

学籍番号:

氏名:

## 演習問題 $10\frac{1}{2}$ (2015 年 1 月 15 日)

**注意.** 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的に厳密な議論を行うこと. 厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない.

**演習 10.3.**  $\alpha \in (0, \infty)$ ,  $r \in (0, 1)$  とし,  $g: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  を  $g(x) := x^\alpha r^{x/2}$  で定める.  $g$  の最大値を求めよ.

**演習 10.4.**  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$  とし,  $c, \alpha \in (0, \infty)$  が存在して任意の  $n \in \mathbb{N}$  に対し  $|a_n| \leq cn^\alpha$  が成り立つと仮定する. このとき任意の  $r \in (0, 1)$  に対し  $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n$  が収束することを示せ.

**演習 10.5.**  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$  とし,  $c, \alpha \in (0, \infty)$  が存在して任意の  $n \in \mathbb{N}$  に対し  $|a_n| \leq cn^\alpha$  が成り立つと仮定する.  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  を

$$f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

により定義する (演習 10.4 よりこの級数は任意の  $x \in (-1, 1)$  に対し絶対収束する). このとき  $f$  は連続であることを示せ.