連続行列式点過程のベルヌイ性

Shota OSADA
Kyushu University, s_osada@outlook.com

確率空間 $(\mathcal{X},\mathcal{F},\mu)$ と，$G=\mathbb{Z}^d$ または $\mathbb{R}^d$ が作用する保測変換 $\mathsf{T}_G=\{\mathsf{T}_g : g\in G\}$ の組を保測力学系と呼ぶ．$(\mathcal{X},\mathcal{F},\mu,\mathsf{T}_{\mathbb{Z}^d})$ がベルヌイシフトであるとは，直積確率空間とその上のシフトと同型になることである．また $(\mathcal{X},\mathcal{F},\mu,\mathsf{T}_{\mathbb{R}^d})$ がベルヌイであるとは，変換を $\mathbb{Z}^d$ 作用に制限した $(\mathcal{X},\mathcal{F},\mu,\mathsf{T}_{\mathbb{Z}^d})$ がベルヌイシフトになることである．本講演ではこれらを単にベルヌイ性と呼ぶことにする．ベルヌイは保測力学系の同型においてエントロピーを完全不変量にするクラスであり，これは Ornstein の同型定理として知られている [3]．

離散行列式点過程のベルヌイ性は既に示されており [1]，さらに強い条件下で弱ベルヌイ性（ベルヌイ性よりも強い性質）も知られている [4]．一方で連続の場合は未解決であった．行列式点過程とはその（底空間の測度に対する）相関関数 ρ^n が、核関数 K の行列式で与えられる点過程である:

$$\rho^n(x_1,\dots,x_n)=\det[K(x_i,x_j)]_{i,j=1}^n$$

$\mathbb{R}^d$ 上の平行移動不変な核関数 $K(x,y)=k(x-y)$ をもつ行列式点過程は平行移動不変となる．本講演ではこのような行列式点過程に対して，ベルヌイ性を示す．保測力学系において，このベルヌイ性は [2] で示した tail 自明性よりも真に強い性質である．

証明では，R.Lyons-J.Steif [1] による $\mathbb{Z}^d$ 上の定常行列式点過程のベルヌイ性を連続に持ち上げ，この問題を解決する．まず [2] で導入した行列式点過程の離散近似に対してベルヌイ性を示す．更に，Ornstein の同型理論により連続空間に持ち上げることで，連続空間の行列式点過程のベルヌイ性を証明する．

参考文献

[1] Lyons, R., and Steif, J. E. :Stationary determinantal processes: phase multiplicity, bernoullicity, and domination, Duke Math. J. Volume 120, Number 3 (2003), 515-575.

[2] Osada, H., and Osada, S. :Discrete approximations of determinantal point processes on continuous spaces: tree representations and the tail triviality, J. Stst. Phys. **170** (2018), 421–435.

[3] Ornstein, D. S. and Weiss, B. : Entropy and isomorphism theorems for the action of an amenagle group, Journal d'Analyse Mathematique, 48 (1987), 1-141.

[4] Shirai, T., and Takahashi Y. : Random point fields associated with certain Fredholm determinants II: fermion shifts and their ergodic properties,Ann. Prob. **31** (2003), 1533–1564.