L パラメータ側でも平行に観察できる。まず、尖点台写像については [AMS18] が L パラメータ側の類似を構成している。また、Yu の構成法については [Kal19] が示唆的である。これは、**正則超尖点表現**というクラスの局所 Langlands 対応を明示的に構成した結果である。この構成の基本的なアイデアは、まず深度 0 の正則超尖点表現の局所 Langlands 対応を構成し、それを任意の正則超尖点表現の対応に持ち上げる、というものである。 $\text{Irr}(G(F))$ 側の持ち上げとしては Yu の構成法が使われているから、L パラメータ側での持ち上げの方法が Yu の構成法の対応物と見做せる。

以上のことから、局所 Langlands 対応の明示的構成を考える上では、深度 0 超尖点表現というクラスが根本的な役割を果たす。[Fuj25] はいくつかの場合の G に対してこのクラスの局所 Langlands 対応を実現した、という結果である。その基本的なアイデアは [Kal19] (あるいはその先行研究である [DR09]) の拡張である。これはより広い連結簡約群への適用が期待できるが、現状ではいくつかの技術的困難がある。[Fuj26] はそのうち一つを解決するものである。

2 深度 0 超尖点表現の局所 Langlands 対応

主結果の解説の前に、局所 Langlands 対応の詳細な主張について触れる必要がある。ここでは、**純内部捻り**を用いた定式化を説明する。引き続き F を p 進局所体とし、 F の絶対 Galois 群を Γ_F と書く。また、 G^* を F 上の準分裂な連結簡約群とする。

定義 2.1. G^* の**純内部捻り** (ξ, G, z) とは、内部捻り $\xi: G^* \rightarrow G$ と $z \in Z^1(F, G^*)$ の組であって、 $\xi^{-1}\sigma(\xi) = \text{Ad}(z(\sigma))$, $\sigma \in \Gamma_F$ が成り立つものである。

注意 2.2. G^* の純内部捻りの同型類は $H^1(F, G^*)$ と一対一に対応する。一般に $H^1(F, G^*) \rightarrow H^1(F, G_{\text{ad}}^*)$ は全射でないから、純内部捻りの構造を持つことのできない内部捻りも存在する場合がある。これを解消するには、[Kal16] による**リジッド内部捻り**の理論が必要である。

(G, ξ, z) を G^* の純内部捻りとし、これに関する局所 Langlands 対応の主張を述べる。まず、 G の L パラメータとは適当な条件を満たす群準同型

$$\phi: W_F \times \text{SL}_2(\mathbb{C}) \rightarrow {}^L G := \widehat{G} \rtimes W_F$$

であった、ただし $W_F \subset \Gamma_F$ は F の Weil 群、 $\widehat{G}$ は G の Langlands 双対群である。これに対して、

$$\mathcal{S}_\phi := \pi_0 Z_{\widehat{G}}(\phi)$$

とおく。さて、Tate–Nakayama 双対より完全ペアリング

$$H^1(F, G^*) \times \pi_0(Z(\widehat{G})^{\Gamma_F}) \rightarrow \mathbb{C}^\times$$

があるから、特に純内部捻りの同型類 $[z] \in H^1(F, G^*)$ は $\pi_0(Z(\widehat{G})^{\Gamma_F})$ の指標 $\zeta_{[z]}$ を定める。 $Z(\widehat{G})^{\Gamma_F} \subset Z_{\widehat{G}}(\phi)$ は中心的部分群であるから、 $\pi_0 Z(\widehat{G})^{\Gamma_F} \rightarrow \mathcal{S}_\phi$ の像も中心的である。 L パラメータ ϕ の $[z]$ に関連する**エンハンスメント**とは、既約表現 $\rho \in \text{Irr}(\mathcal{S}_\phi)$ であって中心指標の $\pi_0 Z(\widehat{G})^{\Gamma_F}$ への制限が $\zeta_{[z]}$ と一致するものである。また、このとき (ϕ, ρ) を $[z]$ に関連する**エンハンスド L パラメータ**と呼ぶ。 $[z]$ に関連するエンハンスド L パラメータの $\widehat{G}$ 共役類全体のなす集合を $\Phi_e(G; [z])$ と書く。

予想 2.3 (純内部捻りの局所 Langlands 対応). G^* の純内部捻り (G, ξ, z) に対して、(G^* の Whittaker データの選び方に依じて) 自然な全単射

$$\text{Irr}(G(F)) \xrightarrow{\sim} \Phi_e(G^*; [z])$$

が存在してさまざまな条件を満たす。

次に、深度 0 超尖点表現の定義を述べる。 p 進連結簡約群 G が与えられるごとに、 G の (被約) **Bruhat–Tits 建物**と呼ばれる位相空間 $\mathcal{B}(G)$ が定まるのだった。これは単体複体の直積として表され、さらに $G(F)$ の作用を持つ。各頂点 $x \in \mathcal{B}(G)$ に対して、その安定化群 $G(F)_x$ は $G(F)$ の極大な

コンパクト開部分群になる。また、自然な正規部分群 $G(F)_{x,0+} \subset G(F)_{x,0}$ を持ち、剰余体 k のある簡約群 $\tilde{G}_x$ （およびその単位連結成分 G_x ）が存在して

$$G(F)_x/G(F)_{x,0+} \cong \tilde{G}_x(k), \quad G(F)_{x,0}/G(F)_{x,0+} \cong G_x(k)$$

が成り立つ。既約表現 $\sigma \in \text{Irr}(\tilde{G}_x(k))$ が尖点的であるとき、およびそのときに限り

$$\pi = \text{c-Ind}_{G(F)_x}^{G(F)} \sigma \quad (*)$$

は $G(F)$ の既約表現になる。しかもこのとき π は超尖点表現になる。このようにして得られる $G(F)$ の既約表現を**深度 0 超尖点表現**と呼び、これらのなす $\text{Irr}(G(F))$ の部分集合を $\text{Irr}(G(F))_{0,\text{cusp}}$ と表す。各 $\pi \in \text{Irr}(G(F))_{0,\text{cusp}}$ に対して、(*) となるような (x, σ) は $G(F)$ 共役を除いて一意的に定まる。

最後に、深度 0 超尖点表現に対応するエンハンスド L パラメータについて簡単に触れる。一般に L パラメータ ϕ が**深度 0** であるとは、暴分岐群 $P_F \subset W_F$ への制限 $\phi|_{P_F}$ が ($\hat{G}$ 共役のもとで) 自明になることである。また、[AMS18, Definition 6.9] によってエンハンスド L パラメータの**尖点性**が定義された^{*1}。これら 2 つを合わせることで、**深度 0 尖点的エンハンスド L パラメータ**のなす部分集合 $\Phi_e(G^*; [z])_{0,\text{cusp}} \subset \Phi_e(G^*; [z])$ が定義できる。

3 主定理

以上の準備のもとで、[Fuj25] の主定理を述べる。 G^* は随伴型かつ不分岐であると仮定する。特にこのとき、純内部捻りを内部捻りと区別する必要はなくなるから、 $\Phi_e(G^*; [z])$ を単に $\Phi_e(G)$ と書くことにする。

定理 3.1 ([Fuj25, Theorem 1.1]). G を G^* の内部形式とする。このとき、(いくつかの choice のもとで) 全射

$$\text{LLC}_G: \Phi_e(G)_{0,\text{cusp}} \rightarrow \text{Irr}(G(F))_{0,\text{cusp}}$$

が構成できる。しかも、これは以下の場合に全単射になる^{*2}：

- G が A, E_6, E_8, F_4, G_2 型の場合、
- G が 3D_4 の内部形式の場合、
- G が分裂的な C, E_7 型の場合、
- $p > 2$ かつ G が B 型の場合、
- $p > 2$ かつ G が準分裂な ${}^2D_{2n}, D_{2n+1}$ 型の場合。

定理 3.1 の写像 LLC_G が期待される局所 Langlands 対応であることの傍証として、次に説明するような良い性質を満たすことも示した： $\psi: F \rightarrow \mathbb{C}^\times$ を非自明な加法的指標とする。[HII08, p. 285] によると、 ψ から $G(F)$ の Haar 測度を一つ指定することができる。特に、超尖点表現（より一般に、本質的二乗可積分表現） $\pi \in \text{Irr}(G(F))$ に対して**形式次数** $\text{fdeg}_\psi(\pi) \in \mathbb{R}_{>0}$ を定めることができる。いっぽう L パラメータ $\phi: W_F \times \text{SL}_2(\mathbb{C}) \rightarrow {}^L G$ に対して、局所因子の一種である**随伴 γ 因子** $\gamma(s, \phi, \text{Ad}, \psi)$ が定義でき、 ϕ が尖点的なエンハンスメントを持つ場合（より一般に、楕円的な場合）には、これは $s = 0$ で正則かつ非零になる ([HII08, Lemma 1.2])。

^{*1} これは、L パラメータの**超尖点性**とは異なる；例えば、超尖点 L パラメータは $\text{SL}_2(\mathbb{C})$ の像が自明でなければならないが、尖点的エンハンスド L パラメータの場合はそうとは限らない。ただし、L パラメータが超尖点であることはどのようなエンハンスメントを選んでも尖点的になることと同値である。

^{*2} 実際には任意の場合に全単射になることが期待される。今回の制限はあくまで技術的困難によるものである。

定理 3.2 ([Fuj25, Theorem 1.2]). 定理 3.1 における LLC_G が全単射であると仮定する. このとき, これは**形式次数予想** ([HII08, Conjecture 1.4]) を満たす. すなわち, $\pi \in \text{Irr}(G(F))_{0,\text{cusp}}$ が $[\phi, \rho] \in \Phi_e(G)_{0,\text{cusp}}$ に対応するとき,

$$\text{fdeg}_\psi(\pi) = \frac{\dim \rho}{|\mathcal{S}_\phi|} |\gamma(0, \phi, \text{Ad}, \psi)|$$

が成り立つ.

4 証明のアイデア

さて, 定理 3.1, 3.2 の証明のアイデアを概説する. そのために, アイデアのもとになった [DR09] の手法について簡単に述べる. 彼らが扱っている**深度 0 正則超尖点表現**に対応する L パラメータは, 深度 0 超尖点 L パラメータ $\phi: W_F \rightarrow {}^L G$ であって $\hat{T} = Z_{\hat{G}}(\phi|_{I_F}) \subset \hat{G}$ が極大トーラスになるようなものだった ($I_F \subset \Gamma_F$ は惰性群). この場合, $\hat{T}$ への適当な Galois 作用および自然な埋め込み ${}^L T: \hat{T} \rtimes W_F \hookrightarrow {}^L G$ が得られ, ϕ はこの埋め込みを経由する. すなわち, T の L パラメータ $\phi_T: W_F \rightarrow {}^L T$ が得られ, トーラスの局所 Langlands 対応を通して深度 0 の指標 $\theta = \theta_\phi: T(F) \rightarrow \mathbb{C}^\times$ が誘導される. ここで, ϕ のエンハンスメント ρ は G^* の (純) 内部形式 (G, ξ, z) を指定するだけでなく, T の G への埋め込み $T \hookrightarrow G$ まで誘導する. この埋め込みは $\mathcal{B}(G)$ の頂点 x を一つ定め, 埋め込み $T(F) \hookrightarrow G(F)$ は $G(F)_x$ を経由する. 有限簡約群の表現論における Deligne–Lusztig 理論によると, $\theta|_{T(F)_0}$, $T(F)_0 := T(F) \cap G(F)_{x,0}$ は $G_x(k)$ の尖点的な既約表現 (**正則尖点表現**) を定めるが, これを (θ に応じて) $\sigma_\theta \in \text{Irr}(\tilde{G}_x(k))_{\text{cusp}}$ に延長することができる. $\pi = \text{c-Ind}_{G(F)_x}^{G(F)} \sigma_\theta$ とおけば, 尖点的エンハンスド L パラメータ (ϕ, ρ) から $G(F)$ の深度 0 超尖点表現が定まったことになる.

以上をもとに, まず定理 3.1 の証明について述べる. 一般の深度 0 尖点的エンハンスド L パラメータ (ϕ, ρ) に対して, $\hat{H} = Z_{\hat{G}}(\phi|_{I_F})$ はトーラスとは限らない. しかし, G を随伴型と仮定していることと, $\phi|_{I_F}$ が副巡回群 $I_F/P_F \cong \varprojlim_{(n,p)=1} \mu_n(\bar{k})$ を経由していることを合わせると, $\hat{H}$ は連結簡約群であることが従う. さらに $\hat{H}$ には Γ_F も作用し, ϕ を分解するような埋め込み ${}^L H \hookrightarrow {}^L G$ も取ることができる (ただし, [DR09] の場合と異なり自然な埋め込みが取れるとは限らない). このようにして $\hat{H}$ の尖点的エンハンスド L パラメータ $[\phi_H, \rho] \in \Phi_e(H^*; [z_H])$ を得ることができる, ただし $[z_H] \in H^1(F, H^*)$ は ρ が定める準分裂簡約群 H^* の純内部形式の同型類. ここで, 構成より $\phi_H|_{I_F} \subset Z(\hat{H})$ となるから, 適当な指標のツイスト $\phi'_H = \chi \cdot \phi_H$, $\chi: H^*(F) \rightarrow \mathbb{C}^\times$ によって $\phi'_H|_{I_F}$ を自明にできる. このような L パラメータを**冪単**と呼ぶ. いっぽう $\text{Irr}(G(F))$ 側では, まず Deligne–Lusztig 理論によって有限簡約群 G の**冪単表現**というクラス $\text{Irr}(G(k))_{\text{unip}} \subset \text{Irr}(G(k))$ が定まる. 深度 0 超尖点表現が有限簡約群の尖点表現から得られることに注意すると, p 進簡約群の既約表現としても**冪単超尖点表現**というクラスが定義できる. [FOS20] は不分岐な連結簡約群の内部形式に対して冪単超尖点表現の局所 Langlands 対応を実現した. 特に, (H, ξ, z_H) を H^* の純内部形式とすると, $[\phi'_H, \rho]$ は $H(F)$ の冪単超尖点表現 π_H を定める. [DR09] の場合と同様に, $[z_H] \in H^1(F, H^*)$ を用いて Bruhat–Tits 建物 $\mathcal{B}(H)$ および $\mathcal{B}(G)$ を結びつけることができ, 特に $\mathcal{B}(H)$ の頂点を $\mathcal{B}(G)$ の頂点とみなすこともできる. $x \in \mathcal{B}(H)$, $\tilde{\sigma}_H \in \text{Irr}(\tilde{H}_x(k))_{\text{unip}, \text{cusp}}$ を $\pi_H = \text{c-Ind}_{H(F)_x}^{H(F)} \tilde{\sigma}_H$ となるように取ると, Deligne–Lusztig 理論における**既約指標の Jordan 分解**という結果を用いて $\tilde{\sigma}_H$ から $\sigma \in \text{Irr}(G_x(k))$ を定めることができる. より精密には, 適切な部分群 $H_x \subset \exists H'_x \subset \tilde{H}_x$ が取れ, $\sigma'_H := \tilde{\sigma}_H|_{H'_x(k)}$ から σ が定まる. 個数の比較によって, 少なくとも全射

$$\{\tilde{\sigma}_H \in \text{Irr}(\tilde{H}_x(k)) \mid \sigma'_H = \tilde{\sigma}_H|_{H'_x(F)}\} \twoheadrightarrow \{\tilde{\sigma} \in \text{Irr}(\tilde{G}_x(k)) \mid \sigma \subset \tilde{\sigma}|_{G_x(k)}\} \quad (**)$$

が存在することがわかる．これによる $\tilde{\sigma}_H$ の像を $\tilde{\sigma}$ とおき， $\pi = \text{c-Ind}_{G(F)_x}^{G(F)} \tilde{\sigma}$ と定めるとこれは深度 0 超尖点表現である．このようにして， G の深度 0 尖点的エンハンスド L パラメータから $G(F)$ の深度 0 超尖点表現を得ることができる．この対応が単射であることを確かめるには，既約指標の Jordan 分解を不連結な簡約群 $\tilde{G}_x$ に持ち上げる部分で精密な議論が必要であるが，定理 3.1 で挙げた場合についてはケースバイケースで確認することができる．

定理 3.2 については，[FOS20] による局所 Langlands 対応が形式次数予想を満たすことを用いる．すなわち，上記の記号を用いると

$$\text{fdeg}_\psi(\pi_H) = \frac{\dim \rho}{|\mathcal{S}_\phi|} |\gamma(0, \phi_H, \text{Ad}, \psi)|$$

は成り立っている ($\mathcal{S}_\phi = \mathcal{S}_{\phi_H} = \mathcal{S}_{\phi'_H}$ および $\gamma(s, \phi_H, \text{Ad}, \psi) = \gamma(s, \phi'_H, \text{Ad}, \psi)$ に注意)．よって，

$$\frac{\text{fdeg}_\psi \pi}{\text{fdeg}_\psi \pi_H} = \frac{|\gamma(0, \phi, \text{Ad}, \psi)|}{|\gamma(0, \phi_H, \text{Ad}, \psi)|}$$

を証明すれば十分である．右辺については，随伴 γ 因子の定義から計算することで，

$$\frac{|\gamma(0, \phi, \text{Ad}, \psi)|}{|\gamma(0, \phi_H, \text{Ad}, \psi)|} = \frac{\epsilon(0, (\text{Ad} \circ \phi)^{\text{ss}}, \psi)}{\epsilon(0, (\text{Ad} \circ \phi_H)^{\text{ss}}, \psi)}$$

となる，ただし ϵ は ϵ 因子であり， $(-)^{\text{ss}}$ は半単純化である．このような Weil 群の表現の ϵ 因子は Artin 導手から計算できる． $((\text{Ad} \circ \phi_H)^{\text{ss}}, \text{Lie } \hat{H})$ は定義から不分岐であるから Artin 導手は 0 になる．また， $((\text{Ad} \circ \phi)^{\text{ss}}, \text{Lie } \hat{G})$ については， $(\text{Lie } \hat{G})^{I_F} = \text{Lie } \hat{H}$ であることに注意すると Artin 導手は $\dim \hat{G} - \dim \hat{H} = \dim G - \dim H$ となる．これより，

$$\frac{|\gamma(0, \phi, \text{Ad}, \psi)|}{|\gamma(0, \phi_H, \text{Ad}, \psi)|} = q^{(\dim G - \dim H)/2}$$

となる，ただし $q = \#k$ である．いっぽう，形式次数については

$$\begin{aligned} \frac{\text{fdeg } \pi}{\text{fdeg } \pi_H} &= \frac{\dim \tilde{\sigma} / \text{vol}(G(F)_x)}{\dim \tilde{\sigma}_H / \text{vol}(H(F)_x)} \\ &= q^{(\dim G - \dim H)/2} \cdot \frac{|\tilde{G}_x(k)| / |\mathbf{G}_x(k)|_p}{|\tilde{H}_x(k)| / |\mathbf{H}'_x(k)|_p} \cdot \frac{\dim \tilde{\sigma}}{\dim \sigma'_H} \end{aligned}$$

と計算できる，ただし $|\cdot|_p$ は群の位数の p べき部分である．さらに既約指標の Jordan 分解の性質から，

$$\frac{\dim \sigma}{\dim \sigma'_H} = \frac{|\mathbf{G}_x(k)| / |\mathbf{G}_x(k)|_p}{|\mathbf{H}'_x(k)| / |\mathbf{H}'_x(k)|_p}$$

が成り立つ．これより，形式次数予想が成立する必要十分条件は

$$\frac{\dim \tilde{\sigma}}{\dim \sigma} = \frac{|\tilde{G}_x(k) / \mathbf{G}_x(k)|}{|\tilde{H}_x(k) / \mathbf{H}'_x(k)|}$$

となる．実は，これは (**) の単射性と同値になる．したがって， LLC_G が全単射ならば形式次数予想が成立することがわかる．

5 展望：より一般の連結簡約群について

[Fuj25] における構成のアイデアは，簡潔に言えば埋め込み $\hat{H} = Z_{\hat{G}}(\phi|_{I_F}) \subset \hat{G}$ に関する Langlands 関手性を既約指標の Jordan 分解によって実現する，というものであった．これを一般の連結簡約群に拡張する場合，大きく以下の二点が問題となる：

- (1) 一般の設定では $\widehat{H} = Z_{\widehat{G}}(\phi|_{I_F})$ は連結とは限らない。
 (2) 既約指標の Jordan 分解を不連結な簡約群に伸ばす一般的な方法が見つかっていない。

(1) については, [DR09] および [Kal19] の拡張である [Kal21] が示唆的である. ここでは, [DR09] で扱ったような L パラメータよりも広く, 超尖点 L パラメータ $\phi: W_F \rightarrow {}^L G$ であって $Z_{\widehat{G}}(\phi|_{I_F})^\circ$ がトーラスになる場合を扱っている. このとき, トーラスの指標を用いて $G(F)$ の超尖点表現を得るというアイデアは共通しているが, そのままではいくつかの超尖点表現の直和しか得られない. この問題を解消するために, Kaletha は [Kal22] で確立した「不連結トーラスの局所 Langlands 対応」を用いている. つまり, トーラス $Z_{\widehat{G}}(\phi|_{I_F})^\circ$ に関する局所 Langlands 対応を精緻化し, $Z_{\widehat{G}}(\phi|_{I_F})$ 自体の局所 Langlands 対応を考えることで, 各エンハンスド L パラメータにちょうど一つの $G(F)$ の超尖点表現を割り当てることに成功している. [Fuj26] はこの手法の拡張を念頭に置いたもので, 本質的冪単超尖点表現 (すなわち冪単超尖点表現の指標によるツイスト) に関する局所 Langlands 対応を不連結簡約群に対して実現している.

(2) について, 既約指標の Jordan 分解は [Lus88] によって一般の連結な有限簡約群に対して証明されたが, この段階ではまだ対応の自然な特徴づけが存在しなかった. ついで [DM90] によって, 中心が連結な場合の特徴づけが与えられたが, 一般の場合には未解決であった. 近年, [LY20] によって一般の場合に圏論的な手法で Jordan 分解を自然に構成する方法が与えられた. これを用いた不連結簡約群の Jordan 分解の構成も試みられているが, さまざまな拡大 $1 \rightarrow G \rightarrow \widetilde{G} \rightarrow \pi_0(\widetilde{G}) \rightarrow 1$ を統一的に扱うためには繊細な議論が必要であり, [Kal21] の一般化を実現するほどの結果はまだ得られていない.

謝辞

この度, RIMS 共同研究 (公開型) 「保型形式, 保型表現, L 関数の研究」にて講演の機会を与えてくださったオーガナイザーの軍司圭一先生, 武田秀一郎先生に感謝いたします.

参考文献

- [AMS18] A.-M. Aubert, A. Moussaoui, and M. Solleveld, *Generalizations of the Springer correspondence and cuspidal Langlands parameters*, Manuscripta Math. **157** (2018), no. 1-2, 121–192.
- [DM90] F. Digne and J. Michel, *On Lusztig’s parametrization of characters of finite groups of Lie type*, Astérisque (1990), no. 181-182, 6, 113–156.
- [DR09] S. DeBacker and M. Reeder, *Depth-zero supercuspidal L -packets and their stability*, Ann. of Math. (2) **169** (2009), no. 3, 795–901.
- [FOS20] Y. Feng, E. Opdam, and M. Solleveld, *Supercuspidal unipotent representations: L -packets and formal degrees*, J. Éc. polytech. Math. **7** (2020), 1133–1193.
- [Fuj25] A. Fujii, *Parametrization of supercuspidal representations of depth zero for some simple adjoint groups*, 2025, Preprint: arXiv:2504.17225 [math.RT].
- [Fuj26] ———, *The local langlands correspondence of essentially unipotent supercuspidal representations for disconnected reductive groups*, 2026, Preprint: arXiv:2604.25198 [math.RT].
- [HII08] K. Hiraga, A. Ichino, and T. Ikeda, *Formal degrees and adjoint γ -factors*, J. Amer. Math. Soc. **21** (2008), no. 1, 283–304.

- [Kal16] T. Kaletha, *Rigid inner forms of real and p -adic groups*, Ann. of Math. (2) **184** (2016), no. 2, 559–632.
- [Kal19] ———, *Regular supercuspidal representations*, J. Amer. Math. Soc. **32** (2019), no. 4, 1071–1170.
- [Kal21] ———, *Supercuspidal L -packets*, 2021, Preprint: arXiv:1912.03274 [math.RT].
- [Kal22] ———, *On the local Langlands conjectures for disconnected groups*, 2022, Preprint: arXiv:2210.02519 [math.RT].
- [Lus88] G. Lusztig, *On the representations of reductive groups with disconnected centre*, Astérisque (1988), no. 168, 10, 157–166.
- [LY20] G. Lusztig and Z. Yun, *Endoscopy for Hecke categories, character sheaves and representations*, Forum Math. Pi **8** (2020), e12, 93.
- [Yu01] J.-K. Yu, *Construction of tame supercuspidal representations*, J. Amer. Math. Soc. **14** (2001), no. 3, 579–622.