

Large financial market における無裁定理論

浜口 雄史* 京都大学 理学研究科

古典的なマーケットモデルは、有限個の株式などの危険資産を仮定し、その割引価格を有限次元確率過程でモデル化する。一方本講演では可算無限個の証券を仮定した large financial market における無裁定理論について、特に基準財変更との関連についての新しいアプローチを紹介する。

可算無限個の危険資産の価格過程を実数値セミマルチンゲールの列 $S = (S^n)_{n \in \mathbb{N}}$ で表し、これを large financial market と呼ぶ。large financial market では、無限個の資産の保有による富過程を表現するために、無限次元セミマルチンゲールに関する一般化確率積分の概念を導入する必要がある。

裁定機会とは、直観的には「無リスクで正の富を得るような投資戦略」のことを指す。このような理想的な戦略が存在すれば、多くの(合理的な)投資家がこの戦略を取ることで、需要と供給の関係から価格が変動、その結果裁定機会は直ちに消失するであろう。したがって数理ファイナンスにおける標準的なマーケットモデルは裁定機会が存在しない(無裁定)ことが要請される。

本講演では large financial market $\mathbb{X} = ((S^n)_{n \in \mathbb{N}}, 1, V)$ を考える。ここで V は $S^0 \equiv 1$ に代わる新しい基準財の交換レート(例えばドル/円相場)を表し、正值セミマルチンゲールであるとする。基準財を S^0 から V に変更すると、各危険資産および安全資産の V による割引価格はそれぞれ $\frac{S^n}{V}$ および $\frac{1}{V}$ となる。したがって新しい large financial market $\mathbb{Z} = ((\frac{S^n}{V})_{n \in \mathbb{N}}, \frac{1}{V}, 1)$ を考えることとなる。本講演では、新しいマーケット \mathbb{Z} における無裁定型条件を元のマーケット \mathbb{X} に関する条件として記述し、さらに基準財変更によって無裁定型条件が保存するための条件について説明する。

参考文献

- [1] Delbaen-Schachermayer; The Mathematics of Arbitrage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2006).
- [2] De.Donno-Pratelli; Stochastic integration with respect to a sequence of semimartingales. In memoriam Paul-Andr Meyer: Sminaire de Probabilits XXXIX, 119135, Lecture Notes in Math., 1874, Springer, Berlin, (2006).
- [3] Cuchiero-Klein-Teichmann; A new perspective on the fundamental theorem of asset pricing for large financial markets. Theory Probab. Appl. 60 (2016), no. 4, 561579.