

小 沢 登 高 (OZAWA Narutaka)

A. 研究概要

離散群の完全性について研究した。離散群が完全であるとは、その既約 C^* 群環がテンソル積に関して C^* 環の短完全列を保つことをいう。完全群のクラスは部分群、拡大、融合積などの (商群を取る以外の) 自然な操作に閉じていることが知られていたが、任意の群が完全であるかどうかは未解決であった。私は完全性がコンパクト空間への従順な作用の存在と同値である事を示した。このことから有限生成完全離散群はヒルベルト空間への一様な埋め込みを持つことが示される。従って、ごく最近グロモフが発見したと主張するヒルベルト空間への一様な埋め込みを持たない群は完全でないことが分かる。さらに、増大図の解析をすることによりこの群が係数付きバウム・コンヌ予想に対する反例となっていることも調べた。

また、バナッハ空間論における抽象的 L_p 空間論を作用素空間に移植するプログラムに参加していくつかの基本的な結果を得た。特に、Ng と共同で任意の可分抽象的非可換 L_1 空間が実際に非可換 L_1 空間として実現されること、単独で L_1 空間の埋め込みに関する Dor の定理の作用素空間版、Junge、Ruan と共同で任意の核型 C^* 環が抽象的 L_∞ 空間であることなどを示した。

I studied on exactness for discrete groups. A discrete group is called exact if taking tensor product with its reduced group C^* -algebra preserves short exact sequences of C^* -algebras. It was not known if there is a group which is not exact. I found that exactness for a discrete group is equivalent to existence of an amenable action on some compact space. This implies every finitely generated discrete group with its length metric is uniformly embeddable into a Hilbert space and a fortiori non-uniformly embeddable groups, of which Gromov claimed the existence recently, are not exact. Moreover, analyzing on expanding graphs, I found that these groups violate the Baum-Connes conjecture with coefficients.

I joined the project to transfer abstract L_p -space theory in Banach spaces into operator space framework and obtained several basic results. Collaborating with Ng, I found that

every separable abstract noncommutative L_1 -space is indeed a noncommutative L_1 -space. I also showed a noncommutative analogue of Dor's theorem on embedding between L_1 -spaces. Collaborating with Junge and Ruan, I found that every nuclear C^* -algebra is an abstract L_∞ -spaces with some constant related to structure of the C^* -algebra.

B. 発表論文

1. *On the set of finite dimensional subspaces of preduals of von Neumann algebras*, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. **331** (2000), 309–312.
2. *Amenable actions and exactness for discrete groups*, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. **330** (2000), 691–695.
3. *On the lifting property for the universal C^* -algebras of operator spaces*, J. Op. Theory, to appear.
4. *A non-extendable bounded linear map between C^* -algebras*, Proc. Edinburgh Math. Soc., to appear.
5. *On injectivity and nuclearity for operator spaces*, (in collaboration with Effros and Ruan), Duke Math. J., to appear.

C. 口頭発表

1. Local theory and local reflexivity, CONFERENCE ON OPERATOR SPACES at Institut Henri Poincaré, January 2000 and Tokyo University, January 2000
2. Amenable actions and exactness for discrete groups, Séminaire d'Algèbres d'Opérateurs at Collège de France, March 2000, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, March 2000 and Tokyo University, April 2000
3. On exactness of reduced group C^* -algebras, Cardiff University, May 2000, Rencontres sur la conjecture de Baum-Connes at IRMA, Strasbourg, May 2000, SUMIRFAS at Texas A&M University, August 2000, and MSRI, October 2000
4. On \mathcal{OL}_p -spaces, Workshop in Linear Analysis and Probability at Texas A&M University, July 2000

5. On the lifting problem for separable C^* -algebras, Free Probability and Noncommutative Banach Spaces at MSRI, January 2001